

## DES INDICES DE CYCLOSTATIONNARITÉ POUR LA SURVEILLANCE DES ENGRENAGES

**Pascale PRIEUR, Guy D'URSO**

Électricité de France, Direction des Études et Recherches,  
Département Surveillance, Diagnostic, Maintenance,  
6 quai Watier, B.P. 49, 78401 Chatou.

### RÉSUMÉ

La dégradation des engrenages introduit des périodicités du second ordre dans le signal de surveillance. Des indices de cyclostationnarité de ce signal, relatifs aux fréquences de défaut des engrenages, fournissent des descripteurs pertinents de leur état de dégradation.

La sensibilité et la robustesse de ces indices sont illustrées sur des simulations réalisées sur des signaux synthétiques et des signaux de banc d'essais.

### INTRODUCTION

Les machines tournantes auxiliaires des centrales nucléaires font l'objet d'une surveillance. Cette surveillance répond à une instruction de maintenance imposant à l'exploitant de réaliser un diagnostic dès que le système de surveillance détecte une anomalie. Dans ce cadre, les machines ont été équipées d'embase destinées à recevoir des accéléromètres.

Les méthodes utilisées traditionnellement pour observer une modulation du signal de surveillance provoquée par la dégradation des engrenages sont l'analyse spectrale, l'analyse d'enveloppe et l'analyse cepstrale [1], [2]. Elles suivent une approche globale ; les descripteurs élaborés considèrent tout le signal temporel disponible.

La non-stationnarité introduite dans le signal de surveillance par la dégradation des engrenages peut être mise en évidence par une approche locale. Cela consiste à évaluer une distance entre des caractéristiques du signal mesurées localement et sur une période temporelle plus longue [3], [4]. La complexité calculatoire d'une telle approche est rédhibitoire, compte tenu des performances obtenues.

Or, la dégradation des engrenages introduit des périodicités du second ordre, supplémentaires, dans le signal de surveillance [5]. Ces périodicités sont connues a priori ; elles correspondent aux fréquences de défauts.

### ABSTRACT

Degradations on gears introduce second-order periodicities in the monitoring vibratory signal, which makes it cyclostationary. Some appropriate measures of the degree of cyclostationarity for periodically correlated processes are presented.

Their performance is evaluated by simulations, the NSR ranging from -5dB to -28dB. Their application to a fatigue test illustrates their interest for advanced fault detection on gears.

De ce fait, les descripteurs proposés se fondent sur les travaux de Gardner sur la cyclostationnarité [6]. Leur objet est d'évaluer le degré de cyclostationnarité du signal de surveillance pour les fréquences de défaut des engrenages.

Les méthodes existantes se sont principalement heurtées à la structure harmonique forte suivant la fréquence d'engrènement des signaux de surveillance, qui masque l'information sur les dégradations (environ 20dB en dessous). On peut également faire état de la sensibilité de ces méthodes au point de mesure, à des dégradations multiples, aux fluctuations aléatoires du signal de défaut.

Après une brève introduction de la corrélation spectrale, les indices de cyclostationnarité retenus sont explicités. Des simulations sur des signaux synthétiques et sur des signaux de banc d'essais font état de leur sensibilité et de leur robustesse.

### CORRÉLATION SPECTRALE

Les signaux cyclostationnaires comportent des périodicités du second ordre ; leur fonction d'autocorrélation  $R(t, \tau)$  présente des périodicités temporelles, éventuellement multiples dans le cas de signaux cyclostationnaires au sens large.

De tels signaux appartiennent à la classe des signaux non-stationnaires harmonisables [7]. Des corrélations



existent entre leurs composantes spectrales. Le support de leur fonction de distribution spectrale  $\phi(f_1, f_2)$  n'est pas restreint, à l'instar des signaux stationnaires, à la diagonale principale du plan fréquence-fréquence. Il est étendu à l'ensemble des diagonales  $D_k: f_2 = f_1 - k\alpha$ , où  $\alpha$  appelée *fréquence cyclique* est déduite des périodicités  $T$  de la fonction d'autocorrélation  $\alpha = 1 / 2\pi T$ , [8].

Signal harmonisable  $x(t)$  :

$$E[dX(f_1) \cdot dX^*(f_2)] = \phi_x(f_1, f_2) df_1 df_2,$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |\phi_x(f_1, f_2)| df_1 df_2 \text{ bornée,}$$

Support de  $\phi_x(f_1, f_2)$  pour  $x(t)$  cyclostationnaire :

$$D_k: f_2 = f_1 - k\alpha, k \in Z$$

Figure 1 : Support de la fonction de distribution pour un signal cyclostationnaire de fréquence cyclique  $\alpha$ .

On peut montrer que la fonction d'autocorrélation et la densité spectrale de puissance  $S(t, f)$  peuvent être décomposées en série de Fourier, introduisant la *fonction d'autocorrélation cyclique*  $R^\alpha(\tau)$  et la *corrélation spectrale*  $S^\alpha(f)$  :

$$R(t, \tau) = \sum_{\alpha} R^\alpha(\tau) e^{i2\pi\alpha t}, R^\alpha(\tau) = \langle R(t, \tau) e^{-i2\pi\alpha t} dt \rangle ;$$

$$S(t, f) = \sum_{\alpha} S^\alpha(f) e^{i2\pi\alpha t} \text{ et } S^\alpha(f) = \langle S(t, f) e^{-i2\pi\alpha t} dt \rangle ;$$

$$\text{où, } \langle \cdot \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \cdot dt.$$

La figure 2 illustre les relations entre la fonction d'autocorrélation, la densité spectrale de puissance et les fonctions d'autocorrélation  $R^\alpha(\tau)$  et densité spectrale cycliques  $S^\alpha(f)$ .

$$\begin{array}{ccc} R(t, \tau) & \xleftrightarrow{\tau \rightarrow f} & S(t, f) \\ \uparrow & & \uparrow \\ \alpha & & \alpha \\ S^\alpha(f) & \xleftrightarrow{\tau \rightarrow R^\alpha(\tau)} & R^\alpha(\tau) \end{array}$$

$\xleftrightarrow{\tau \rightarrow f}$  : Transformation de Fourier,  $\langle \cdot \rangle$  : Série de Fourier.

Figure 2 : Fonction d'autocorrélation, densité spectrale de puissance et notions introduites par Gardner.

Il existe un parallèle entre la théorie des signaux cyclostationnaires développée par Gardner et les représentations temps-fréquence de la classe de Cohen. Toutefois, si les représentations temps-fréquence supposent les signaux harmonisables, elles ne présument nullement du support de leur fonction de distribution spectrale, au contraire de la corrélation spectrale. Les représentations temps-fréquence et la corrélation spectrale correspondent de fait à des finalités différentes.

Les représentations temps-fréquence s'intéressent aux modifications temporelles du contenu spectral des signaux ; les corrélations entres incréments spectraux, résultant du filtrage quadratique, sont envisagées comme des artefacts. En revanche, la théorie de Gardner se focalise sur ces corrélations, significatives de la périodicité au second ordre des signaux. Cela conduit à des espaces de représentations différents, temps-fréquence pour les représentations temps-fréquence et fréquence-fréquence cyclique pour la corrélation spectrale.

RTF (Energie finie)	Fonction d'ambiguïté $\rho_x(\tau, \nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-i2\pi\nu t} dt$ Distribution de Wigner-ville $E_x(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_x(\tau, \nu) e^{i2\pi(\nu t - f\tau)} d\nu d\tau$
Gardner (Puissance finie)	Fonction d'autocorrélation cyclique $R_x^\nu(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-i2\pi\nu t} dt$ Densité spectrale $S_x(t, f) = \sum_{\nu} \int_{-\infty}^{+\infty} R_x^\nu(\tau) e^{i2\pi(\nu t - f\tau)} d\tau$

Figure 3 : Relations entre les représentations temps-fréquence et la théorie de Gardner.

### INDICES DE CYCLOSTATIONNARITÉ

La fonction d'autocorrélation cyclique  $R^\alpha(\tau)$  d'un signal cyclostationnaire correspond à l'intercorrélation de deux versions de ce signal décalées en fréquence, de  $+\alpha / 2$  et  $-\alpha / 2$  [6].

Par transformation de Fourier, on en déduit qu'un signal  $x(t)$  est cyclostationnaire de fréquence cyclique  $\alpha$  s'il existe deux raies spectrales distantes de  $\alpha$  qui soient corrélées.

$$R_x^\alpha(\tau) = R_{uv}(t, \tau),$$

$$S_x^\alpha(f) = S_{uv}(f) = \left\langle X_T\left(t, f + \frac{\alpha}{2}\right) \cdot X_T^*\left(t, f - \frac{\alpha}{2}\right) \right\rangle,$$

$$\text{où, } \begin{cases} u(t) = x(t) e^{-i\pi\alpha t} \\ v(t) = x(t) e^{+i\pi\alpha t} \end{cases} \text{ et } X_T(t, f) = \int_{t-T/2}^{t+T/2} x(k) e^{-i2\pi f k} dk.$$

Un premier indice de cyclostationnarité peut consister à évaluer, la cohérence entre composantes fréquentielles distantes de  $\alpha$ , autrement dit la cohérence entre les deux versions décalées en fréquence de  $x(t)$ . Soit la *cohérence spectrale cyclique*  $C_x^\alpha(f)$  :

$$C_x^\alpha(f) = \frac{S_x^\alpha(f)}{[S_x(t, f - \alpha / 2) S_x(t, f + \alpha / 2)]^{\frac{1}{2}}}$$

Cet indice est mal adapté à la surveillance des engrenages. En effet, si l'on connaît a priori les fréquences cycliques  $\alpha$  introduites par une dégradation (les fréquences de défaut), l'information utile sur la dégradation est répartie sur toute la bande spectrale des signaux de surveillance. De plus, cette répartition dépend de la structure mécanique propre à chaque machine et du point de mesure considéré.

L'indice de cyclostationnarité  $\delta(\alpha)$ , proposé par [8], calcule la corrélation entre incréments spectraux sur les diagonales  $D_k$ , puis normalise par la corrélation obtenue sur la diagonale principale :

$$|\delta_x(\alpha)|^2 = \frac{\left| \int_{-\infty}^{+\infty} S_x^\alpha(f) df \right|^2}{\left( \int_{-\infty}^{+\infty} S_x(t, f) df \right)^2} \text{ et } \delta_x(\alpha) \leq 1, \forall \alpha, \delta_x(0)=1.$$

Une autre voie pour apprécier le degré de cyclostationnarité d'un signal  $x(t)$  est de mesurer la "distance" qui le sépare du signal stationnaire le plus proche. Ce signal stationnaire est caractérisé par la densité spectrale  $S(f)$  déduite par moyennage temporel de celle du signal  $x(t)$ . Le degré de cyclostationnarité  $DCS_x$  effectue cette mesure au sens des moindres carrés :

$$DCS_x = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \langle |S_x(t, f) - S_x(f)|^2 \rangle df}{\int_{-\infty}^{+\infty} |S_x(f)|^2 df}, \text{ où } S_x(f) = \langle S_x(t, f) \rangle.$$

Il se décompose suivant les fréquences cycliques  $\alpha$  [9] :

$$DCS_x = \sum_{\alpha \neq 0} DCS_x^\alpha, \text{ avec } DCS_x^\alpha = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} |S_x^\alpha(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{+\infty} |S(f)|^2 df};$$

$$DCS_x(\alpha) \leq 1, \forall \alpha \text{ et } DCS_x(0)=1.$$

Les indices de cyclostationnarité retenus sont  $\delta(\alpha)$  et les racines carrées des  $DCS^\alpha$ , notées  $dcs(\alpha)$ . Ils ont des ordres de grandeur comparables et sont homogènes à des ratios de puissance.

## SIGNAUX SYNTHÉTIQUES

Le modèle retenu pour les signaux synthétiques se fonde sur la description des phénomènes physiques donnée par Mark [10].

$$s(t) = k(t) \cdot [W_0 + m(t) + e(t)],$$

$s(t)$  : signal vibratoire de surveillance,

$k(t)$  : structure harmonique suivant la fréquence  $f_{eng}$ ,

$W_0$  : force transmise,

$m(t)$  : interaction moyenne entre les dents en prise,

$e(t)$  : signal de défaut engendré par une dent abîmée.

$m(t)$  résulte de la convolution entre une fenêtre de hanning normalisée et un peigne de Dirac.

$$m(t) = A_m h(t) * \sum_p \delta(t - pT_{eng}) + b(t), \text{ où } T_{eng} \text{ et } f_{eng}$$

sont la période et la fréquence d'engrènement. Le bruit  $b(t)$  est gaussien  $N(0, \sigma_m^2)$ .

Lorsque la dent  $i$  de la roue de période de rotation  $T_r$  est endommagée, le signal de défaut est :

$$e(t) = \text{choc}(t) * \sum_m \delta(t - iT_{eng} - mT_r), \text{ où } \text{choc}(t) \text{ est}$$

une exponentielle décroissante d'amplitude aléatoire  $N(A_e, \sigma_e^2)$ .

Le rapport signal sur bruit défini pour ces signaux est :

$$RSB = 10 \log_{10} \left( \frac{\text{Energie des chocs} \cdot \text{durée du signal}}{\text{Energie du signal} \cdot \text{durée des chocs}} \right).$$

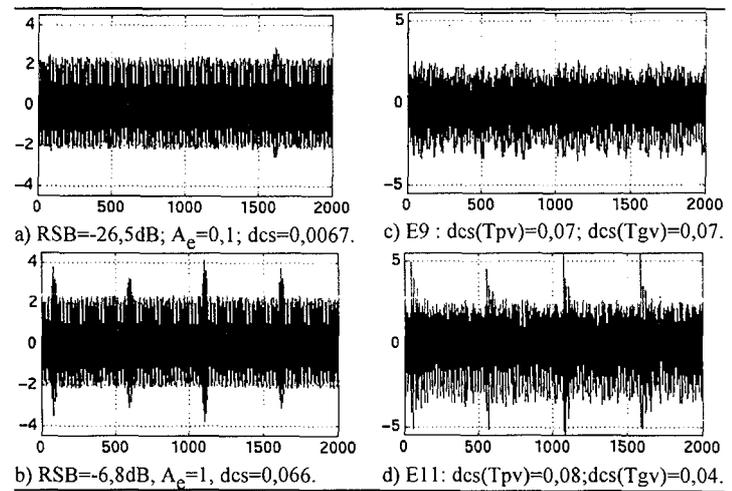


Figure 4 : Signaux synthétiques (a et b,  $\sigma_e=0,25$  ;  $\sigma_m=0,25$ ) et signaux de bancs d'essais (bet d).

Pour les simulations, la structure harmonique, la force transmise et l'amplitude  $A_m$  sont fixées. Seules les caractéristiques du signal de défaut et du bruit ( $A_e, \sigma_e, \sigma_m$ ) varient. Les écarts types  $\sigma_e$  et  $\sigma_m$  sont exprimés en pourcentage, respectivement, de l'amplitude moyenne des chocs  $A_e$  et de la force transmise  $W_0$  augmentée de  $A_m$ .

Les RSB des signaux synthétiques considérés varient de -5dB à -28dB. Deux exemples de signaux temporels synthétiques et de signaux de banc d'essais, correspondant à des dégradations précoce et avancée, sont fournis figure 4.

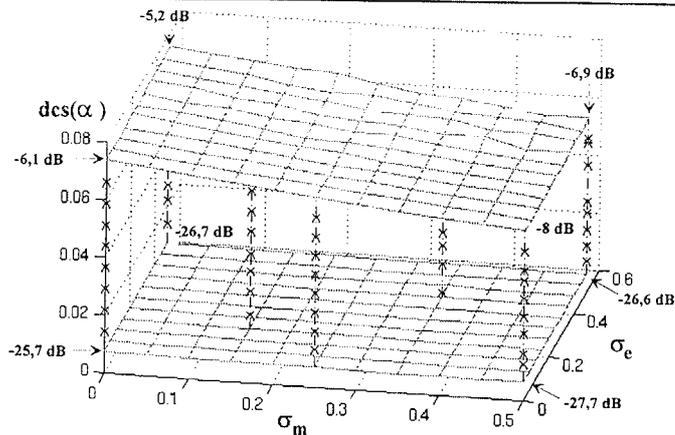
Les indices  $\delta(T_r)$  et  $dcs(T_r)$  sont obtenus par moyennage statistique sur 100 réalisations, la corrélation spectrale étant estimée par lissage fréquentiel. Ces deux indices ont un comportement similaire.

La figure 5 illustre les constatations suivantes. L'amplitude du choc pour la surface supérieure (inférieure) est  $A_e=1$  ( $A_e=0,1$ ). Les verticales signifient



une variation régulière de  $A_e$  de 0,1 à 1,  $\sigma_e$  et  $\sigma_m$  étant inchangés.

Les indices de cyclostationnarité proposés varient presque linéairement en fonction de l'amplitude moyenne du signal de défaut  $A_e$ . Si l'on considère la dynamique des indices  $dcs(T_r)$ , c'est-à-dire leur amplitude relative par rapport au fond de  $dcs(\alpha)$ , ils sont assez peu sensibles à l'aléatoire du signal de défaut. Le bruit additif joue sur la valeur moyenne du fond de  $dcs(\alpha)$ , tandis que l'amplitude aléatoire du signal de défaut le rend plus chahuté. Même dans les conditions les plus dégradées ( $A_e = 0,1$ ;  $\sigma_e = 0,5$ ;  $\sigma_m = 0,5$ ), la dynamique reste dans un facteur 10 avec l'écart type du fond de  $dcs(\alpha)$ .



surface supérieure :  $A_e = 1$  ; surface inférieure :  $A_e = 0,1$ .

Figure 5 : Influence du bruit  $\sigma_m$  et du caractère aléatoire du choc  $\sigma_e$  sur l'estimation de  $dcs(T_r)$ .

### ESSAI DE FATIGUE SUR BANC D'ESSAIS

Les degrés de cyclostationnarité  $dcs(\alpha)$  ont été estimés pour un essai de fatigue d'un train parallèle d'engrenages.

On dispose pour cet essai d'une expertise visuelle de la denture, pour 15 états. La roue grande vitesse est restée intacte pendant l'essai. Plusieurs dents de la roue petite vitesse sont endommagées à partir de l'état 10. À partir de l'état 11, la surface de denture endommagée atteint 50 % pour deux d'entre elles.

On peut constater sur la figure 6 que les indices relatifs à la roue grande vitesse n'évoluent pas, tandis que ceux associés à la roue petite vitesse se détachent très nettement.

### CONCLUSION

Les simulations montrent que les indices de cyclostationnarité proposés permettent d'observer le signal de défaut, dans des conditions de rapport signal sur bruit critiques ( $RSB \cong -28$  dB). Ceci nous amène à prétendre une détection précoce des dégradations, que confirment les résultats obtenus sur signaux de banc d'essais.

Les opérateurs de surveillance, familiers de l'analyse spectrale, devraient adopter aisément ces nouveaux descripteurs de l'état des engrenages. L'information sur la dégradation présente dans le spectre sous la forme de bandes latérales, disséminées sur toute la bande spectrale, et masquée par la structure harmonique forte suivant la fréquence d'engrènement est synthétisée par les indices de cyclostationnarité des fréquences de défaut et de leurs harmoniques.

De plus, ces indices conçus pour les engrenages pourraient être adaptés à tous les composants des machines tournantes, en particulier les roulements, dont la dégradation engendre une modulation du signal de surveillance.

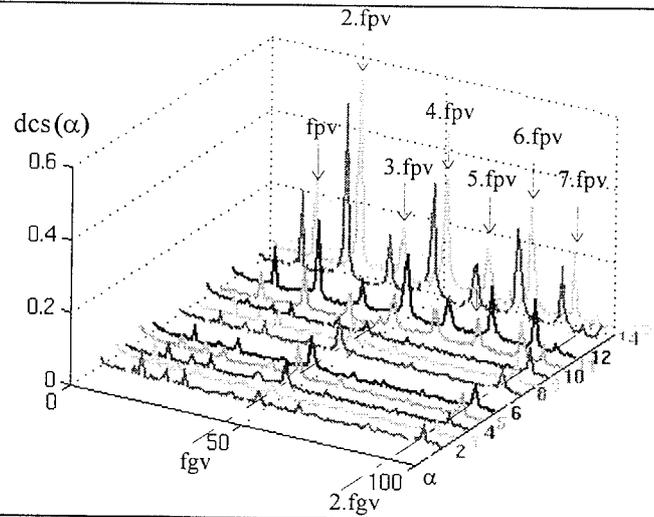


Figure 6 : Évolution des  $dcs(\alpha)$  pendant l'essai de fatigue.

### RÉFÉRENCES

- [1] P. Prieur, C. Fontanive, "Surveillance et diagnostic des engrenages", EDF, Collection de notes internes de la DER, 93NB00094.
- [2] C. Capdessus, M. Sidahmed, "Analyse des vibrations d'un engrenage : cepstre, corrélation, spectre", revue Traitement du Signal, vol. 8, n°5, pp 365-372, 1992.
- [3] K. Drouiche, "Quelques techniques du traitement du signal pour la maintenance prédictive", thèse de l'ENST, spécialité Signal et Image, 1993.
- [4] C. Andrieu, "Des méthodes de type rupture de modèle pour la surveillance des engrenages", rapport EDF DI/HP-21/94/009.
- [5] C. Capdessus, "Aide au diagnostic des machines tournantes par traitement du signal", thèse de l'INPG, spécialité Signal-Image-Parole, 1992.
- [6] W. A. Gardner, "Statistical spectral analysis. A non probabilistic theory", Prentice Hall Inc., 1988.
- [7] P. Flandrin, "Représentations temps-fréquence des signaux non stationnaires", revue Traitement du Signal, vol. 6, n°2, numéro spécial, pp 89-101, 1989.
- [8] H. L. Hurd, N. L. Gerr, "Graphical methods for determining the presence of periodic correlation", Journal of times series analysis, vol. 12, n°4, pp 337-350, 1991.
- [9] G. Zivanovic, W. Gardner, "Degrees of cyclostationarity and their application to signal detection and estimation", Signal Processing, vol. 22, n° 3, pp 287-297, march 1991.