



Quantification vectorielle par emboîtement de réseaux réguliers de points.

V. Ricordel & C. Labit

IRISA/INRIA - Rennes , Campus de Beaulieu 35042 Rennes Cedex, France
FAX : (33)99-84-71-71, ricordel@irisa.fr, labit@irisa.fr

RÉSUMÉ

Nous proposons de décrire la conception d'un nouveau quantificateur vectoriel pour la compression de séquence d'images. L'innovation de notre approche repose sur la coopération bénéfique de deux techniques déjà éprouvées séparément : la quantification vectorielle algébrique avec la mise en œuvre de réseaux réguliers de points, l'édification par apprentissage et suivant un critère débit-distorsion d'un dictionnaire arborescent non-équilibré. Précisément nous mettons en place une hiérarchie multigrille de treillis de même nature à résolution emboîtée. Nous décrivons la construction de cet ensemble hiérarchique et son utilisation dans un schéma simple de quantification. Deux algorithmes pour la construction du dictionnaire arborescent non-équilibré sont détaillés : l'un d'élagage et l'autre de découpage de l'arbre.

1. INTRODUCTION

Supposons quantifier vectoriellement une source stationnaire et sans mémoire. Lorsque la taille des vecteurs croît, la propriété d'équirépartition asymptotique nous annonce qu'ils se situent alors dans une zone compacte de l'espace et que leur densité de probabilité est quasiment uniforme [11]. Dans ce cas la quantification est des plus efficace car il suffit de répartir tous les vecteurs représentants dans cette zone compacte de l'espace pour obtenir, avec un débit binaire donné fixant leur nombre, l'erreur minimale de reconstruction de la source. Enfin la répartition des vecteurs à coder étant alors uniforme, l'utilisation d'un quantificateur vectoriel algébrique, où les vecteurs de reproduction correspondent aux points du réseau régulier tronqué le plus dense [5], est justifié. Cependant en pratique les tailles des vecteurs sont limitées car le dénombrement et l'indexage des points de réseaux demeurent des problèmes complexes [3]. De plus les sources vectorielles image, même transformées (c.a.d des coefficients DCT, des coefficients d'ondelettes, des vecteurs d'erreurs d'estimation de compensation de

ABSTRACT

The purpose of this paper is to introduce a new vector quantizer for the compression of digital images sequence. Our approach unifies both efficient coding methods : a fast lattice encoding and an unbalanced tree-structured codebook design according to a distortion vs. rate tradeoff. This tree-structured lattices vector quantizer is based on the hierarchical packing of embedded truncated lattices. So we investigate the design of the hierarchical set of truncated lattice structures which can be optimally embedded. We present the simple quantization procedure and describe the corresponding tree-structured codebook. Finally two unbalanced tree-structured codebook design algorithms based on the BFOS [1] distortion vs. rate criterion are used.

mouvement ou des sources hybrides ...) sont non stationnaires.

Nous proposons donc un nouveau schéma de quantification reposant sur l'emboîtement d'une hiérarchie de réseaux réguliers de points tronqués. Ce quantificateur qui utilise la simplicité et la rapidité de la quantification algébrique [2] peut s'intégrer à un système de codage adaptatif avec mise à jour du dictionnaire [7][9], ceci afin de suivre la statistique de la source. La technique d'apprentissage mise en jeu dans l'algorithme de Lloyd-Max généralisé [6] est alors inexploitable car, si le dictionnaire obtenu est localement optimal pour une statistique de source donnée, le coût calculatoire nécessaire pour sa construction et l'encodage des vecteurs le rendent inapte à évoluer.

2. CONCEPTION DU QUANTIFICATEUR

2.1. Réseaux réguliers de points tronqués puis emboîtés

Tout d'abord nous considérons le réseau connu le plus dense correspondant à la dimension d'espace



choisit (c.a.d Z^2, D_4, E_8 ou A_{16}). Ensuite en utilisant la métrique euclidienne L^2 , ce réseau est tronqué [4] tel que, après contraction, la région conservée de l'espace puisse venir s'emboîter dans un voronoï du réseau support. L'emboîtement est optimal si l'espace tronqué puis contracté recouvre au maximum ce voronoï. Ainsi, si ρ et r sont respectivement les rayons d'empilement et de recouvrement caractéristiques du réseau, l'énergie de troncature du réseau [4] est donnée par :

$$E_T = ((2 \times k + 1) \times \rho)^2 \text{ avec } k \in \mathbb{N}^*$$

Exactement la région de l'espace conservée est celle constituée des voronoï partiellement ou entièrement à l'intérieur de la sphère de rayon $R = \sqrt{E_T}$. Le nombre de points du réseau emboîté est majoré en considérant ceux à l'intérieur ou sur la sphère de rayon $\theta = (2 \times k + 2) \times r$.

La figure 1 fournit un exemple simple à l'aide du réseaux Z^2 , cependant la méthode décrite est applicable aux autres réseaux de grande dimension.

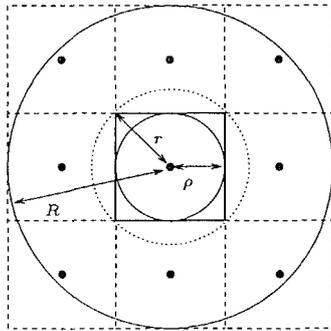


FIG. 1 - Exemple d'un emboîtement optimal avec le réseau cubique Z^2 ($k = 1$). Les points noirs sont les vecteurs de reproduction, les carrés représentent les cellules de voronoï.

Alors se met en place un ensemble hiérarchique de réseaux réguliers tronqués, en effet nous disposons d'un treillis tronqué de base qui peut, après un simple changement d'échelle et une translation, être emboîté dans un voronoï du treillis de résolution plus grossière (voir la figure 2).

2.2. Principe de la quantification

La figure 3 décrit le principe de la quantification mettant en jeu les opérations successives d'un changement d'échelle et d'une translation pour, d'une cellule d'un treillis à une résolution donnée, descendre au treillis de résolution juste inférieure. Nous avons :

- X : le vecteur de la source à coder ;
- Y : le vecteur de reproduction du réseau tronqué (c'est le vecteur de translation) ;

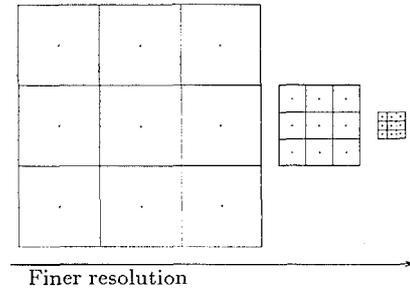


FIG. 2 - Exemple de la hiérarchie de réseaux cubiques emboîtés ($k = 1$).

- E_{\max} : l'énergie maximale possible d'un vecteur de la source ;
- $F_1 = \sqrt{\frac{E_T}{E_{\max}}}$: le facteur à appliquer pour projeter X dans le premier réseau tronqué ;
- $F = \frac{\sqrt{E_T}}{\rho}$: le facteur pour projeter le vecteur translaté dans le réseau emboîté suivant.

Seuls E_{\max} et k doivent être fixés. A chaque étage la quantification (rapide) est réalisée à l'aide du même algorithme.

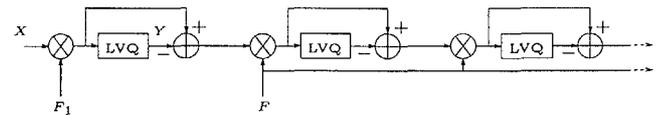


FIG. 3 - Principe de la quantification d'un vecteur.

2.3. Un dictionnaire arborescent

Le dictionnaire obtenu a une structure arborescente où à chaque noeud de l'arbre correspond un vecteur représentant (un point du réseau). Un réseau tronqué de résolution inférieure peut-être emboîté dans un voronoï du treillis à la résolution juste supérieure, les points du treillis emboîté sont alors les fils du vecteur de reproduction associé au voronoï découpé. Plus l'arbre est profond, plus la résolution des treillis emboîtés est fine, les erreurs de reconstruction diminuent mais le nombre de vecteurs représentants augmente. La figure 4 donne un exemple de construction d'un dictionnaire de deux étages.

2.4. Construction de dictionnaires arborescents non-équilibrés

Nous retenons pour construire le dictionnaire, une technique d'apprentissage. Il est donc possible, en considérant les vecteurs de la séquence d'apprentissage présents dans une cellule de voronoï, de caractériser le noeud correspondant de l'arbre par une distorsion moyenne et une longueur de mot de code entropique. Pour

construire un arbre non-équilibré, où le nombre d'étages de quantification varie pour les différents vecteurs à coder, nous mettons en oeuvre un algorithme classique d'élagage ou un de découpage de l'arbre [1][10]. Pour chacune de ces deux méthodes, le critère utilisé pour déterminer la branche à élaguer ou la feuille à découper est le retour marginal. Ce critère introduit dans l'algorithme de BFOS généralisé est judicieux car il optimise localement le compromis débit/distorsion. Un codage entropique des feuilles est effectué. Afin de contrôler la découpe de l'espace et réaliser un codage entropique efficace, il est nécessaire que le nombre de vecteurs représentants injectés à chaque nouvel emboîtement soit limité. Ceci conduit à fixer $k = 1$ pour le calcul de E_T .

Seules la distorsion moyenne et l'entropie associées aux feuilles sont à considérer, l'élagage ou le découpage cesse lorsque un débit ou une distorsion limite est atteint.

L'information totale caractérisant notre dictionnaire est finalement constituée de E_{\max} , de l'arbre non-équilibré et des index entropiques associés à ses feuilles. Aucun vecteur de reproduction n'est à transmettre du fait de la structure prédéfinie des réseaux.

3. RÉSULTATS ET CONCLUSION

Des résultats de codage de sources synthétiques et d'une séquence d'images d'erreurs de prédiction de compensation de mouvement (voir la figure 5) sont présentés. Le rapport du nombre de vecteurs d'apprentissage sur celui des vecteurs représentant demeure supérieur à 100, aussi la taille de la séquence est-elle adaptée à la dimension vectorielle.

La figure 6 illustre comment notre approche par emboîtement de réseaux adapte la découpe de l'espace à la répartition des vecteurs source (leur statistique). La construction d'un arbre non-équilibré (ici par élagage) est bénéfique au codage de sources d'images différentielles ou hybrides car, pour un débit fixé, le quantificateur découpe grossièrement les régions de l'espace où se concentrent les vecteurs peu énergétiques et peut découper plus finement les régions moins denses où se situent les vecteurs source riches en information.

L'approche par découpage de l'arbre est illustrée figure 7 qui présente des courbes débit/PSNR (entropie du dictionnaire/Peak Signal-to-Noise Ratio) obtenues lors du codage de la source réelle. Pour comparer nous avons inscrit le résultat obtenu avec l'algorithme de LBG [8] (la dimension vectorielle est 4, la recherche au sein du dictionnaire exhaustive). Les quantificateurs par emboîtement de réseaux mettant en jeu de plus hautes dimensions vectorielles offrent de meilleurs ré-

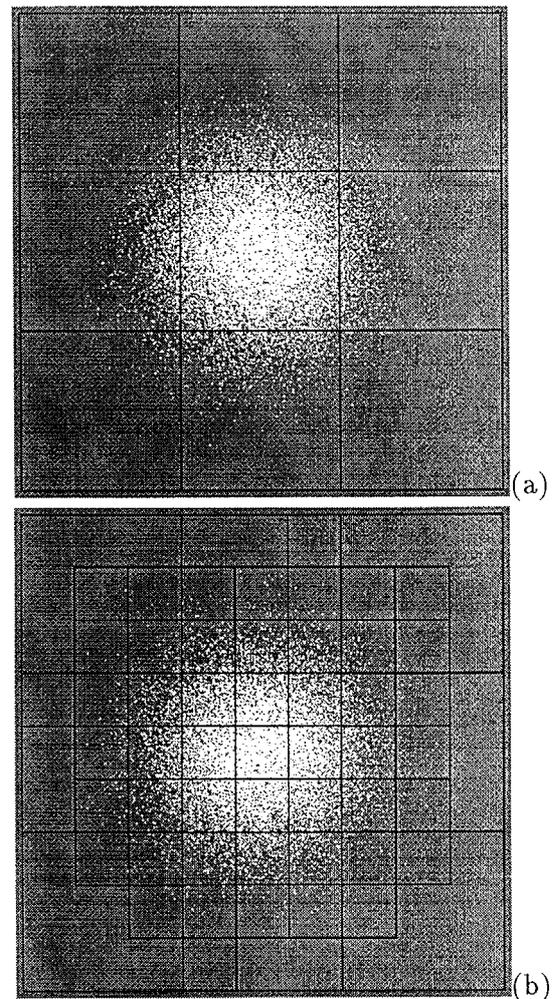


FIG. 4 - Exemple de construction du dictionnaire par emboîtement de la hiérarchie de réseaux Z^2 ($k = 1$), mettant en jeu un étage (a) puis deux étages (b) de quantification. Les points blancs sont les vecteurs source dont les coordonnées i.i.d obéissent à une loi normale.



FIG. 5 - Image extraite de la séquence d'images différentielles à coder.



sultats (un PSNR plus élevé à bas débit). Pour une dimension spatiale fixée, la quantification par emboîtement de réseaux optimaux vis à vis de cette dimension, offre la meilleure performance (ici D_4 par rapport à Z^4).

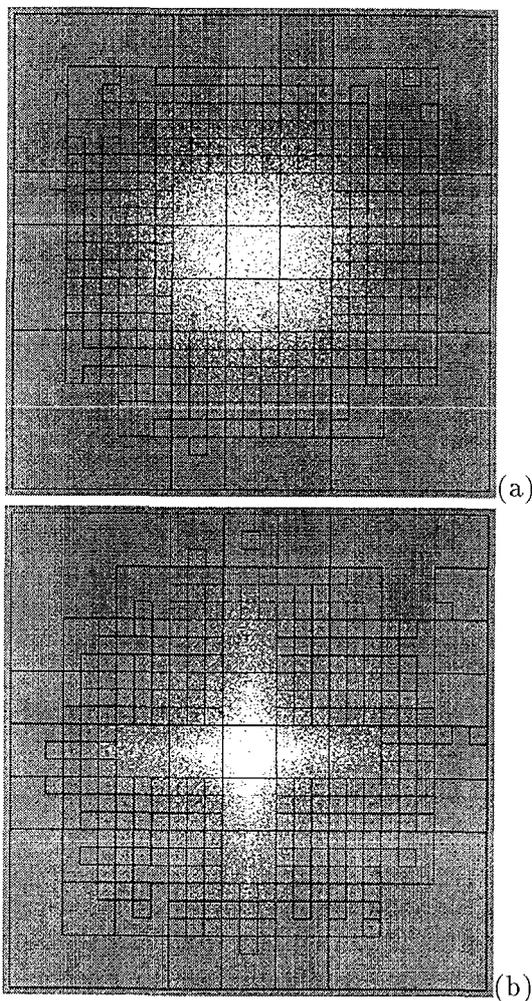


FIG. 6 - *Elagage de l'arbre : les points blancs sont les vecteurs source, leurs coordonnées i.i.d obéissent respectivement à une loi normale (a) et à une loi gaussienne généralisée (b).*

4. RÉFÉRENCES

- [1] L. Breiman, J.H. Friedman, R.A Olshen, and C.J. Stone. - *Classification and regression Trees*. - The Wadsworth Statistics/Probability Series. Wadsworth, Belmont, California, 1984.
- [2] J.H. Conway and Sloane N.J.A. - A fast encoding method for lattice codes and quantizers. - *IEEE Transactions on Information Theory*, IT-29(6):820-824, November 1983.
- [3] J.H. Conway and Sloane N.J.A. - *Sphere Packings, Lattices and Groups, 2nd edition*. - A series of Comprehensive Studies in Mathematics. Springer-Verlag, New York, 1993.

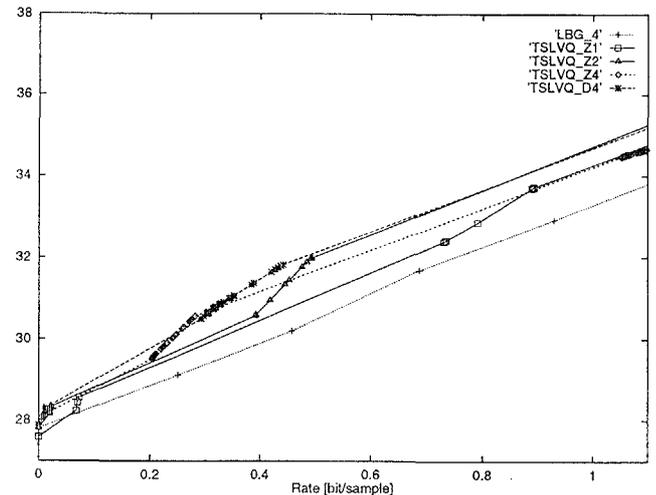


FIG. 7 - *Découpage de l'arbre : courbes PSNR/débit (entropie du dictionnaire) obtenues lors du codage de la source réelle.*

- [4] T.R. Fisher. - A pyramid vector quantizer. - *IEEE Transactions on Information Theory*, IT-32(4):568-583, July 1986.
- [5] A. Gersho. - Asymptotically optimal block quantization. - *IEEE Transactions on Information Theory*, IT-25(4):373-380, July 1979.
- [6] A. Gersho and R.M. Gray. - *Vector Quantization and Signal Compression*. - Kluwer Academic Publishers, Boston, 1992.
- [7] M. Golberg, P.R. Boucher, and S. Schlien. - Image compression using adaptative vector quantization. - *IEEE Transactions on Communications*, 34(2):180-187, February 1986.
- [8] Y. Linde, A. Buzo, and R. Gray. - An algorithm for vector quantizer design. - *IEEE Transactions on Communications*, 28:84-95, 1980.
- [9] P. Monet and C. Labit. - Codebook replenishment in classified pruned tree-structured vector quantization of image sequences. - In *Proc. of International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, pages 2285-2288, 1990.
- [10] E.A. Riskin and R.M Gray. - A greedy tree growing algorithm for the design of variable rate vector quantizers. - *IEEE Transactions on Signal Processing*, 39(11):2500-2507, November 1991.
- [11] P. Zador. - Asymptotic quantization error of continuous signals and their quantization dimension. - *IEEE Transactions on Information Theory*, IT-28, 1982.