

OPERATEURS DE DISTANCE 3D

APPLICATION A LA COMPARAISON D'IMAGES

D. COQUIN, Ph. BOLON, Y. CHEHADEH

Laboratoire d' Automatique et de Micro-Informatique Industrielle
 LAMII / CESALP - Université de Savoie - BP 806 - F-74016 Annecy Cedex - e-mail: coquin@univ-savoie.fr

RESUME

Nous proposons une méthode qui permet de comparer quantitativement des images à niveaux de gris en calculant un paramètre de dissemblance. Le principe est basé sur le calcul de la distance entre voxels en maillage parallélépipédique. Ce critère de dissemblance tient compte à la fois des erreurs sur l'amplitude et des déformations de la géométrie des structures présentes dans l'image. Le poids de chacune des classes d'erreur peut être ajusté par l'intermédiaire d'un paramètre de réglage de l'opérateur. Une application à l'évaluation d'un algorithme de compression d'image est présentée.

ABSTRACT

In this paper aiming at measuring the dissimilarity between two grey level images is introduced. It is based on a 3D local distance operator in a parrallelepipedic grid. This dissimilarity index takes intensity distortions as well as geometrical distortions into account. An application to the assessment of an image compression algorithm is presented.

1. INTRODUCTION

Savoir caractériser quantitativement la différence entre deux images est important pour de nombreuses applications (compression d'images, évaluation de différents filtrages...). Il existe des méthodes basées sur le calcul d'un critère d'erreur quadratique moyenne, mais ce critère s'avère non approprié lorsque l'on compare des images, puisqu'il ne tient pas compte des formes reproduites. Nous proposons donc une méthode basée sur la dissemblance entre deux images en niveaux de gris. En créant une image de distance, à partir de l'image de référence, il est possible de déterminer le plus court chemin d'un voxel à un autre et donc de calculer cette dissemblance entre deux images. Dans un premier temps nous rappellerons le principe de calcul de l'opérateur local de distance en maillage non-cubique. Puis nous appliquerons cette transformation de distance à la comparaison d'images. Enfin nous présenterons différents résultats.

2. TRANSFORMATION DE DISTANCE ET OPERATEURS LOCAUX

2.1 Principe

Etant donné une image contenant des points dits "points de références", on appelle transformation de distance une opération qui convertit une image binaire en une image où chaque site est affecté de la valeur de la distance au point de référence le plus proche [2]. Une telle image sera appelée image de distance. La figure 1 montre la transformation de distance 2D d'un carré de 10x10 pixels.

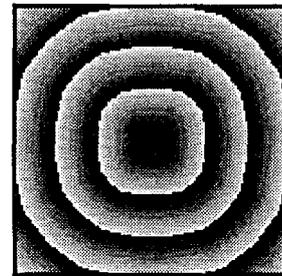


Figure 1: courbes de niveau

Un opérateur local de distance [1] permet d'approcher la distance euclidienne d_E entre deux points par propagation d'informations locales. Par un choix approprié des coefficients, il est possible de minimiser l'écart maximal entre la distance Euclidienne et la distance locale.

Le principe de fonctionnement d'un opérateur local de distance de taille $M \times M \times M$ (avec $M=2m+1$) est le suivant: la distance entre deux voxels P et Q est définie comme la longueur du plus court chemin entre P et Q . Chaque chemin est composé de déplacements élémentaires représentés par la figure 2. La longueur D du plus court chemin est définie par $D = \min(d_{ijk} + \delta_i)$ avec

- * P_i l'un des voxels voisins du voxel P
- * δ_i la longueur du plus court chemin entre Q et P_i
- * d_{ijk} la longueur du chemin entre P et P_i

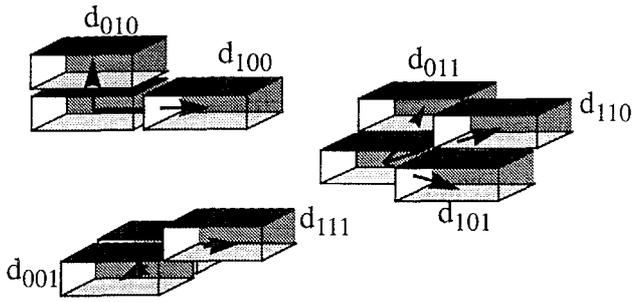


Figure 2: déplacements élémentaires pour un masque 3x3x3

2.2 Optimisation des coefficients

L'objectif est d'approcher la distance Euclidienne d_E par la distance de l'opérateur local d_L . Le critère d'optimisation utilisé est la minimisation de l'erreur maximale absolue $|d_E - d_L|$ le long d'une trajectoire sphérique.

Soit L, H et P les paramètres du voxel, représentés sur la figure 3.

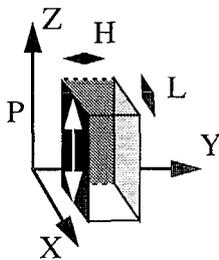


Figure 3: paramètres du voxel

Soit O l'origine de l'image 3D digitalisée. Soit x, y et z les coordonnées dans le référentiel image et X, Y et Z le référentiel spatial de travail. Soit Q(x,y,z) décrivant une trajectoire sphérique de rayon R. L'équation de la trajectoire est:

$$d_E = OQ = \sqrt{(Lx)^2 + (Hy)^2 + (Pz)^2} = R$$

Nous supposons que R est grand par rapport à L, H et P. Ainsi nous pouvons considérer comme continus les déplacements entre 2 voxels voisins.

Soient d_{ijk} les coefficients de l'opérateur $M \times M \times M$, avec i, j et k vérifiant $i, j, k \in \{0, 1, \dots, m\}$ et $\text{PGCD}(i,j,k) = 1$. Les directions des déplacements élémentaires d_{ijk} définissent des portions sphère dans l'espace image, comme le montre la figure 4.

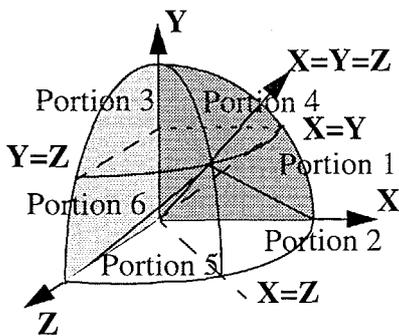


Figure 4: Portions de la sphère

Pour l'optimisation des coefficients, deux cas se présentent:

1^{er} cas: $L \leq H \leq P$

L'erreur maximale absolue normalisée se situe dans la portion 1 délimitée par les directions élémentaires d_{100} , d_{m10} et d_{m11} , elle est donnée par la relation:

$$e_{max} = \frac{E_{max}}{R} = \left| 1 - \frac{d_{100}}{L} \right| \quad \text{avec} \quad d_{100} = \frac{-2L + 2L\sqrt{1 + \lambda}}{\lambda}$$

et
$$\lambda = \frac{1}{H^2} (T_{m10} - mL)^2 + \frac{1}{P^2} (T_{m11} - T_{m10})^2$$

les autres coefficients s'obtiennent en utilisant les relations suivantes:

$$d_{ijk} = T_{ijk} \frac{d_{100}}{L} \quad \text{où} \quad T_{ijk} = \sqrt{(iL)^2 + (jH)^2 + (kP)^2}$$

2^{ème} cas: $L \geq H \geq P$

L'erreur maximale absolue normalisée se situe dans la portion 6 délimitée par les directions élémentaires d_{001} , d_{01m} et d_{11m} , elle est donnée par la relation:

$$e_{max} = \frac{E_{max}}{R} = \left| 1 - \frac{d_{001}}{P} \right| \quad \text{avec} \quad d_{001} = \frac{-2P + 2P\sqrt{1 + \lambda'}}{\lambda'}$$

et
$$\lambda' = \frac{1}{L^2} (T_{11m} - T_{01m})^2 + \frac{1}{H^2} (T_{01m} - mP)^2$$

les autres coefficients s'obtiennent en utilisant les relations suivantes:

$$d_{ijk} = T_{ijk} \frac{d_{001}}{P} \quad \text{où} \quad T_{ijk} = \sqrt{(iL)^2 + (jH)^2 + (kP)^2}$$

Ainsi, pour un opérateur 3x3x3 en maillage cubique, l'erreur maximale n'est que de 6%. Pour un opérateur 5x5x5, l'erreur maximale est de 2.6% [3] [4] [6]. Un algorithme séquentiel permet d'obtenir en deux passages une image de distance [5].

3. APPLICATION A LA COMPARAISON D'IMAGES

On cherche à évaluer numériquement la dissemblance entre une image de référence R et une image de travail T.

3.1 Principe

Soit $S \subset Z^2$ le référentiel sur lequel les images sont définies. Ces images peuvent être représentées soit par des fonctions de $S \rightarrow \{0, 1, \dots, 255\}$ notées f_R et f_T , soit par des fonctions de $S_x \{0, 1, \dots, 255\} \rightarrow \{0, 1\}$ notées F_R et F_T , avec $F(x,y,z) = 1$ ssi $f(x,y) = z$. Les voxels de l'image 3D binaire F_R de niveau 1 constituent les points de référence à partir desquels on applique une transformation de distance. Soit $D_R(x,y,z)$ l'image de distance associée. A tout pixel de l'image T, on associe la distance: $d_T(x,y) = D_R(x,y, f_T(x,y))$

La dissemblance entre les deux images est alors caractérisée par le paramètre \bar{D} donné par:

$$\bar{D} = \frac{\sum_{(x,y) \in S} d_T(x,y)}{\text{card}(S)}$$

3.2 Fonctionnement

La forme du voxel est caractérisée par les paramètres L et H dépendant de l'échantillonnage spatial de l'objet et du paramètre P, dépendant de la quantification des intensités. Pour des raisons de simplicité de calcul et de capacité de stockage on préfère généralement faire appel à des opérateurs de distance en nombre entier. A partir des coefficients optimaux réels, on obtient les coeffi-

cients entiers en multipliant par un facteur d'échelle entier N, et en arrondissant à l'entier le plus proche. En faisant varier les valeurs relatives de L et H par rapport à P, on donne un poids plus ou moins important aux distortions de forme par rapport aux différences de niveaux de gris.

En tout pixel, la distance $d_T(x,y)$ correspond au plus court chemin entre les deux images. La figure 5 montre la distance entre l'image de référence R et l'image de travail T, dans les deux cas étudiés.

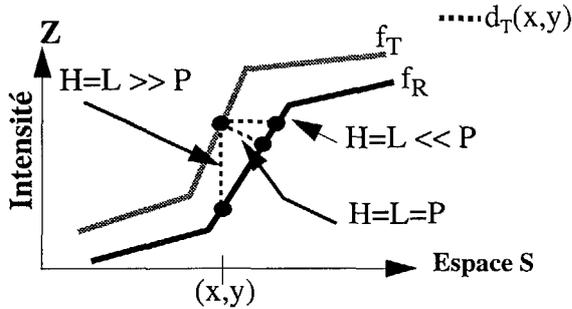


Figure 5: distances entre images

L'ajustement du paramètre P joue un rôle similaire à celui de la taille de la fenêtre d'analyse de [7].

1^{er} cas: H et L grands devant P

Les déplacements spatiaux sont très fortement pénalisés vis à vis des déplacements selon l'axe des niveaux de gris Z.

En tout pixel, la distance $d_T(x,y)$ vaut:

$$d_T(x,y) = |f_T(x,y) - f_R(x,y)|$$

Seules les différences d'intensité sont prises en compte dans le calcul de la dissemblance.

2^{ème} cas: H et L petits devant P.

Les déplacements spatiaux sont favorisés par rapport aux déplacements selon l'axe des niveaux de gris Z. Les déformations de la géométrie des structures présentes dans l'images seront ainsi pris en compte dans le calcul de la dissemblance \bar{D} . Cette méthode permet aussi de localiser dans l'image de distances les translations entre images

4. RESULTATS ET APPLICATIONS

Dans cette section seront présentés quelques résultats expérimentaux testés sur des images réelles de la banque de données du GDR 134. Nous présentons les résultats pour les deux cas cités précédemment.

1^{er} cas: H = L = P = 1

La figure 6 montre les variations de la dissemblance \bar{D} par rapport au facteur de compression au format JPEG. Afin d'étudier la dissemblance entre images, nous avons pris comme image de référence, l'image d'origine ayant subi un cycle de compression-décompression de facteur 1. Ce cycle introduit une diminution des niveaux de gris de 44 sur l'image muscle, par rapport à l'image d'origine. La dissemblance \bar{D} est calculée sur l'image muscle sous-échantillonnée (128x128) pour des raisons d'espace mémoire pour le stockage du résultat.

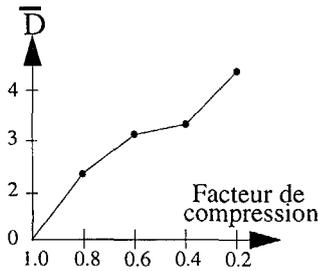


Figure 6: \bar{D} en fonction du facteur de compression

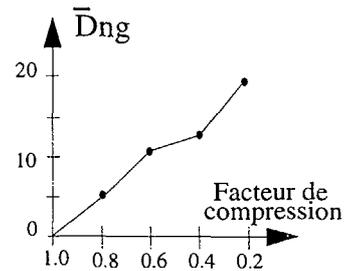


Figure 7: D_{ng} en fonction du facteur de compression

On remarque que plus l'image est dégradée (facteur de compression faible), plus la dissemblance est élevée. Il en est de même pour la moyenne de la différence D_{ng} entre niveaux de gris des images ($L = H = \infty$ et $P=1$) figure 7.

La figure 8 donne un exemple de comparaison entre une image (8a) et sa version après un cycle de compression - décompression (8b) (facteur = 80%). L'image (8c) représente la carte des distances $d_T(x,y)$ et l'image (8d) celle des écarts entre niveaux de gris ($L = H = \infty$ et $P=1$)

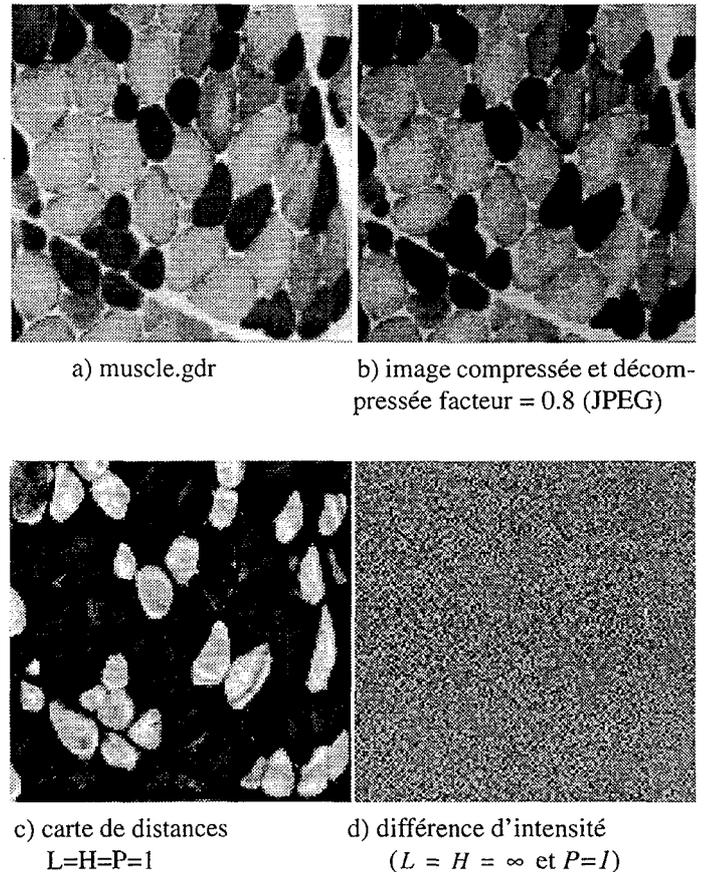


Figure 8: Test pour un facteur de compression de 0.8

L'image de distance a été calculée avec l'opérateur 3x3x3 cubique, le masque étant (7, 9, 11). La dissemblance pour cette image est de $\bar{D}=2,44$ alors que la différence moyenne entre les niveaux de gris donne une valeur moyenne de $\bar{D}_{ng}=6,01$. Bien que les écarts d'intensité soient distribués de façon stationnaire, l'image (8c) montre que la distance est plus forte dans les zones



correspondant à des cellules sombres que dans celles correspondant à des cellules claires. Ceci provient de la différence de texture entre ces deux types de région. Ces mêmes constatations se retrouvent sur les images de la figure 9.

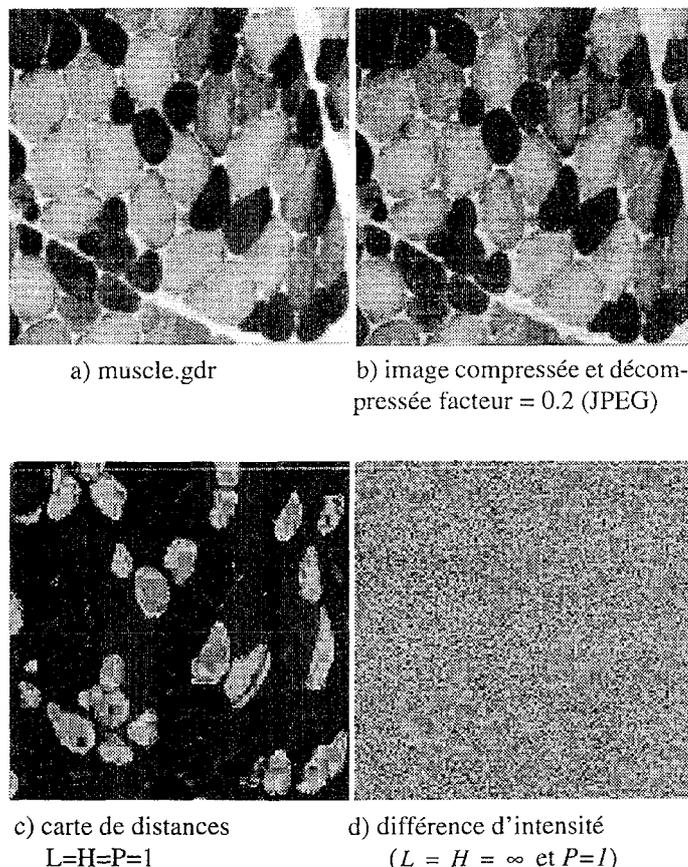


Figure 9: Test pour un facteur de compression de 0.2

2^{ème} cas: H et L grands devant P

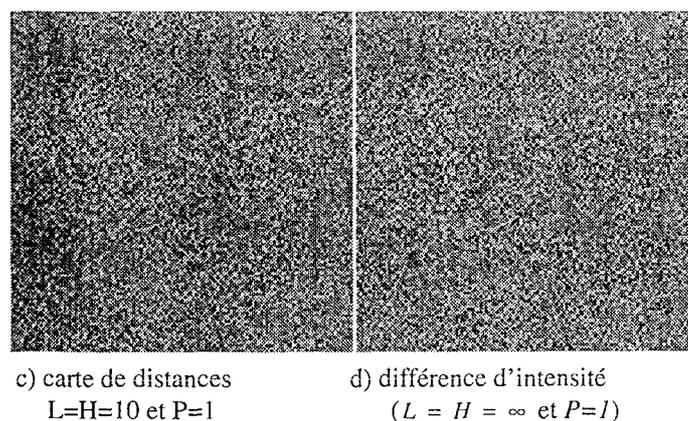


Figure 10: Image muscle.gdr

Sur l'image muscle, il n'y a guère de différence entre la carte des distances ($L=H=10$ et $P=1$) et l'image des différences d'intensité ($L = H = \infty$ et $P=1$), ce qui montre que les déplacements selon l'axe des niveaux de gris sont fortement privilégiés. La dissemblance pour cette image est de $\bar{D}=6,011$ alors que la différence moyenne entre les niveaux de gris est une valeur moyenne de $\bar{D}_{ng}=6.013$.

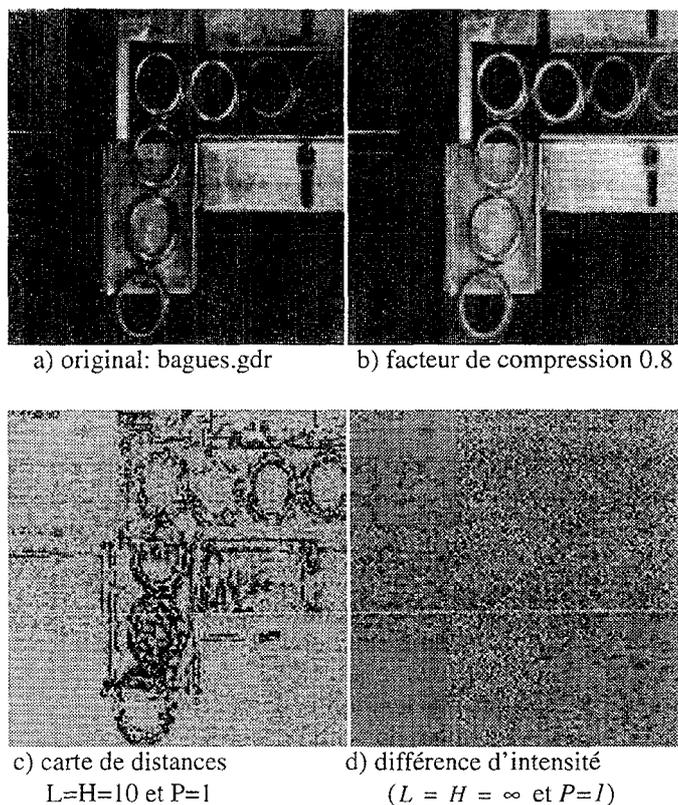


Figure 11: Image bagues.gdr

Pour cette image bagues.gdr, nous obtenons pour la dissemblance une valeur de $\bar{D}=18,73$ alors que la différence moyenne entre les niveaux de gris donne une valeur moyenne de $\bar{D}_{ng}=19.96$. Bien que ces valeurs soient sensiblement égales, on note toutefois une différence moins importante au niveau des contours des objets, visible grâce à l'opérateur de distance.

5. CONCLUSION

La technique de comparaison d'images présentée ici permet de tenir compte simultanément des différences entre niveaux de gris et des éventuelles déformations géométriques des structures présentes dans l'image. Elle peut être utilisée pour évaluer les performances de méthodes de compression ou les effets d'opérations de prétraitement d'images. La complexité de l'implantation de l'algorithme est réduite mais l'analyse d'images de grandes dimensions nécessite une taille mémoire importante.

6. REFERENCES

- [1] G. Borgefors. "Distance transformations in arbitrary dimensions", CVGIP, vol. 27, pp 321-345, 1984.
- [2] J.M. Chassery, A. Montanvert. "Géométrie discrète en analyse d'images", Editions Hermes 1991.
- [3] D. Coquin, Ph. Bolon. "Comparaison d'opérateurs locaux de distance" 3^{ème} Colloque de géométrie discrète: Fondements et Applications. pp 182-191. Strasbourg, 20-21 septembre 1993.
- [4] D. Coquin, Y. Chehadé, Ph. Bolon. "3D local distance operator on parallelepipedic grids" 4th Discrete Geometry for Computer Imagery. pp 147-156. Grenoble, 19-21 septembre 1994.
- [5] A. Rosenfeld, J. Pfaltz. "Sequential operations in digital picture processing" Journal of the ACM 13, pp 471-494. 1966
- [6] B. Verwer. "Local distances for distance transformations in two and three dimensions". Pattern Recognition Letters 12, pp 671-682, 1991.
- [7] P. Zamperoni, V. Starovoitov. "How dissimilar are two grey scale image?". soumis à DAGM symposium, Bielefeld, september 1995