



**MODÉLISATION ET SIMULATION  
DE L'ENVIRONNEMENT GÉOMAGNÉTIQUE  
DES MARGES CONTINENTALES**

Gilles DASSOT, Jean BERTHIER, Roland BLANPAIN

LETI (CEA-Technologies Avancées)  
17, rue des martyrs  
F-38054 Grenoble Cedex 9  
E-mail : berthier@dsys.ceng.cea.fr

**RÉSUMÉ**

La connaissance des anomalies du champ magnétique terrestre revêt des enjeux considérables : exploration pétrolière, navigation, détection sous-marine, ... Les anomalies spatiales sont liées aux propriétés magnétiques des roches. Les fluctuations temporelles sont habituellement réduites par métrologie différentielle. Cependant, de nombreuses campagnes de mesures démontrent que les variations temporelles ne présentent pas l'uniformité spatiale requise. Cette variabilité provient d'un mécanisme d'induction électromagnétique dans le globe terrestre conducteur. Elle prend une ampleur considérable dans les zones où la conductivité électrique subit de fortes variations, en particulier dans les zones de transition entre continent et océan. Nous étudions ces effets grâce à une modélisation physique et en identifiant des fonctions de transfert.

**1. INTRODUCTION**

Dans la gamme ULF<sup>1</sup>, les variations temporelles du champ électromagnétique d'origine externe<sup>2</sup> constituent un élément fortement perturbateur des mesures magnétiques haute sensibilité. Ces pulsations électromagnétiques, appelées pulsations géomagnétiques, induisent, en excitant les couches conductrices de l'écorce terrestre, des perturbations qui peuvent atteindre plusieurs centaines de nT, et qui présentent, notamment en zones côtières, une forte variabilité spatiale.

En première approximation, l'onde incidente d'origine externe est modélisable par une onde plane, qui excite un milieu principalement caractérisé par ses distributions de conductivité. En milieu océanique, la couche d'eau salée joue un rôle très particulier, du fait de sa bonne conductivité.

Si on se place par grands fonds ou dans le cas d'une structure géophysique tabulaire, les variations spatiales des pulsations géomagnétiques sont très faibles dans le plan horizontal et n'interviennent que verticalement, du fait de l'atténuation de l'onde incidente dans l'eau et/ou dans les couches conductrices de l'écorce terrestre : nous parlerons de problèmes 1D. Par contre, dans les zones côtières ou bien par petits fonds et avec une topographie du fond très perturbée, la réponse EM du système multicouche présente une forte variabilité spatiale dans toutes les directions : nous utilisons ici une modélisation 2D décrivant la structure géologique dans le plan de coupe vertical (fig.1).

Dans cet article, nous abordons le problème en supposant

<sup>1</sup> Ultra Low Frequency, c'est-à-dire de 10<sup>-4</sup> à quelques Hz.

<sup>2</sup> Ces phénomènes physiques résultent de l'interaction des vents solaires et de la magnétosphère.

**ABSTRACT**

The knowledge of the terrestrial magnetic field is an important issue for oil exploration, positioning systems and anti-submarine warfare. Spatial anomalies are linked to magnetic properties of the earth. Time variations are usually reduced by differencing. However, many experiments show that time variations are not uniform enough in space to obtain a satisfactory reduction. The spatial non-uniformity of time variations is the result of electromagnetic induction in the conducting earth. This phenomenon is significant where there exist large variations of the conductivity of the earth, specially in coastal areas. The induced electromagnetic field is calculated by 2D modelling and transfer functions are produced.

que l'on dispose d'un réseau de capteurs, dont l'un d'entre eux sert de référence. En toute rigueur, la prédiction spatiale d'un signal géomagnétique vectoriel utilise un tenseur de transfert. En 2D, on montre [1] que le tenseur EM peut s'exprimer sous la forme de six filtres unidimensionnels qui relient une composante magnétique ou électrique de la référence à une autre composante magnétique ou électrique. Dans l'application que nous présentons, nous étudions les effets induits par une géométrie côtière 2D, et nous considérons un capteur référence placé à terre.

**2. MODÉLISATION**

Les phénomènes physiques qui nous intéressent sont régis par les équations de Maxwell dans les milieux conducteurs non magnétiques ( $\mu = \mu_0$ ). Nous retenons également les hypothèses de quasi-stationnarité (fréquences inférieures au dixième de Hertz), d'excitation harmonique et nous supposons que les charges et courants externes sont nuls. Finalement les équations de Maxwell s'écrivent :

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{H} &= \sigma \mathbf{E} \\ \text{rot } \mathbf{E} &= i\omega \mu_0 \mathbf{H} \\ \text{div } \mathbf{H} &= 0 \\ \text{div } \mathbf{E} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

On en déduit que  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}$  doivent satisfaire aux équations de Helmholtz dans chaque couche horizontale de conductivité  $\sigma_n$  :

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial z^2} - \eta_n^2 \mathbf{H} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} - \eta_n^2 \mathbf{E} = 0 \quad , z_n \leq z \leq z_{n+1} \quad (2)$$

où  $\eta_n = \sqrt{-i\omega \mu_0 \sigma_n}$



## 2.1. Modélisation 1D

La résolution du problème 1D est donnée par l'algorithme récursif de Kunetz [2]. En effet, il est possible d'établir une relation de récurrence en exprimant l'impédance de l'interface supérieure d'une couche  $n$  en fonction de l'impédance de l'interface inférieure de la couche suivante. L'algorithme s'appuie également sur le fait que l'onde EM incidente tend vers zéro lorsque la profondeur tend vers l'infini et donne une solution élégante au problème.

## 2.2. Modélisation 2D

On montre à partir des équations de Maxwell que la résolution du problème 2D se scinde en deux calculs complètement indépendants (le système d'axe est donné fig.1) :

- le mode Transverse Magnétique (TM) qui correspond à une excitation  $H_{y\text{ext}}$  et qui donne accès à  $H_y$ ,  $E_x$  et  $E_z$ ,

- le mode Transverse Électrique (TE) qui correspond à une excitation  $E_{y\text{ext}}$  et qui donne accès à  $E_y$ ,  $H_x$  et  $H_z$ .

A partir d'une méthode analytico-numérique utilisée dans le cadre d'études magnéto-telluriques par A.M. Osella et P. Martinelli [3,4], nous avons développé une modélisation de notre problème pour le milieu marin. Cette méthode, basée sur la décomposition en séries de Fourier spatiales des interfaces entre couches, permet de décrire d'une façon simple les problèmes 2D à couches non-interrompues (on ne peut pas traiter les inclusions). Elle donne rapidement et continûment accès à toutes les composantes du champ EM.

### 2.2.1. mode TM

- Dans l'air,  $\sigma$  est nul. Les équations (1) se simplifient et leur solution est :

$$\mathbf{H}_{\text{ext}} = H_0 e^{-i\alpha y} \quad \text{et} \quad \mathbf{E}_{\text{ext}} = 0 \cdot \mathbf{x} + 0 \cdot \mathbf{z} \quad (3)$$

- Dans l'eau, les équations (1) conduisent à six équations régissant les phénomènes physiques dans chaque couche  $n$ . Pour le mode TM, ces équations sont :

$$\frac{\partial^2 H_y^n}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 H_y^n}{\partial^2 z} - \eta_n^2 H_y^n = 0 \quad (4)$$

$$E_x^n = -\frac{1}{\sigma_n} \frac{\partial H_y^n}{\partial z} \quad \text{et} \quad E_z^n = \frac{1}{\sigma_n} \frac{\partial H_y^n}{\partial x}$$

Pour résoudre ce système grâce à un développement en série de Fourier, on doit supposer, sans perte de généralité, que les interfaces  $z_n = F_n(x)$  sont symétriques par rapport à  $x=0$  et périodiques. Pour pouvoir négliger l'influence de cette périodicité, on choisit la période spatiale  $\lambda$  suffisamment grande par rapport à la plus grande des périodes des interfaces  $z_n = F_n(x)$ .

Par ailleurs, ces séries de Fourier sont théoriquement infinies et doivent donc être tronquées à partir d'un nombre de coefficients  $L$  suffisamment grand, tel que les plus petites périodes des interfaces  $z_n = F_n(x)$  soient correctement prises en compte.

Alors, pour chaque couche  $n$ , les composantes du mode TM sont données par :

$$H_y^n(x, z, \omega) = H_0 \sum_{l=0}^L \left[ A_l^n e^{R_l^n z} + B_l^n e^{-R_l^n z} \right] \cos(k_l x)$$

$$E_z^n(x, z, \omega) = -\frac{H_0}{\sigma_n} \sum_{l=0}^L R_l^n \left[ A_l^n e^{R_l^n z} - B_l^n e^{-R_l^n z} \right] \cos(k_l x) \quad (5)$$

$$E_x^n(x, z, \omega) = -\frac{H_0}{\sigma_n} \sum_{l=0}^L k_l \left[ A_l^n e^{R_l^n z} + B_l^n e^{-R_l^n z} \right] \sin(k_l x)$$

où  $R_l^n = \sqrt{k_l^2 - i\omega\mu_0\sigma_n}$  et  $k_l = \frac{2\pi l}{\lambda}$  note le nombre d'onde

### 2.2.2. mode TE

La résolution du mode TE ne présente pas de difficultés supplémentaires, mis à part que le champ d'excitation  $E$  n'est pas constant. Nous donnons le système d'équations.

- Dans l'air, on trouve :

$$E_y = -i\omega\mu_0 H_0 \sum_{l=0}^L A_l \cos k_l x \quad (6)$$

$$H_x = H_0 \left[ 1 + \sum_{l=0}^L A_l k_l e^{k_l z} \cos k_l x \right] \quad \text{et} \quad H_z = H_0 \sum_{l=0}^L A_l k_l e^{k_l z} \sin k_l x$$

- Dans l'eau, les équations (1) concernant le mode TE conduisent dans chaque couche au système :

$$E_y^n(x, z, \omega) = i\omega\mu_0 H_0 \sum_{l=0}^L \left[ B_l^n e^{R_l^n z} + C_l^n e^{-R_l^n z} \right] \cos(k_l x)$$

$$H_x^n(x, z, \omega) = -H_0 \sum_{l=0}^L R_l^n \left[ B_l^n e^{R_l^n z} - C_l^n e^{-R_l^n z} \right] \cos(k_l x) \quad (7)$$

$$H_z^n(x, z, \omega) = -H_0 \sum_{l=0}^L k_l \left[ B_l^n e^{R_l^n z} + C_l^n e^{-R_l^n z} \right] \sin(k_l x)$$

Pour chaque mode, les coefficients  $A_l^n$  et  $B_l^n$  d'une part, et  $A_l$ ,  $B_l^n$  et  $C_l^n$  d'autre part, sont calculés grâce aux conditions de continuité aux interfaces. Pour le mode TM, on écrit la continuité de  $H_y$  et de la composante tangentielle de  $\mathbf{E}$ , que l'on peut noter :

$$[\mathbf{E} \cdot \boldsymbol{\tau}] = \left[ E_x + E_z \frac{dF_n(x)}{dx} \right] = 0 \quad (8)$$

Pour le mode TE, on écrit la continuité de  $E_y$  et  $H_x$ . On obtient ainsi deux systèmes comportant autant d'équations que d'inconnues, que l'on peut résoudre par l'inversion d'une matrice bande. Cette procédure est décrite par Osella et Martinelli dans [3] et [4].

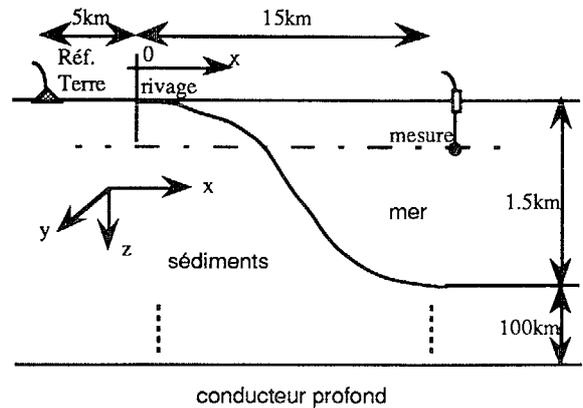


Figure 1 : exemple de plan de coupe d'étude 2D.

### 3. SIMULATIONS

La résolution matricielle des systèmes (5) et (7) pour le 2D, ainsi que la méthode de résolution 1D ont été programmées en C. Sur SUN Sparc20, il faut environ 3 heures de calcul pour des géométries de 200kmx100km présentant une interface 2D.

#### 3.1. Simulations 1D

Pour cette étude, on propose une approche simplifiée de la structure interne du globe, qui conduit à une décomposition du milieu en trois couches :

- la couche supérieure est formée par de l'eau de mer de conductivité  $3\Omega^{-1}m^{-1}$ .
- la couche moyenne est très résistante. Le paramètre représentatif est la résistance transversale, produit de la résistivité par l'épaisseur de la couche : elle peut atteindre  $3.10^9\Omega.m^2$ .
- les couches plus profondes sont modélisées par une couche homogène, unique et infinie dénommée dans la suite "magma". Cette couche présente une conductivité de  $20\Omega^{-1}m^{-1}$ , donc très supérieure à la conductivité de la couche moyenne.

D'un point de vue qualitatif, l'énergie EM se dissipe par effet joule dans les zones conductrices. On introduit la notion d'épaisseur de peau, définie par la profondeur au-delà de laquelle le champ magnétique est atténué de plus d'un facteur  $exp(1)$  :

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \sigma \omega}} \quad (9)$$

Pour des fréquences très basses (environ  $10^{-4}Hz$ ), l'épaisseur de mer est insignifiante, puis l'onde traverse pratiquement sans atténuation l'écorce terrestre jusqu'au magma, où elle se dissipe assez rapidement dans cette couche très conductrice. Les ondes

de fréquences élevées sont par contre très atténuées dans la couche de mer, puis traversent sans atténuation supplémentaire la couche isolante de sédiments, avant d'être très rapidement dissipées dans le magma.

#### 3.2. Simulations 2D

Nous utilisons la modélisation géologique précédente (fig.1) en prenant également en compte les variations du fond de la mer. La figure 2 présente le résultat d'un calcul d'effet côtier. La description précise du problème est donnée sous la figure.

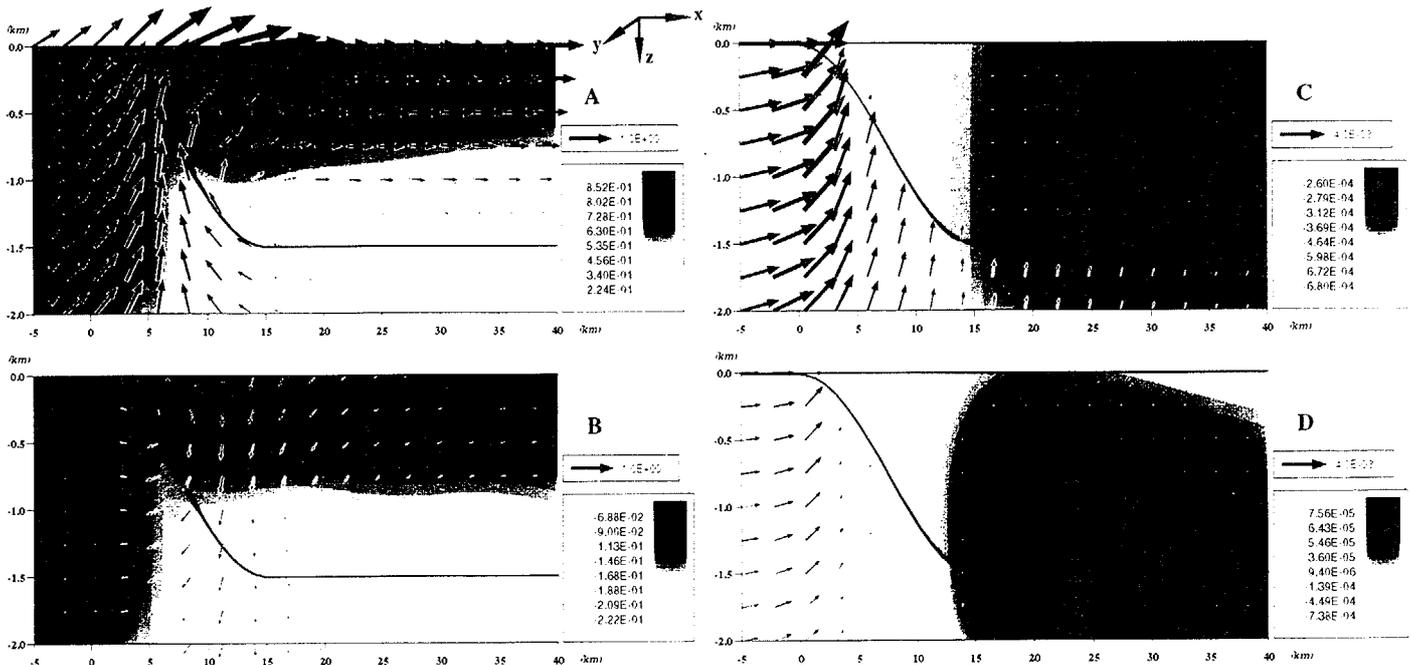
##### 3.2.1. Cartes de champ dans le plan de coupe à $10^{-2}Hz$

Dans le cas d'un milieu stratifié 1D (illustré par la partie droite des figures A et B), on observe une décroissance régulière de  $H_y$  avec la profondeur. Les champs de vecteurs sont horizontaux car la composante verticale  $H_z$  est nulle en 1D. Ces remarques s'appliquent également pour le champ électrique.

Dans le cas de l'effet côtier, on observe une forte composante verticale du champ magnétique (A et B) et électrique (C et D).  $E_y$  ne décroît pas régulièrement en fonction de la profondeur comme dans le cas 1D et  $H_y$  présente cette décroissance régulière seulement dans l'eau de mer, assez loin de la côte. Pour une profondeur donnée, on remarque en effet que  $H_y$  est plus faible à proximité de l'interface eau/sédiments : il faut donc retenir que la distance du capteur au fond de l'eau influence plus fortement  $H_y$  que la profondeur d'immersion.

Sur C et D, nous soulignons que c'est le champ électrique qui est représenté et non la densité de courant : vue la faible conductivité des sédiments, le courant électrique y est environ trois ordres de grandeur plus faible que dans l'eau de mer.

Sur C, on remarque que le courant électrique dans les sédiments cherche à rejoindre l'eau de mer plus conductrice.



**Figure 2 :** champs de vecteurs magnétiques (partie réelle en A, imaginaire en B) et électriques (partie réelle en C, imaginaire en D) calculés à  $10^{-2}Hz$  pour  $H_0=1$ . Les niveaux de gris de A et B (resp. C et D) correspondent à  $H_y$  (mode TM) (resp.  $E_y$  (mode TE)) et les vecteurs à la résultante de  $H_x$  et  $H_z$  (mode TE) (resp.  $E_x$  et  $E_y$  (mode TM)). Le problème résolu est symétrique : fond maximal de 1500m, largeur de décroissance du fond de 15km, largeur de mer de 110km, largeur de terre de 100km, magma à 100km de profondeur,  $\sigma_{mer}=3\Omega^{-1}m^{-1}$ ,  $\sigma_{sédiments}=10^{-3}\Omega^{-1}m^{-1}$ ,  $\sigma_{magma}=20\Omega^{-1}m^{-1}$ . On représente ici un zoom autour de la zone côtière.



Sur D, la tâche plus sombre indique que du courant électrique  $\sigma_{mer} \times E_y$  circule parallèlement à la côte.

Ce phénomène explique que le champ de vecteurs magnétiques en A forme une boucle presque fermée dans le plan de coupe, autour de la circulation de courant électrique sur D et en quadrature avec celle-ci. Dans le cas où l'on modélise un chenal (par exemple entre un continent et une île), on trouve donc que la composante  $H_z$  est en opposition de phase de part et d'autre de l'axe du chenal.

### 3.2.2. Filtrés de transfert

Dans [1], Egbert montre que sous l'hypothèse d'onde plane incidente que nous satisfaisons, toute composante EM en un point peut se déduire de deux composantes indépendantes en un autre point. En 2D, la décomposition en modes TE et TM assure ce découplage : nous avons traditionnellement choisi comme composantes de référence  $H_x$  et  $H_y$ .

Sur la figure 3, nous présentons le module et la phase de la fonction de transfert  $H_{xMer}/H_{xTerre}$  (fig.1). La courbe A présente les facteurs d'amplification de la composante  $H_x$  entre la mesure terre et la mesure mer, la courbe B présente le déphasage correspondant.

On constate que les facteurs d'amplification les plus forts sont obtenus à 15km du rivage, c'est-à-dire à la verticale de la fin de la décroissance du fond. A 30km du rivage l'amplification due au caractère 2D de la zone est encore sensible, mais les fréquences les plus affectées sont plus basses, alors qu'elles sont plus élevées pour la mesure à 7.5km.

Il faut donc retenir qu'il existe une corrélation entre la fréquence à laquelle les effets géomagnétiques induits sont les plus forts et l'éloignement de la mesure aux inhomogénéités 2D. Cette corrélation existe également avec la taille géométrique de l'inhomogénéité : plus elle est locale, plus les fréquences les plus affectées sont élevées.

Sur la figure 3, on constate également que les déphasages s'annulent aux fréquences des maxima d'amplification. On a pu

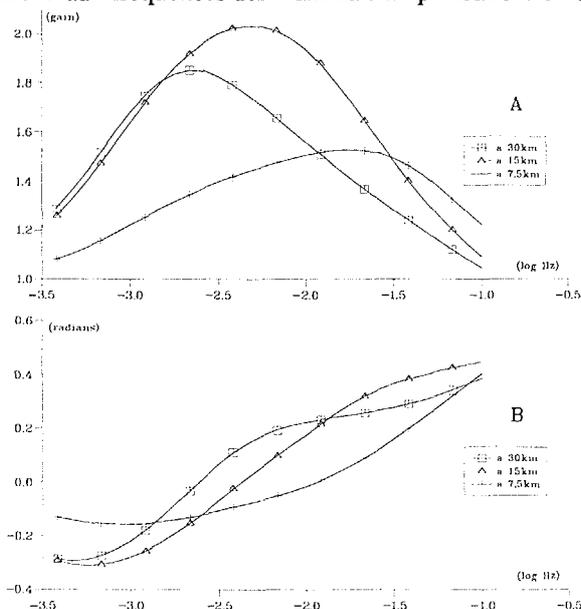


Figure 3 : fonctions de transfert  $H_{xMer}/H_{xTerre}$  (module en A, phase en B). La référence à terre est placée à 5km du rivage, les mesures en mer sont effectuées à 200 mètres de profondeur à 7.5, 15 et 30km du rivage. Le modèle géologique est celui de la figure 2.

observer par ailleurs que les rotations de phase qui accompagnent les amplifications dues aux inhomogénéités 2D sont de signe opposé à celles liées à l'atténuation des ondes EM dans la colonne d'eau. On a également remarqué que ces dernières sont plus fortes pour des fréquences plus élevées (figure 3) et lorsque les capteurs sont plus près du fond.

## 4. REMARQUES SUR LA MÉTHODE

La méthode mise en oeuvre ici utilise des séries de Fourier et calcule le champ électromagnétique comme une déformation du champ normal obtenu en milieu tabulaire. Ce genre de méthode est bien adapté à des géométries multicouches 2D présentant des pentes douces mais ne prétend pas résoudre tous les types de problèmes.

Par ailleurs, la périodisation intrinsèque de la structure, à laquelle s'ajoute le nécessaire rebouclage du courant dans le plan de coupe en mode TM, implique l'utilisation de "longueurs d'ajustement" très importantes en basse fréquence de part et d'autre des inhomogénéités 2D. Pour prendre en compte les petits détails de cette inhomogénéité, il faut donc utiliser un grand nombre de coefficients de Fourier, ce qui rallonge le temps de calcul et peut éventuellement poser des problèmes de précision.

## 5. CONCLUSION

Cette étude a montré que de très forts effets géomagnétiques induits sont mesurables en eaux peu profondes, en zone côtière ou au niveau des marges continentales. L'ordre de grandeur des facteurs d'amplification obtenus par ces simulations entre la zone moins profonde et la zone plus profonde est tout à fait compatible avec des expérimentations effectuées par le CEA/LETI [5]. Les déphasages rencontrés de part et d'autre d'un "chenal" sont également assez bien expliqués.

Pour aller plus avant, il serait en particulier souhaitable de disposer d'un outil de simulation plus performant, qui permette de prendre en compte des inclusions, des gradients de conductivité et éventuellement des géométries 3D, de développer les approches par identification de fonctions de transfert et de disposer de mesures issues de sites variés.

## 6. BIBLIOGRAPHIE

- [1] Egbert G.D., "A multivariate approach to the analysis of geomagnetic array of data", *Ph. D. University of Washington, Geophysics*, 1987.
- [2] Berdichevsky M.N., Zhdanov M.S., "Advanced theory of deep geomagnetic sounding", *New-York: Elsevier*, 1984.
- [3] Osella A.M., Martinelli P., "Obtencion de las características de una cuenca a partir de sondajes MT", *Revista Brasileira de Geofísica*, vol 9, 1991. (en espagnol)
- [4] Osella A.M., Martinelli P., "Magnetotelluric response of anisotropic 2-D structures", *Geophys. J. Int.*, vol. 115, pp. 819-828, 1993.
- [5] Blanpain R., *et al.*, "Réalisation de relevés et de cartes magnétiques de zones d'expérimentation - Rapport de synthèse", *Note LETI DSYS/SETIA/010792/C291*, juillet 1992.