# INVERSIONS DE TOMOGRAPHIE PAR RÉSEAUX NEURONAUX

## Yann STEPHAN

Sylvie THIRIA, Fouad BADRAN

Centre Militaire d'Océanographie EPSHOM, BP 426 29275 BREST CEDEX Centre National des Arts et Métiers 292, Rue Saint-Martin 75003 PARIS

#### RÉSUMÉ

Cet article présente une méthode d'inversion non-linéaire pour les données de Tomographie Acoustique Océanique. Cette méthode utilise les capacités des réseaux de neurones artificiels de type multicouches à apprendre une relation «entrée-sortie» à partir d'exemples. Dans le cas de la tomographie, il s'agit d'approximer la relation liant les temps d'arrivées des rayons acoustiques propagés entre une source et un récepteur aux profils de célérité du milieu (modèle inverse). Les résultats obtenus sur des données simulées sont meilleurs qu'avec un schéma classique d'inversion linéaire.

#### 1. INTRODUCTION

La Tomographie Acoustique Océanique (TAO) est une méthode d'observation globale de l'océan (Munk & Wunsch, 1979). Le principe repose sur la bonne transmission du son dans l'océan sur de longues distances. Les temps d'arrivée d'un signal sonore propagé entre des sources et des récepteurs sont inversés pour retrouver les caractéristiques physiques du milieu (célérité, température, salinité, courant,...). En général, les méthodes d'inversion utilisent une linéarisation autour d'un état de référence du milieu. On inverse alors les anomalies de temps (différence entre les temps de propagation réels et ceux dans le milieu de référence) pour estimer les anomalies de célérités (différence entre le milieu réel et le milieu de référence) (Gaillard, 1992, Howe, 1987). L'hypothèse sous-jacente est que les perturbations des trajectoires des rayons dans le milieu réel sont du deuxième ordre par rapport aux trajectoires dans le milieu de référence. Une telle hypothèse peut être difficile à vérifier et peut s'avérer fausse si le profil de référence est mal connu ou si les perturbations du milieu sont importantes. Nous présentons dans cette article une méthode d'inversion non-linéaire qui s'affranchit de cette hypothèse. La méthode repose sur l'utilisation des réseaux de neurones artificiels. Le principe est d'entraîner un réseau de type Perceptron Multicouches sur un ensemble d'exemples de comportement de la fonction inverse liant les temps d'arrivée aux profils de célérité.

#### **ABSTRACT**

In this paper, we present a non-linear inverse method for Ocean Acoustic Tomography. This method relies upon the ability of multilayered artificial neural networks to learn an «input-output» relation from examples. As far as Acoustic Tomography is concerned, the goal is to approximate the relation between the travel times of rays propagated between a source and a receiver and the sound velocity profiles of the medium. The results of simulated data inversion are better than those obtained with a usual linear scheme.

La seconde partie de cette article rappelle le principe et les propriétés de la TAO. La troisième partie présente la méthode d'inversion et les résultats comparés à ceux obtenus par inversion linéaire dans le cas de simulations en environnement de type méditerranéen.

# 2. RAPPELS SUR LA TOMOGRAPHIE ACOUSTIQUE OCÉANIQUE

## 2.1. Principe et propriétés

La TAO repose sur la propagation d'un signal sonore entre des paires sources-récepteurs. Pour une paire donnée, on mesure les temps d'arrivée du signal émis (propagation à trajets multiples). Ces temps d'arrivée sont inversés pour retrouver le champs de célérité du milieu, ainsi que ses caractéristiques physiques (température, salinité, densité,...).

Le son se propageant très vite dans l'Océan, la TAO permet d'avoir une vue synoptique d'une zone océanique. C'est là l'intérêt majeur de la Tomographie qui est la seule méthode permettant l'estimation quasiment instantanée des paramètres acoustiques et physiques de l'océan sur plusieurs centaines de kilomètres. La possibilité de répéter les mesures à une cadence élevée permet également de remonter à la dynamique du milieu et à son évolution temporelle.

Les expériences de tomographie utilisent généralement un réseau d'instruments dont la disposition (latitude, longitude et immersion) est adaptée à la nature et aux

échelles caractéristiques des phénomènes ou de la zone océanique que l'on cherche à étudier. La tomographie est par nature un système de mesures intégrales: on mesure des temps de parcours le long d'un trajet acoustique. La résolution de la mesure n'est donc pas comparable avec celle des moyens de mesures usuels (sondes de température, courantomètres,...). La résolution horizontale est donnée par le nombre d'instruments. La résolution verticale (résolution avec laquelle on peut restituer les profils de célérités) est donnée par le nombre de trajets que l'on peut mesurer (pour chaque paire d'instruments).

#### 2.2. Le problème inverse en Tomographie

Nous nous plaçons dans le cas d'une expérience comprenant une source et un récepteur (tomographie dans le plan vertical ou «single-slice tomography» comme représenté sur la figure 1). Le profil de célérité c(z) est supposé indépendant de la distance source-récepteur (milieu stratifié). Le temps de trajet du signal le long d'une trajectoire  $R_i$  joignant la source au récepteur (rayon propre) est donné par la formule:

$$t_{i} = \int_{R_{i}} \frac{ds}{c(z)} \tag{1}$$

où l'effet du courant est négligé et où ds désigne la longueur d'arc élémentaire. Le problème inverse consiste à résoudre le système défini par les équations donnant le temps de trajet pour N rayons propres identifiables (pour lesquels on sait associer le temps d'arrivée du rayon et sa géométrie). Ce système s'écrit:

$$\begin{bmatrix} t_1 \\ \dots \\ t_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1(c(z)) \\ \dots \\ G_N(c(z)) \end{bmatrix} \quad \text{avec } G_i(c) = \int_{R_i} \frac{ds}{c}$$
 (2)

Les techniques d'inversions usuelles en tomographie utilisent la linéarisation du profil c(z) autour d'un profil de référence  $c_o(z)$ . En écrivant  $c(z) = c_o(z) + \delta c(z)$  et en considérant que la perturbation de célérité n'influe qu'au deuxième ordre sur la trajectoire des rayons (on suppose

donc que les trajectoires sont les mêmes dans le milieu perturbé que dans le milieu de référence), on peut réécrire l'équation (1) sous la forme:

$$\delta t_{i} = -\int_{R_{i}} \frac{\delta c(z)}{c_{o}(z)} ds$$
 (3)

où  $\delta t_i$  est la perturbation du temps d'arrivée (différence entre le temps mesuré et le temps calculé dans le milieu de référence) engendrée par la perturbation de célérité  $\delta c$ . L'étape suivante de la résolution consiste à se donner une représentation de la perturbation. Cette représentation (paramétrisation) peut être spatiale (décomposition canonique sur des fonction noyaux de type créneau ou triangle) ou peut résulter d'une décomposition sur une base de modes verticaux dynamiques ou empiriques. Quelque soit la méthode choisie, on peut écrire:

$$\delta c(z) = \sum_{j=1}^{M} m_{j} \cdot K_{j}(z)$$
(4)

où  $(K_j)_{j=1,\dots,M}$  désigne la famille de fonctions de la paramétrisation. On peut alors se ramener au formalisme suivant:

$$\delta t_{i} = \sum_{j=0}^{M} m_{j} \cdot g_{i,j}$$
 avec  $g_{i,j} = -\int_{R_{i}} \frac{K_{j}(z)}{c_{o}^{2}(z)} \cdot ds$  (5)

La relation (5), écrite pour l'ensemble des rayons, permet de se ramener à un système linéaire:

$$\delta t = G.m$$
 avec  $G = (g_{i,j})_{i;j=1,...N;1,...M}$  (6) dans lequel les coefficients  $g_{i,j}$  peuvent être calculés numériquement.

# 3. INVERSIONS NON LINÉAIRES PAR RÉSEAUX MULTICOUCHES

Le problème direct de la tomographie est résolu par un modèle de propagation acoustique qui permet d'avoir, pour un profil de célérité donné, la géométrie et les temps d'arrivée des différents rayons. Une façon non linéaire de résoudre le problème inverse est de trouver une

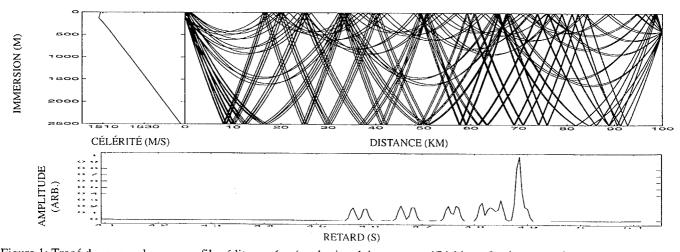


Figure 1: Tracé de rayons dans un profil méditerranéen (sur le signal, les rayons réfléchis au fond et en surface ont été supprimés).



approximation de la relation liant les temps d'arrivée aux profils de célérité. Il s'agit donc d'un problème d'approximation de fonction multi-dimensionnelle que, par nature, sont capables de résoudre les réseaux de neurones artificiels de type multicouches.

#### 3.1. Méthode

Le problème de l'approximation d'une fonction réelle multi-dimensionnelle se pose en ces termes (Poggio & Girosi, 1990): étant donnée une fonction

$$F: \mathfrak{R}^Q \to \mathfrak{R}^P$$

$$\underline{\mathbf{x}} = (\mathbf{x}_1, ..., \mathbf{x}_O) \rightarrow \underline{\mathbf{y}} = (\mathbf{y}_1, ..., \mathbf{y}_P) = F(\underline{\mathbf{x}}),$$

connue en certains points (c'est-à-dire sur un ensemble  $\mathcal{L}$  de N exemples  $(x^0,y^0)$ ), il s'agit de trouver une fonction  $G(W,\underline{x})$  qui donne la meilleure approximation possible de F sur  $\mathcal{L}$ . W est un vecteur désignant les paramètres internes de G. L'assertion précédente revient à trouver une valeur de W noté W\* telle que:

$$\|G(W^*, \underline{x}) - F(\underline{x})\| \le \|G(W, \underline{x}) - F(\underline{x})\| \tag{7}$$

pour tout W. La notation  $\|...\|$  représente une norme arbitraire de  $\Re^P$ . Ce formalisme d'approximation est général est peut facilement être interprété en terme de réseaux de neurones de type multicouche: la fonction  $G(W,\underline{x})$  généralise la fonction F à partir d'un ensemble connu (appris) d'exemples. Cet ensemble constitue la base d'apprentissage. Les paramètres W sont les poids des connexions entre neurones. Pour l'approximation, le réseau est construit de la façon suivante. Chaque composante d'entrée est codée sur un neurone d'entrée (la couche d'entrée a donc Q neurones). Chaque composante de sortie est codée sur la couche de sortie (la couche de sortie a donc P neurones). La configuration optimale W\* est déterminé par minimisation de la fonction de coût E(W) définie par:

$$E(W) = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{N} \sum_{j=1}^{P} \left[ y_{jm}(W, \underline{x}_{m}^{0}) - y_{jm}^{0} \right]^{2}$$
 (8)

Un algorithme de minimisation classique est celui de la rétropropagation du gradient (Rumelhart et Al, 1986).

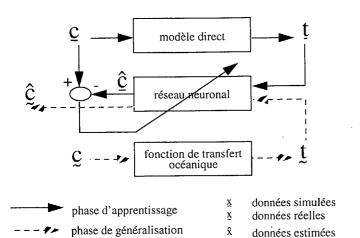


Figure 2: principe de l'inversion par réseaux neuronaux.

#### 3.2. Application

Le schéma général de l'inversion par réseau de neurones est donné en figure 2. Nous présentons les résultats de l'approche neuronale dans le cas de la simulation d'une expérience de tomographie en Méditerranée. Une source est placée à 100 mètres de profondeur. Un récepteur est placé à 100 kilomètres de la source à une immersion de 400 mètres. Les temps d'arrivées et la géométrie des trajets acoustiques sont calculés à partir d'un modèle de propagation (tracé de rayons). Un ensemble de 1234 profils de célérités c(z) est constitué à partir de valeurs statistiques à immersions standards. Chaque profil est ainsi décrit par ses valeurs de célérité en 4 immersions particulières 0-130-195 et 300 mètres. Les plages de variation des valeurs de célérité sont respectivement S =[1507.6,1510.6] x [1507.0,1508.7] x [1509.0,1509.8] x [1511.3,1511.5].

Le modèle direct donne les temps d'arrivées des rayons en fonction du profil de célérité. Pour chaque profil, on simule le signal reçu au récepteur pour un signal source de fréquence porteuse 400 Hz et de largeur de bande 100 Hz (signaux habituellement utilisés en tomographie - Mauuary, 1994). Sur l'ensemble des profils, six arrivées sont extraites. Il s'agit de rayons réfractés en profondeur et correspondent aux six premiers temps d'arrivée de la figure 1. La relation à apprendre est donc la relation inverse liant ces temps d'arrivée aux paramètres de célérités, soit:

$$F: \mathcal{D} \to \mathcal{S}$$

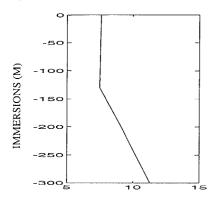
$$\underline{\mathbf{t}} = (\mathbf{t}_1, ..., \mathbf{t}_6) \rightarrow \underline{\mathbf{c}} = (\mathbf{c}_1, ..., \mathbf{c}_4).$$

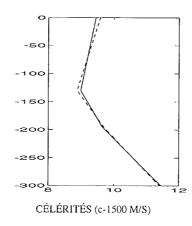
On construit la base d'apprentissage à partir de 310 exemples sur les 1234 exemples. Le réseau de neurones est composé de 6 neurones d'entrée, 5 neurones cachés et 4 neurones de sortie. L'algorithme de rétropropagation standard a été utilisé pour l'apprentissage. Les performances du réseaux sont données sur les 924 profils restants pour lesquels on dispose des couples temps-célérités exacts (donnés par le modèle de propagation) et

méthode	paramètres	c(0)	c(130)	c(195)	c(300)
MLP	erreur moyenne (m/s)	0.149	0.119	0.036	0.011
	erreur moyenne relative (%)	4.9	7.0	4.5	5.5
linéaire	erreur moyenne (m/s)	0.235	0.378	0.367	0.011
	erreur moyenne relative (%)	7.8	22.2	45.8	5.5

<u>Tableau 1</u>: résultats des inversions par réseaux de neurones et par résolution linéaire.







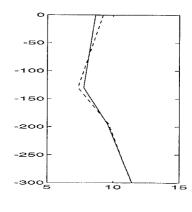


Figure 3: Inversions par réseaux de neurones dans les cas limites (erreur minimale à gauche et maximale à droite) et dans un cas moyen (au centre). Les profils réels sont en trait plein, les estimations en pointillés.

les valeurs estimées par le réseau. Ces performances sont comparées à celles obtenues par un schéma d'inversion linéaire classique (résolution du système (6) sur une base de fonctions triangulaires - Stéphan et Al, 1995-). L'ensemble des résultats sont regroupés dans le tableau 1. Des exemples significatifs de résultats sont donnés en figure 3.

#### 3.3. Discussion

Les résultats des inversions par réseaux neuronaux montrent l'efficacité de la méthode (erreurs inférieures à  $0.15\,$  m/s en absolu et inférieures à 7% en relatif). Un point important concerne la comparaison avec la méthode linéaire. Dans la base d'exemple, nous avons volontairement restreint les plages de variations des célérités de façon à ce que les profils de la base restent «proches» du profil moyen ayant servi de profil de référence  $c_0(z)$ . Ceci garantit la validité de l'hypothèse de linéarité. Même dans ce cas, la méthode inverse neuronale donne de meilleurs résultats.

D'une manière plus générale, l'inversion par réseaux de neurones paraît avantageuse sur plusieurs points: (1) c'est une méthode non linéaire fonctionnant par apprentissage. La prise en compte de connaissance a priori est aisée et peut être intégrée dans la construction de la base d'apprentissage. Un compromis doit alors être fait entre le nombre d'exemples (les temps de calculs augmentent avec le nombre d'exemple à apprendre) et la résolution (plage de variation des paramètres à estimer). (2) la méthode peut inclure sans modification d'autres paramètres significatifs que ce soit en entrée (amplitude des arrivées, angle d'arrivée, partie de signal non résolue,...) ou en sortie (gradients de célérité, coefficients de décomposition sur une base dynamique ou empirique,...) (3) Le temps de calcul est important pour l'apprentissage (dans l'application présentée dans cet article, il a fallu 10 minutes sur SparcStation 2). Par contre, l'inversion proprement dite, c'est à dire la phase de généralisation, est immédiate.

#### 4. CONCLUSION

Nous avons présenté une méthode d'inversion non linéaire pour la tomographie acoustique océanique. Cette méthode s'appuie sur les propriétés des réseaux multicouches à apprendre une relation à partir d'exemples de comportements et la généraliser sur des exemples non appris. les résultats montrent l'efficacité de la méthode et son meilleur comportement qu'un schéma classique d'inversion linéaire.

Nos travaux portent sur la généralisation de la méthode d'inversion à des milieux non stratifiés (variation du champs de célérité entre la source et le récepteur).

# 5. RÉFÉRENCES

MUNK, W. H. et WUNSCH, C. (1979) «Ocean acoustic tomography: a scheme for large scale monitoring», *Deep-Sea Research*, Vol. 26A, pp 123-161.

HOWE, B.M., WORCESTER, P.F. et SPINDEL, R.C. (1987) «Ocean acoustic tomography: mesoscale velocity», *Journal of Geophysical Research*, Vol. 92, pp 3785-3805.

GAILLARD, F. (1992) «Evaluating the content of tomographic data: Application to mesoscale observations», *Journal of Geophysical Research*, Vol. 97, no C10, pp 15,490-15,505...

MAUUARY, D. (1994) «Détection et identification pour la tomographie acoustique océanique: Étude théorique et expérimentale», Thèse de l'Institut National Polytechnique de Grenoble.

STEPHAN, Y., THIRIA, S. et BADRAN, F. (1995) «Application of multilayered neural nets to ocean acoustic tomography inversions», soumis à *Acta Acoustica*.

POGGIO, T. et GIROSI, F. (1990) «Networks for approximation and learning», *Proc. IEEE*, Vol. 78, n<sup>o</sup> 9.

RUMELHART, D.E, HINTON, G.E. and WILLIAMS, R.J. (1986) «Learning representations by back-propagating errors», *Nature*, Vol 323, pp 533-536.