

Opérateur Conjoint de Lissage-Gradient par Estimation de Paramètres d'un Modèle à Facettes

M.Tabiza, Ph. Bolon

Laboratoire d'Automatique et de MicroInformatique Industrielle
LAMII / CESALP - Université de Savoie - B.P 806 - 74016 Annecy Cedex (France)
(CNRS Gdr ISIS)
e-mail: tabiza@esia.univ-savoie.fr, bolon@univ-savoie.fr

- Résumé -

Nous présentons un Opérateur Conjoint de Lissage-Gradient (OCLIG) pour le prétraitement d'images bruitées.

Par les techniques utilisées, cet opérateur peut être considéré comme dérivant des filtres d'ordre. Par construction, il permet une adaptation à la nature du bruit d'images. L'estimation simultanée du niveau de gris de l'image et des composantes du gradient permet d'améliorer les performances en lissage par rapport à des filtres d'ordre classiques dans les zones non stationnaires tout en restant performant dans les zones stationnaires.

Mots clés: traitement d'image, filtrage non linéaire, gradient, bruit non gaussien, norme-Lp.

1- Introduction

Le prétraitement est une étape importante en traitement d'image. Les opérateurs de lissage visent à améliorer le rendu visuel ou à faciliter les phases ultérieures de traitement. Ces opérateurs sont le plus souvent optimisés selon un critère d'erreur quadratique [6], tant pour des raisons techniques (obtention de résultats analytiques) que pratiques (existence d'algorithmes rapides). Cette méthode ne conduit à des estimateurs optimaux que dans le cas de bruits gaussiens. De nombreux auteurs [1][2][3][4][5][6][7] ont montré que l'utilisation de la norme généralisée L_p ($p > 1$) permet à la fois de s'adapter à la nature du bruit (du plus impulsif, p petit, au moins impulsif, p grand) et d'obtenir des opérateurs robustes vis à vis de données aberrantes.

Cependant l'utilisation de l'opérateur L_p en filtrage d'images se limite principalement au lissage de régions homogènes. En présence de non stationnarités, ses performances se détériorent fortement. Il est possible d'améliorer les performances de l'opérateur L_p dans ces cas en estimant conjointement le niveau de gris moyen de l'image et les composantes du gradient. Le gradient apporte une information supplémentaire permettant de mieux estimer le niveau de gris moyen dans les zones non stationnaires.

Dans cet article, l'Opérateur Conjoint de Lissage-Gradient (OCLIG) sera présenté. Il consiste à représenter localement l'image par un modèle à facettes planes. Le critère de qualité pour évaluer les performances de cet opérateur est la variance de sortie du filtre. L'étude des performances de l'opérateur montre que l'estimation conjointe du niveau de gris de l'image

- Abstract -

In this paper, a new operator for image preprocessing is introduced. This operator is based on L_p -norm minimization. It can be adapted to various noise distributions by tuning only one parameter (namely p). Compared with classical nonlinear filters, the new operator provides better results in nonstationary areas.

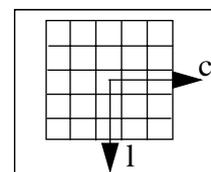
Keywords: image processing, nonlinear filtering, gradient, nongaussian noise, L_p -norm.

et des composantes du gradient permet d'améliorer les performances en lissage de l'opérateur par rapport à des filtres d'ordre classiques dans les zones non stationnaires tout en restant performant dans les zones stationnaires. Nous donnons quelques exemples d'application sur des images synthétiques et réelles.

Après avoir présenté le principe de la méthode dans la section 2, on rappelle quelques résultats concernant les performances du filtre L_p en fonction de p et de la nature du bruit. On montre alors que la valeur optimale de p dépend uniquement de la distribution du bruit et non du nombre de paramètres à estimer [2][4]. On étudie ensuite les performances de l'OCLIG dans les zones stationnaires et non stationnaires en le comparant au filtrage L_p classique, c'est-à-dire n'estimant que le niveau de gris moyen de l'image.

2- Principe

Dans une image, on considère une fenêtre d'analyse rectangulaire de taille $N=L \times C$ où L est le nombre de lignes et C le nombre de colonnes. Le pixel courant est au centre de la fenêtre et a pour coordonnées locales $(0,0)$:



On modélise l'image par un modèle à facettes planes bruité :

$$I(l, c) = \alpha + \beta l + \gamma c + u(l, c) \quad (\text{Eq. 2})$$

où α est le niveau de gris moyen dans la fenêtre, β et γ sont les composantes locales du vecteur gradient, U est un champ aléatoire centré, stationnaire, de type bruit blanc ayant une densité de probabilité symétrique.

Les paramètres (α, β, γ) sont estimés en minimisant la fonction de coût :

$$\varepsilon(\alpha, \beta, \gamma) = \sum_{l \in L} \sum_{c \in C} |I(l, c) - (\alpha + \beta l + \gamma c)|^p$$

avec $1 < p < \infty$ (Eq. 2)

Pour $p > 1$, cette fonction est convexe et il n'existe, par conséquent, qu'une seule combinaison des paramètres qui soit solution du problème.

Pour chaque paramètre estimé, on évalue l'Erreur Quadratique Moyenne (EQM) en fonction du caractère plus ou moins impulsif du bruit et en fonction du paramètre p .

résultats

Les courbes de la figure 1 illustrent les performances de l'opérateur L_p en présence de quelques bruits. Les résultats confirment l'observation de Rice [4] : la valeur optimale du coefficient p pour l'estimation du niveau de gris moyen de l'image est également optimale pour les composantes du gradient. La valeur optimale de p ne dépend pas du nombre de paramètres à estimer mais uniquement de la distribution du bruit. Ce résultat n'a pas été démontré mais il n'a jamais été mis en défaut par les simulations. Dans le cas de l'identification de modèles à facettes, les résultats obtenus dans le cas scalaire (modèle plan) suffisent à déduire la valeur optimale du coefficient p [5].

La valeur optimale de p diffère selon le type de bruit. Ce résul-

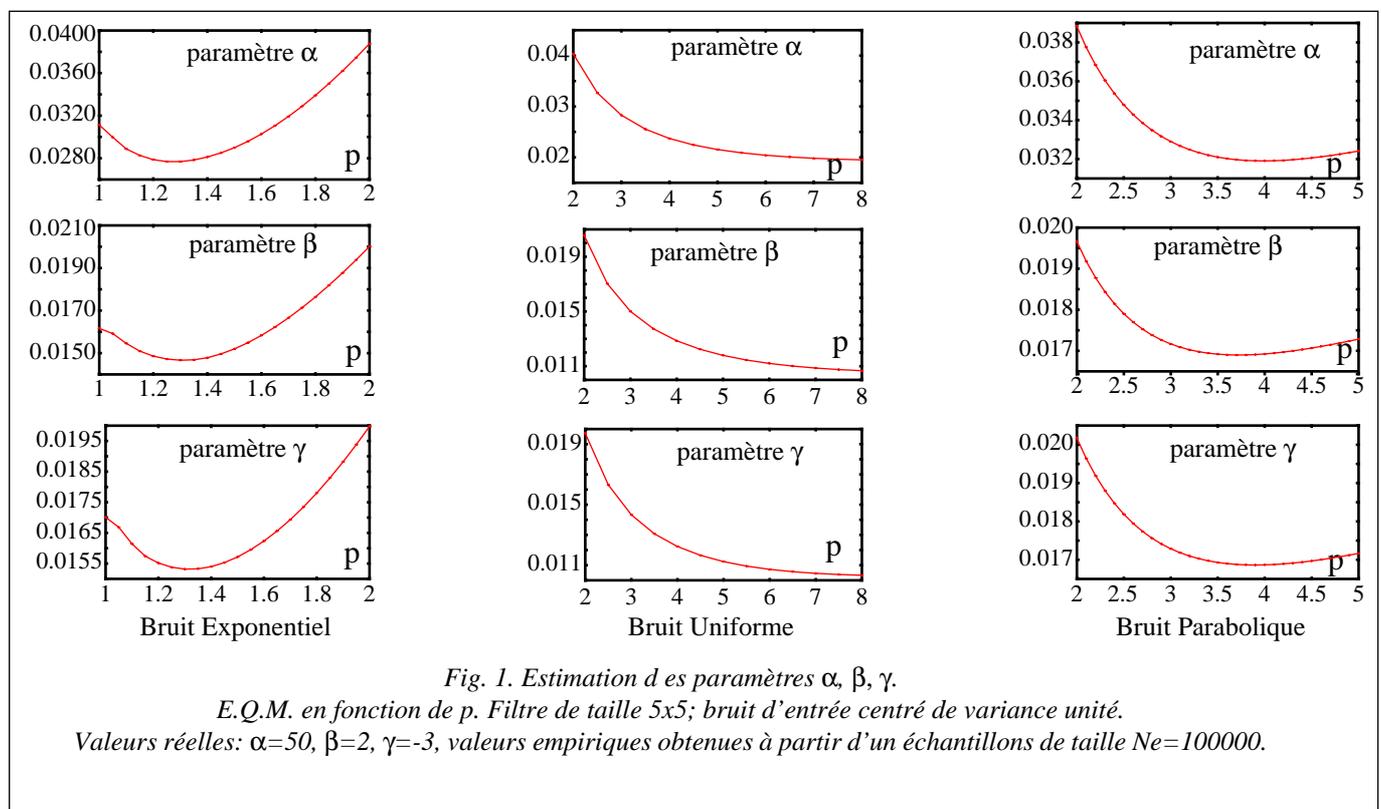


Fig. 1. Estimation des paramètres α, β, γ .

E.Q.M. en fonction de p . Filtre de taille 5×5 ; bruit d'entrée centré de variance unité.

Valeurs réelles: $\alpha=50, \beta=2, \gamma=-3$, valeurs empiriques obtenues à partir d'un échantillon de taille $N_e=100000$.

Pour $p = 2$, les paramètres α, β et γ sont découplés et donc l'estimation du niveau de gris dans la fenêtre n'est pas affectée par les composantes du gradient.

Par contre, pour les autres valeurs de p , il existe un couplage entre le niveau de gris estimé dans la fenêtre et les composantes locales du gradient. En tenant compte de ce couplage, il est possible d'améliorer l'estimation du niveau de gris dans les zones non stationnaires.

3- Etude des performances

a) Opérateur L_p

Dans cette section, on étudie les propriétés statistiques de l'opérateur L_p dans le cas de l'estimation de plusieurs paramètres. On se limite au cas de trois paramètres (α, β, γ) mais ceci ne nuit pas à la généralité du propos.

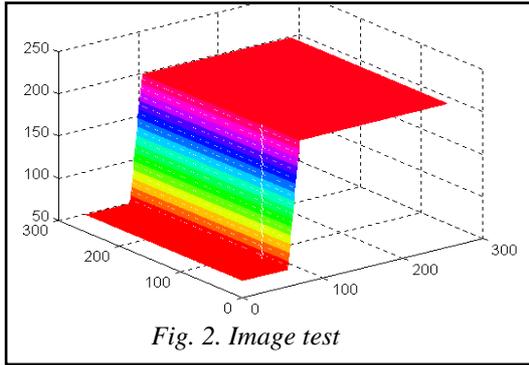
tat valide les travaux de Rice [4] et de Forsythe [2] qui ont été obtenus pour quelques valeurs particulières du coefficient p .

La relation sous-jacente qui existe entre le type de bruit et la valeur optimale de p , rend possible la détermination automatique de ce paramètre à l'aide de connaissances sur la statistique du bruit [3].

On peut noter aussi que grâce au filtrage L_p des gains assez importants peuvent être obtenus par rapport aux opérateurs linéaires ($p=2$) de l'ordre de 15% à 50% selon le type de bruit.

b) Opérateur Lissage-Gradient

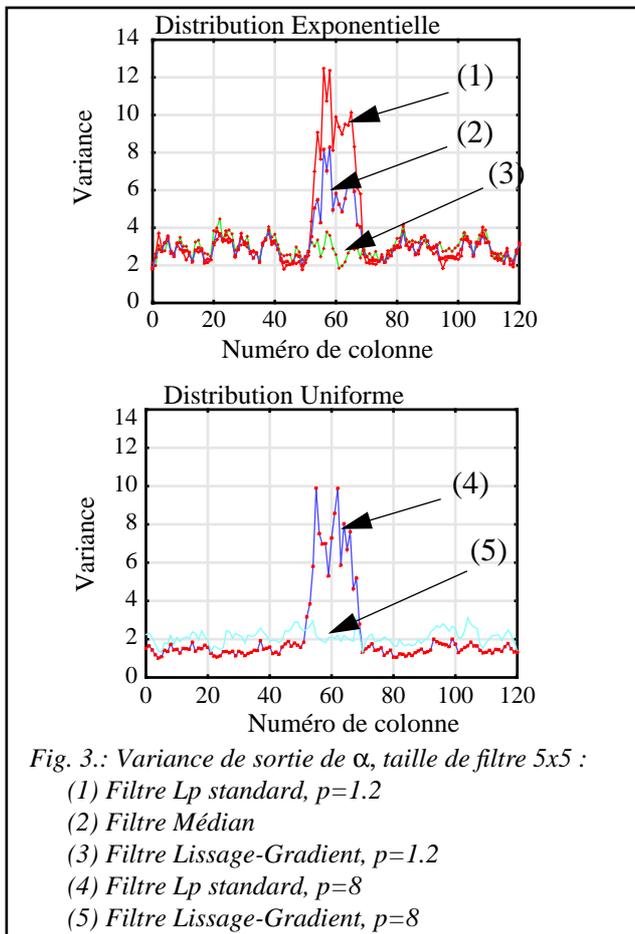
Pour étudier les performances de l'OCLIG, nous définissons une image test (Fig. 2.) qui est composée de deux régions stationnaires séparées par une transition de pente $\gamma=10$ ($\beta=0$). Cette image est perturbée par un bruit blanc d'écart type $\sigma=10$, ayant une densité de probabilité symétrique.



L'analyse des performances de l'opérateur est faite par la mesure de la variance estimée sur chaque colonne de l'image. On évalue l'EQM et le biais B pour chaque paramètre. La variance est donnée alors par :

$$V = \text{EQM} - B^2 \tag{Eq. 3}$$

Les résultats sont présentés dans la figure 3.



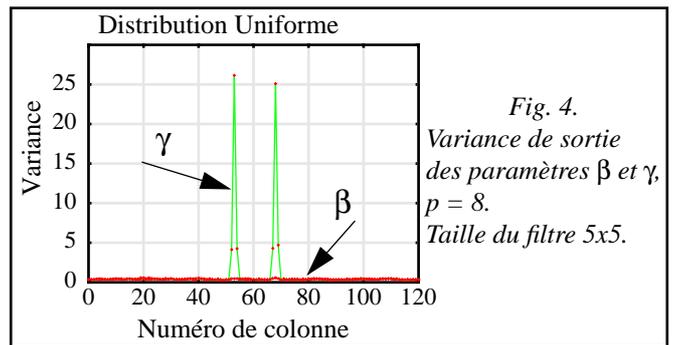
On compare les résultats de l'opérateur avec ceux d'un filtre non linéaire estimant uniquement le paramètre de niveau de gris de la fenêtre (i.e. modèle à facettes horizontales) et le filtre médian.

On remarque que les variances sont similaires dans les zones stationnaires, alors que l'on obtient une diminution de la variance de l'ordre de 50% dans les zones non stationnaires. Cette diminution s'accompagne d'une réduction du biais. On a présenté des résultats relatifs aux bruits exponentiel et uniforme mais on a le même comportement quelque soit le type

du bruit.

Nous avons aussi déterminé les variances d'estimation des composantes du gradient (Fig. 4). Sur l'image test, seule la composante γ est non nulle, ce qui explique l'apparition des pics sur la courbe de la variance de γ . Ces pics sont dus à la détection de la discontinuité du gradient.

L'information apportée par la prise en compte des composantes locales du gradient contribue à l'amélioration de l'estimation du niveau de gris moyen de l'image. Il faut noter que cette amélioration est d'autant meilleure que le rapport signal/bruit est fort.



En effet, dans le cas d'images fortement bruitées, l'amplitude du bruit est telle que la variation du signal n'est plus perceptible et la zone traitée est considérée comme étant homogène. Il faut aussi noter que dans le cas de bruits exponentiels où le filtre médian est l'estimateur asymptotiquement efficace, on obtient une réduction de l'erreur quadratique assez importante dans la zone de transition avec le filtre OCLIG.

Cependant, on constate une augmentation de la variance dans les zones stationnaires par rapport au modèle à facettes horizontales. Cette augmentation est d'autant plus prononcée que la distribution du bruit est concentrée. Il faudrait donc envisager une version adaptative de l'opérateur pour préserver totalement les performances dans les zones stationnaires.

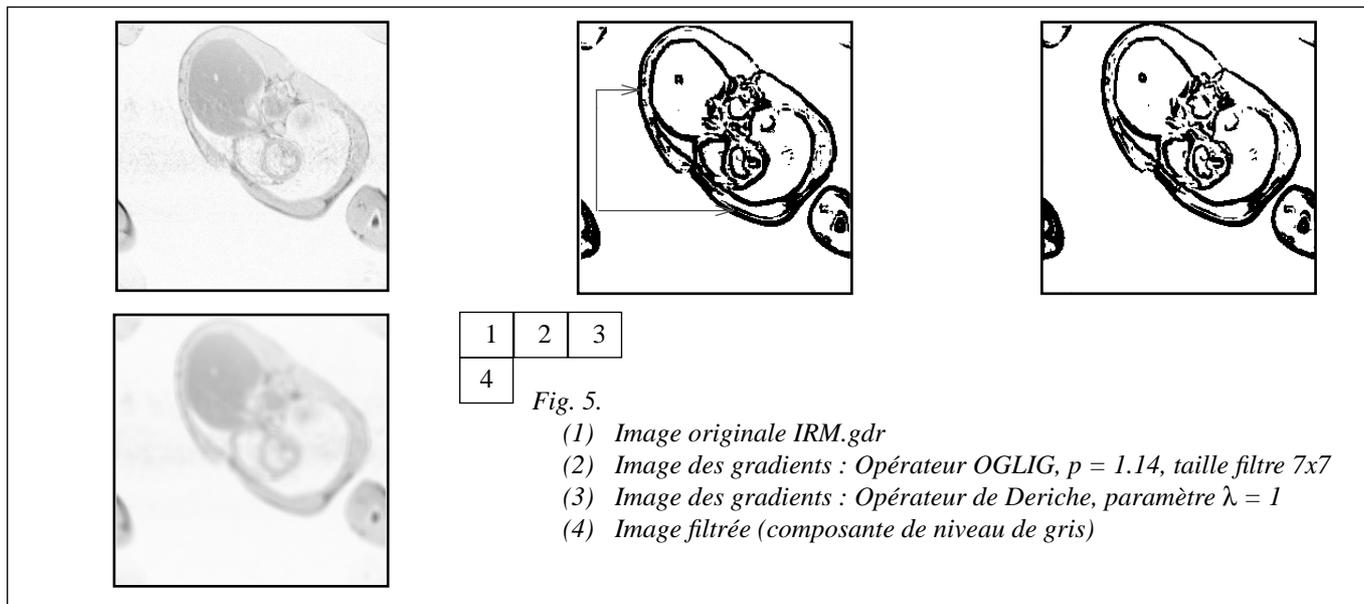
4- Application à des images réelles

Dans cette section, nous présentons des résultats obtenus sur des images de la banque de données du GdR ISIS en comparant les performances de notre opérateur avec celles d'opérateurs plus classiques, notamment l'opérateur de Deriche (Fig. 5). Nous avons testé l'opérateur OCLIG sur l'image IRM.gdr. Concernant la composante du gradient, l'opérateur OCLIG a un comportement semblable à l'opérateur de Deriche. Par contre, il semble que l'OCLIG conduise à une meilleure localisation des contours puisqu'il détecte deux contours voisins (indiqués par les flèches sur l'image des gradients).

5- Implantation

a) Calcul exact

La minimisation du critère L_p est un problème d'optimisation convexe pour $p \geq 1$. Il est donc possible de résoudre le problème par l'utilisation de méthodes numériques. L'opérateur a



été réalisé dans un premier temps avec un algorithme de type gradient conjugué. En considérant que la valeur maximale du gradient est bornée dans les images naturelles, on peut faire appel à un algorithme de type dichotomie qui est plus rapide.

A partir des données de base l , c et y_{1c} , on effectue le changement de variables :

$$\tilde{y}_{1c} = \lambda + \mu y_{1c}, \tilde{l} = \sigma + \tau l \text{ et } \tilde{c} = \psi + \omega c$$

où y désigne le niveau de gris, l et c les coordonnées du gradient.

Alors, on obtient les nouvelles solutions par le changement de variables suivant :

$$\tilde{\alpha} = \lambda + \alpha \mu - \left(\frac{\mu \beta \sigma}{\tau} + \frac{\mu \gamma \psi}{\omega} \right),$$

$$\tilde{\beta} = \frac{\mu \beta}{\tau}, \tilde{\gamma} = \frac{\mu \gamma}{\tau}.$$

Grâce à ces relations, une procédure normalisée permet de chercher les paramètres α , β et γ dans tout intervalle borné. Par conséquent, un algorithme de dichotomie peut être utilisé.

b) Opérateur sous-optimal

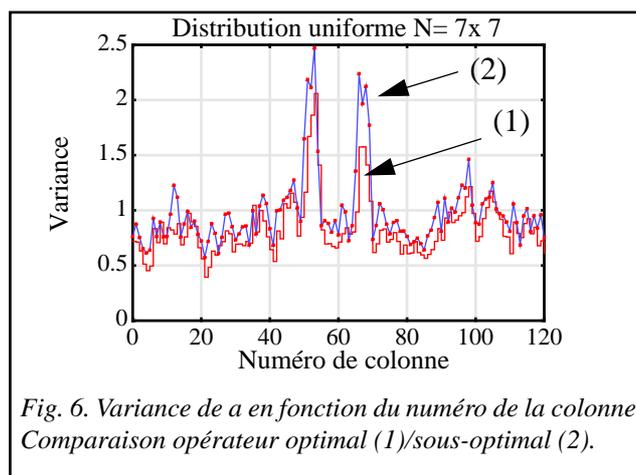
Si l'application de l'opérateur est principalement le lissage de l'image, on peut construire un opérateur sous-optimal mais plus rapide en choisissant comme valeurs des paramètres du gradient celles fournies par l'opérateur linéaire ($p=2$) et en limitant la recherche au choix de la valeur de α .

Pour des bruits à distribution non gaussienne, en comparant les variances de sortie des filtres dans les deux cas (Fig. 6.), on constate que la perte en performance est faible compte tenu de la réduction du temps d'exécution qui est de l'ordre de 50%.

6- Conclusion

La prise en compte d'informations de gradient améliore d'une manière significative les performances en lissage de bruit (non gaussiens) dans les zones non stationnaires de l'image. Le choix du coefficient p ne dépend que du caractère impulsio-

nel du bruit, qui peut être estimé localement ou globalement. Une version adaptative de l'opérateur devrait permettre de préserver totalement les performances dans les zones stationnaires.



7- Références

- [1] **J.W. Tukey**, 'Nonlinear (nonsuperposable) methods for smoothing data', in Electronics and aerospace systems conference, Washington, p.673, Oct.1974.
- [2] **A. B. Forsythe**, 'Robust estimation of straight line regression coefficient by minimizing p^{th} power deviation', Technometrics, Vol. 14, No. 1, February 1972, pp. 159-166.
- [3] **A.H. Money**, J.F. Affleck-Graves, M.L. Hart and G.D.I. Barr, 'The linear regression model: L_p norm estimation and choice of p ', Commun. Statist. Simul. Comput., Vol. 11, 1982, pp. 89-109
- [4] **J.R. Rice**, **J.S. White**, 'Norms for smoothing and estimation', SIAM Review, Vol. 6, 1964, pp. 243-256.
- [5] **M. Tabiza**, **Ph. Bolon**, 'Performance Evaluation of $D\alpha$ -Filters', Proc. of EUSIPCO-96, Vol. 1, pp 49-52, Trieste
- [6] **R.M. Haralick**, **L.G. Shapiro**, 'Computer and Robot Vision', Addison Wesley, Vol. 1, 1992, pp 371-382