

## Estimation du caractère impulsionnel du bruit dans une image non stationnaire

Ph. BOLON, I. ISSA, M. TABIZA

Laboratoire d'Automatique et MicroInformatique Industrielle  
LAMII / CESALP - Université de Savoie - B.P 806 - F.74016 Annecy Cedex (France)  
(CNRS Gdr ISIS)

email: {bolon, issa, tabiza}@esia.univ-savoie.fr

### - Résumé -

Nous proposons dans cet article un nouvel opérateur pour mesurer le caractère impulsionnel du bruit d'image. L'objectif est d'obtenir un opérateur robuste vis-à-vis des non stationnarités de l'image. Cet opérateur est invariant par translation et facteur d'échelle. Il permet d'estimer le caractère impulsionnel du bruit dans une région de taille relativement faible.

*mots clés : statistique d'ordre, bruit d'image, classification du bruit, caractère impulsionnel, filtrage directionnel.*

### Introduction

L'amélioration des performances des opérateurs de filtrage et d'analyse d'image passe par une meilleure modélisation et une plus forte prise en compte des informations disponibles sur les données brutes. Les techniques de filtrage de Volterra et de filtrage d'ordre reposent sur l'utilisation des connaissances sur la distribution du bruit et en particulier de son caractère plus ou moins impulsionnel, dépendant du poids des queues de distribution.

Classiquement, ce comportement est caractérisé quantitativement par le paramètre de kurtosis, moment centré d'ordre quatre normalisé. Hogg [1] a montré que cet opérateur manquait de fiabilité et de robustesse. Il est en effet très sensible à la présence de non stationnarités. Pour pallier cette difficulté, il propose la statistique  $V(\beta)$  (décrite en section III) calculée à partir des statistiques d'ordre du signal d'entrée. Cette statistique a été reprise par Restrepo et Bovik [2] pour la conception d'un filtre d'ordre adaptatif et réemployée dans une version améliorée en [3].

Nous proposons ici un nouvel opérateur ayant pour but d'identifier le caractère plus ou moins impulsionnel du bruit d'image. Par rapport aux deux opérateurs ci-dessus, l'objectif est d'améliorer les performances en présence de non stationnarités (transitions entre régions) dans le but d'une utilisation sur des images naturelles.

Le manuscrit comporte trois parties :

- Structure de l'opérateur.
- Etude des performances.
- Application à des images réelles.

### 1- Structure de l'opérateur

#### *Spécifications*

Pour limiter l'influence des non stationnarités dans l'image, la statistique sera calculée par accumulation de valeurs

### - Abstract -

In this paper we introduce a new operator aiming at characterize noise impulsiveness. This operator is invariant with respect to location shift and scale factor of the input distribution. It is robust against image non stationarities. It can be applied either to the whole image or to local regions. The minimal region size required for the estimation is  $16 \times 16$ .

*key words: order statistics, image noise, noise classification, noise impulsiveness, directional filtering.*

numériques issues de fenêtres d'analyse locales. Afin d'être caractéristique, elle doit vérifier les propriétés suivantes :

- invariance par translation de valeur moyenne : l'image  $X$  et l'image  $X-a$ , avec  $a=cte$ , fournissent la même valeur pour la statistique.
- invariance par facteur d'échelle : les image  $X$  et  $\lambda X$  fournissent la même valeur pour la statistique.

En chaque pixel de l'image on définit une fenêtre d'analyse (FA) de taille  $N \times N$  (avec  $N=2n+1$ ).

#### détermination du segment le plus homogène

Soit  $\{S_1, \dots, S_d, \dots, S_{4n}\}$  l'ensemble des segments de droite discrets passant par le pixel central et joignant les pixels du bord de la fenêtre d'analyse (cf. Fig. 1). A l'aide d'un critère d'étendue (c.a.d Max-min), on sélectionne dans cette ensemble le segment le plus homogène. Soit  $S_{d_0}$  ce segment.

$$d_0 = \underset{d}{\operatorname{arg\,min}} \operatorname{Etendue}(S_d) \quad (\text{Eq.1})$$

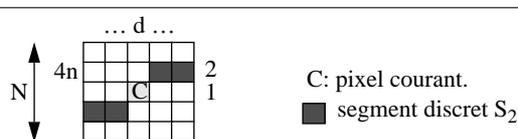


Fig. 1 : Segments discrets dans une fenêtre d'analyse, de taille  $5 \times 5$

Soit  $\{x_1, \dots, x_d, \dots, x_N\}$  les intensités des pixels situés sur le segment  $S_{d_0}$ . Après tri par ordre croissant de ces données, on

obtient les statistiques d'ordre.  $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(N)}$   
On définit alors les variables  $y_i$  par :

$$y_i = \frac{x_{(i)} - x_{(1+k)}}{x_{(N-k)} - x_{(1+k)}} \quad (\text{Eq.2})$$

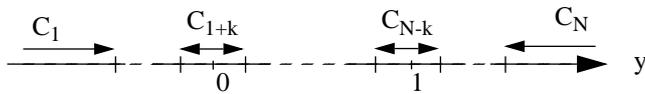
où  $k$  est un paramètre entier vérifiant  $1 \leq k \leq n-1$ .

Les variables  $y_i$  sont telles que :  $y_i \leq y_{i+1}$ ,  $y_{1+k} = 0$  et  $y_{N-k} = 1$   
Elles sont invariantes par translation et changement d'échelle

des niveaux de gris.

**Histogramme local**

Les variables  $y_i$  sont ensuite réparties en N classes



La largeur des classes centrales est  $1/(N-1-2k)$ . Les classes extrêmes sont non bornées.

Les variables  $y_{1+k}$  et  $y_{N-k}$  ne sont pas comptabilisées, puisque leur valeur est indépendante de la distribution du bruit.

**Calcul de la statistique d'impulsivité**

Soit RD une fenêtre de décision de taille  $L \times M$ ,  $L \geq N$  et  $M \geq N$ . Les histogrammes locaux issus de chaque fenêtre d'analyse FA sont accumulés pour former un histogramme global ( $h[1], \dots, h[N]$ ). L'allure de cet histogramme dépend du caractère plus ou moins impulsif du bruit. Elle peut être décrite simplement par la statistique Y :

$$Y = \frac{h[1] + h[N]}{2 \sum_i h(i)} \quad (\text{Eq.3})$$

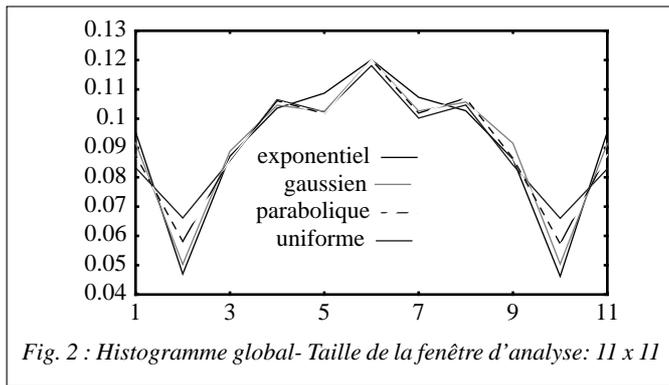


Fig. 2 : Histogramme global- Taille de la fenêtre d'analyse: 11 x 11

En pratique, nous pouvons limiter le nombre de classes à trois, les deux classes extrémales et une classe centrale, déterminées à l'aide d'un seuil s. La classification se fait alors comme ci-dessous :

- si  $y_i \leq -s$  alors  $y_i$  est classé dans la classe 1
- si  $y_i \geq 1+s$  alors  $y_i$  est classé dans la classe 3
- sinon  $y_i$  est classé dans la classe centrale.

**Dimensionnement**

Pour déterminer les valeurs adéquates de taille de fenêtre d'analyse, de seuil et de paramètre k, nous définissons le contraste  $\tau$  par :

$$\tau = (Y_{ex} - Y_{un}) / \bar{\sigma}_Y \quad (\text{Eq.4})$$

où  $Y_{ex}$  et  $Y_{un}$  sont les valeurs de Y correspondant respectivement aux distributions exponentielle et uniforme, et  $\bar{\sigma}_Y$  est l'écart-type empirique maximal de Y. On cherche alors à maximiser  $\tau$ . Les meilleurs résultats sont obtenus pour  $N=7$  ou  $N=9$ . Les courbes des figures 3 à 5 montrent l'évolution de  $\tau$  en fonction des différents paramètres dans le cas stationnaire et non stationnaire (image de la figure 7). Nous choisissons parmi l'ensemble des paramètres possibles ceux maximisant le critère  $\tau$ . Dans tout les cas, les résultats montrent que la valeur optimale du décalage est  $k=1$ . Le tableau suivant résume

l'ensemble des valeurs des seuils obtenus.

	N=7		N=9	
	k=1	k=2	k=1	k=2
stationnaire	0.4	0.9	0.4	0.75
non stationnaire	0.4	0.9	0.4	0.85

Tableau 1: valeurs optimales des seuils

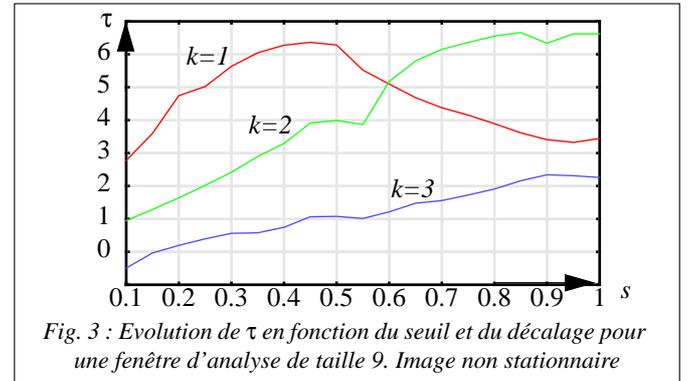


Fig. 3 : Evolution de  $\tau$  en fonction du seuil et du décalage pour une fenêtre d'analyse de taille 9. Image non stationnaire

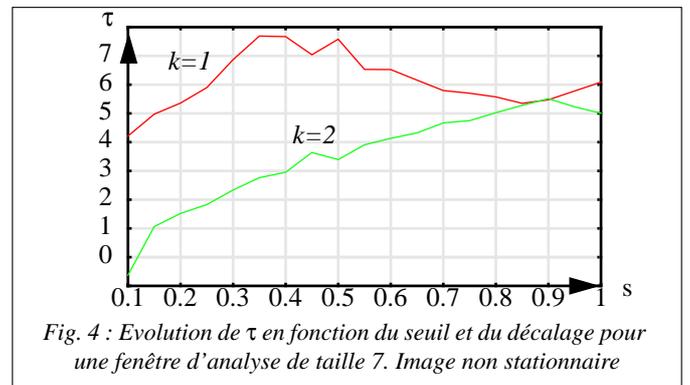


Fig. 4 : Evolution de  $\tau$  en fonction du seuil et du décalage pour une fenêtre d'analyse de taille 7. Image non stationnaire

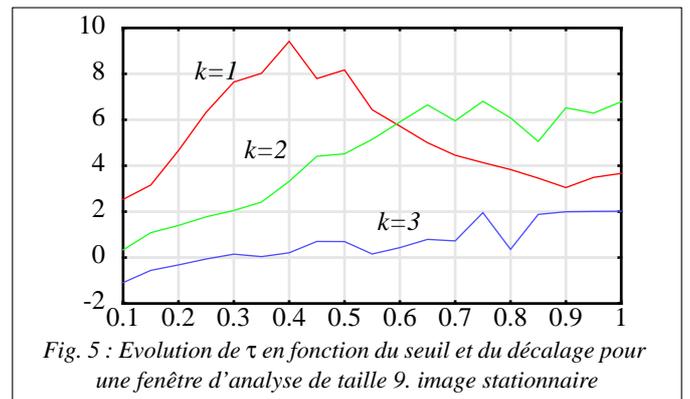


Fig. 5 : Evolution de  $\tau$  en fonction du seuil et du décalage pour une fenêtre d'analyse de taille 9. image stationnaire

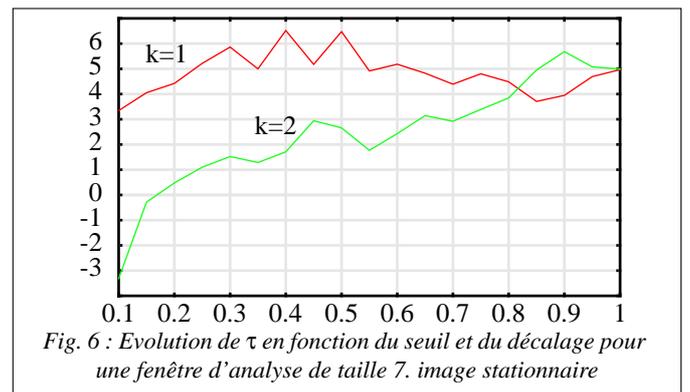


Fig. 6 : Evolution de  $\tau$  en fonction du seuil et du décalage pour une fenêtre d'analyse de taille 7. image stationnaire

Le caractère impulsionnel du bruit est mesuré par le poids plus ou moins important des classes extrémales. Par construction, la statistique  $Y$  est invariante par translation et changement d'échelle des niveaux de gris. Reposant sur un calcul local adaptatif en direction, elle ne dépend pas de l'orientation des structures présentes dans l'image.

**2- Etude des performances**

Dans cette section, nous étudions les performances statistiques du nouvel opérateur dans des situations stationnaires et non stationnaires. Nous les comparons avec celles obtenues en estimant le kurtosis ou en utilisant la statistique de Hogg. Pour limiter l'effet des non stationnarités, le kurtosis est estimé localement dans la fenêtre  $N \times N$  puis moyenné sur toute l'image.

La statistique de Hogg est définie, pour une fenêtre  $N \times N$  par :

$$V(\beta) = \frac{H(\beta) - L(\beta)}{H(1/2) - L(1/2)} \quad (\text{Eq.5})$$

où

- $K=N^2$  est le nombre de pixels de la fenêtre
- $H(\beta)$  est la moyenne des  $\beta K$  plus grandes valeurs dans la fenêtre
- $L(\beta)$  est la moyenne des  $\beta K$  plus faibles valeurs dans la fenêtre.

On effectue ensuite la moyenne sur toutes les fenêtres de l'image.

**cas d'une zone stationnaire**

A partir d'une image constante perturbée par un bruit blanc, on teste les trois opérateurs avec des bruits à distribution uniforme, triangulaire, gaussienne et exponentielle. Les résultats sont donnés dans le tableau 2.

bruit	image stationnaire			
	kurtosis	V(0.05)	V(0.2)	Y
exponentiel	5.40	3.230	1.908	0.203
gaussien	2.95	2.560	1.753	0.193
triangulaire	2.41	2.355	1.732	0.189
uniforme	1.82	1.904	1.682	0.172

Tableau 2: Valeurs empiriques du kurtosis,  $V(\beta)$  et  $Y$ .  $FA = 11 \times 11$  pour le kurtosis et  $V(\beta)$ ,  $FA = 7 \times 7$ ,  $RD = 41 \times 41$  et  $k=1$  pour la statistique  $Y$ . Image stationnaire  $256 \times 256$ , bruit blanc d'écart-type  $\sigma=10$

Les valeurs théoriques du kurtosis et de  $V(\beta)$ , pour les distributions précédentes, sont données dans le tableau 3.

bruit	kurtosis	V(0.05)	V(0.2)
exponentiel	6.0	3.3	1.92
gaussien	3.0	2.59	1.76
triangulaire	2.4	2.37	1.74
uniforme	1.8	1.90	1.60

Tableau 3: Valeurs théoriques du kurtosis et de  $V(\beta)$ .

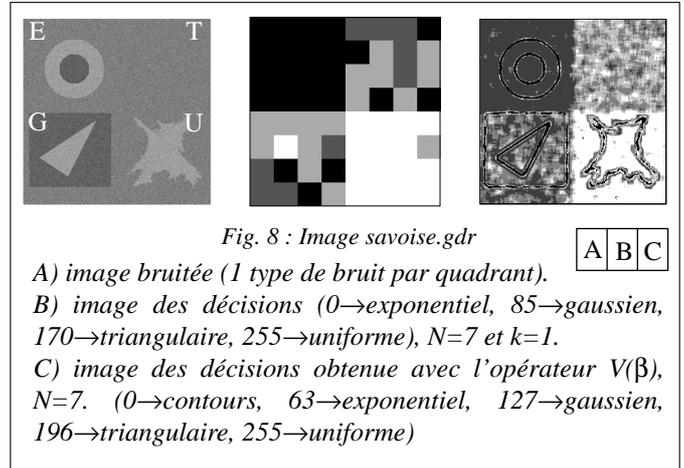
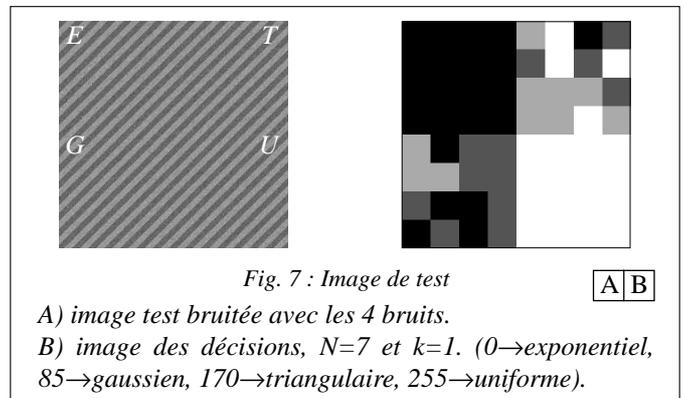
On remarque le biais, introduit essentiellement par le terme quadratique du dénominateur, dans l'estimation du paramètre de kurtosis.

**cas non stationnaire**

Dans cette section nous présentons les résultats obtenus sur une image non stationnaire comportant des structures allongées ainsi que sur l'image savoise.gdr du GdR ISIS. L'image de test est celle représentée en figure 2-A. Le rapport signal/bruit est de 4.8. Les résultats du test sont donnés dans le tableau 3.

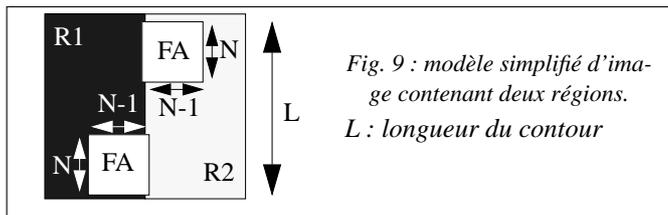
bruit	image non stationnaire			
	kurtosis	V(0.05)	V(0.2)	Y
exponentiel	1.467	1.697	1.374	0.201
gaussien	1.437	1.664	1.403	0.189
triangulaire	1.434	1.652	1.411	0.186
uniforme	1.432	1.613	1.433	0.157

Tableau 4: Valeurs empiriques du kurtosis et de  $V(\beta)$  ( $FA=11 \times 11$ ) et la statistique  $Y$  ( $FA = 7 \times 7$  et  $FD=41 \times 41$ ). Image non stationnaire  $256 \times 256$ , bruit blanc d'écart-type  $\sigma=10$



On remarque la forte sensibilité de l'estimation du kurtosis ainsi que celle de la statistique de Hogg. La discrimination entre les différents types de bruit n'est plus possible. En effet, lorsque la fenêtre d'analyse chevauche deux régions, la distribution des niveaux de gris est totalement différente de la distribution parente du bruit. Bimodale, à kurtosis faible sur les pixels contours, elle devient asymétrique à fort kurtosis de part et d'autre de la transition. La statistique  $Y$  est plus robuste. Les figures 7 et 8 montrent les résultats de classification obtenus en appliquant le nouvel opérateur sur les images test et savoise.gdr. Comparé avec l'opérateur  $V(\beta)$  [3] on remarque que cet opérateur n'est pas sensible à la présence de structures dans l'image. Cette robustesse peut être interprétée à l'aide

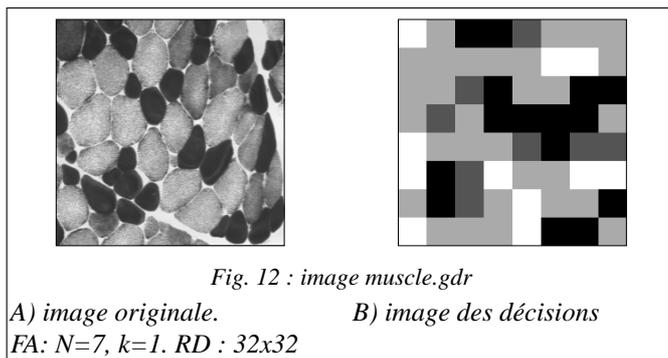
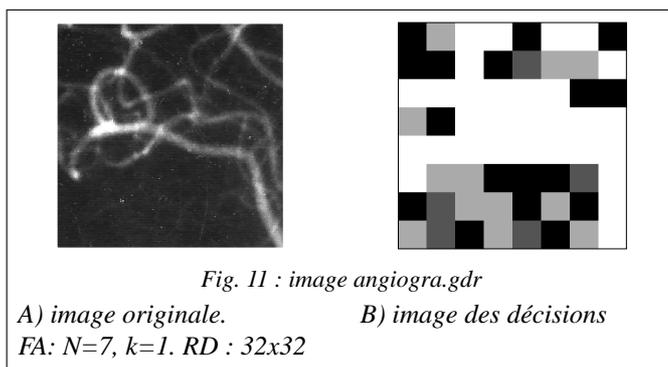
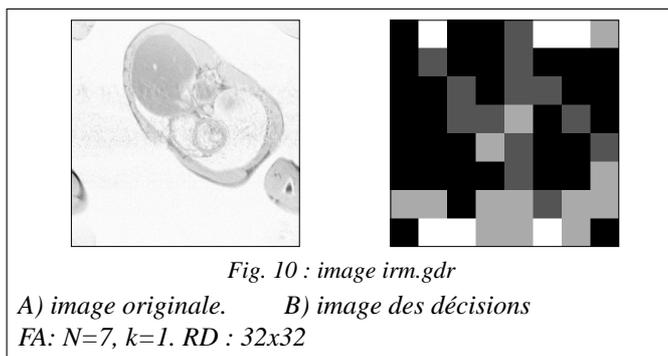
d'un modèle simplifié à deux régions ayant une frontière de largeur  $L$ .



Sur l'ensemble des fenêtres d'analyse intersectant deux régions de l'image (fig. 9) le kurtosis et la statistique de Hogg fournissent des résultats aberrants. Le nombre total de fenêtres FA dans la situation précédente est  $L(N-1)$ . Par contre, comme la variable  $y_i$  est évaluée sur le segment le plus homogène, le cas le plus défavorable [4] se produit lorsque la fenêtre d'analyse est centrée sur le contour. Par conséquent, le nombre total de FA fournissant un résultat aberrant est  $L$ .

### 3- Application à des images réelles

Dans cette section, nous présentons des résultats obtenus sur des images naturelles de la banque du GdR ISIS.



Dans l'image *irm.gdr*, on note que le bruit est reconnu comme assez impulsionnel sur la région de fond. Dans le cas de l'angiographie, l'image des décisions fournit déjà un élément pour la segmentation. Dans l'image *muscle.gdr*, il apparaît que la caractéristique du bruit change selon que l'on est dans une cellule sombre ou claire.

### Conclusion

Nous proposons un opérateur estimant le caractère impulsionnel du bruit d'image. Comparé aux opérateurs classiques (kurtosis, Hogg), il présente, du fait de sa structure, une plus grande robustesse vis-à-vis des non stationnarités dans les images. Il peut donc être utilisé pour adapter le choix des paramètres de filtres non linéaires ou même directement dans un but de caractérisation de régions dans une image. Par construction, cet opérateur peut être étendu à l'analyse d'images 3D.

### Références

- [1] R. V. Hogg, "More light on the kurtosis and related statistics", J. Amer. Statist. Assoc., Vol. 62, pp. 1179-1186, 1967.
- [2] A. Restrepo, A. C. Bovik, "Adaptative Trimmed Mean Filters for Image Restoration", IEEE Trans. ASSP vol. 36, August 1988, pp. 1326-1337
- [3] I. Issa, Ph. Bolon, "Filtrage adaptatif pour le prétraitement d'images naturelles", 15<sup>e</sup> Colloque GRETSI 1995, Juan-les-Pins, Sep. 1995, pp.451-454
- [4] J.L.Vila, Ph.Bolon, "Directional adaptive image filtering : application to DNA sequence analysis", Proc. of Int. Conf. on Image Processing (IEEE/ICIP 94), vol. I, Austin, USA, Nov. 1994, pp. 382-386

### Annexe

Valeurs des seuils de classification de la statistique  $Y$ .

	N=7	
	k=1	k=2
$s_1$	0.185	0.420
$s_2$	0.173	0.405
$s_3$	0.165	0.393

classification :

- si  $Y > s_1 \Rightarrow$  bruit exponentiel  
 si  $s_1 \geq Y > s_2 \Rightarrow$  bruit gaussien  
 si  $s_2 \geq Y > s_3 \Rightarrow$  bruit triangulaire  
 si  $s_3 \geq Y \Rightarrow$  bruit uniforme.