

## FUSION DE MESURES REPARTIES SUIVANT UNE LOI MULTIMODALE PAR LA RECONNAISSANCE DES FORMES : CAS PARAMETRIQUE

Ghislaine REYBET-DEGAT\*, Bernard DUBUISSON\*\*

\* Etudiante en thèse,      \*\* Professeur des Universités  
 Université de Technologie de Compiègne, Heudiasyc U.R.A. C.N.R.S. 817  
 B.P. 649, 60206 Compiègne Cédex, France

### RESUME

Dans le contexte du diagnostic, la fusion multisensorielle consiste à combiner des mesures afin de déterminer la valeur d'un paramètre. Dans l'approche probabiliste, le filtre de Kalman permet d'estimer récursivement cette valeur à partir de mesures suivant une loi de probabilité unimodale. Les mesures éloignées de l'estimation courante sont généralement assimilées à du bruit et sont écartées. Dans cette étude, on s'intéresse à des mesures suivant une loi multimodale, dont on ne connaît pas le nombre de modes a priori. Avec une approche de type reconnaissance des formes, le problème peut se décomposer en deux parties. La première concerne le classement des mesures entre les différentes valeurs possibles du paramètre. Dans la seconde partie, l'estimation des valeurs est actualisée à partir de chaque nouvelle mesure reçue par le système.

### ABSTRACT

The aim of multisensor fusion is to combine sensory data from multiple sensors in order to extract the greatest amount of information possible about the observed parameter. Estimation problem is well known and many powerful techniques exist for its solution under various conditions. In a probabilistic approach, the classical Kalman filtering algorithm can be applied to recursive parameter estimation, if the measurements are unimodally distributed. This paper deals with a time-invariant parameter that may have multiple values. In a pattern recognition approach, the sensor fusion problem is a twofold problem: first to recognize the values of the parameter with a discrimination rule and secondly to estimate these values taking measurements accuracy into account. Finally, the result of the sensor fusion is identified to a multimodal probability density function.

## 1. INTRODUCTION

Pour connaître la valeur d'un paramètre, on peut l'observer à l'aide de capteurs produisant chacun une ou plusieurs mesures. La fusion de données consiste à combiner ces différentes mesures, afin de réduire l'imprécision et l'incertitude inhérentes à chacune d'entre elles. Trois types de représentation de mesures sont proposées dans la littérature[6][1] :

- les représentations probabilistes et bayésiennes
- les représentations floues et possibilistes
- la représentation faisant appel à la théorie de la croyance

Dans l'approche probabiliste, le filtrage de Kalman, couramment utilisé, permet d'estimer la valeur du paramètre de façon récursive, si les mesures sont réparties suivant une loi unimodale[7].

Le but de cette communication est d'étudier le cas où les mesures suivent une loi multimodale, dont on ne connaît pas le nombre de modes a priori. Ces mesures sont les observations d'un paramètre ayant plusieurs valeurs possibles. On se limite ici au cas paramétrique.

Soit la mesure  $z_i = m + \epsilon_i$  d'un paramètre  $m \in R^d$  en présence d'un bruit de mesure additif  $\epsilon_i$ . On suppose que ce bruit est une variable aléatoire gaussienne de moyenne nulle et de matrice de variance-covariance  $\Sigma_i$ . La densité de probabilité de  $(z_i, \Sigma_i)$  s'écrit alors :

$$f(z_i|m) = (2\pi)^{-\frac{d}{2}} |\Sigma_i|^{-\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (z_i - m) \Sigma_i^{-1} (z_i - m)^t \right\}.$$

Les mesures suivent une loi multimodale car  $m$  a plusieurs valeurs possibles  $\{m_1, \dots, m_M\}$ ,  $M$  étant le nombre de valeurs détectées (voir Fig. 1).

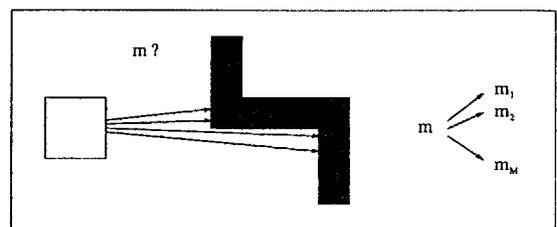


Fig. 1 : robot muni d'un télémètre laser

La première étape du traitement d'une mesure  $(z_i, \Sigma_i)$  consiste à l'associer à l'une des  $M$  valeurs. On choisit une règle de discrimination utilisée dans les problèmes de diagnostic par reconnaissance des formes. Certaines mesures



peuvent être rejetées car elles sont ambiguës entre plusieurs valeurs ou elles sont éloignées de toutes les valeurs déjà répertoriées (mesures rejetées en distance)[3]. La deuxième étape de la fusion concerne la mise à jour de l'estimation d'une valeur du paramètre à l'aide de la nouvelle mesure qui lui a été associée[4][5]. Dans une troisième partie, on étudie le traitement des mesures rejetées en ambiguïté et en distance[2]. Finalement, le fonctionnement du système de fusion de fusion multisensorielle est illustré par un exemple.

## 2. REGLE DE DISCRIMINATION

La règle de discrimination utilisée pour associer une mesure (assimilée à un vecteur) à l'une des valeurs possibles (assimilée à une classe) est une règle de décision avec deux options de rejet. Elle est construite à partir d'une règle de décision Bayésienne munie des coûts  $\{0, 1\}$ .

Soit  $(z_i, \Sigma_i)$  une mesure à classer parmi les valeurs  $\{m_j | j = 1, \dots, M\}$ . La densité de probabilités de  $(z_i, \Sigma_i)$  dans la classe  $m_j$  est  $f(z_i | m_j)$  (elle est complètement déterminée dans le cas paramétrique). D'autre part, chaque classe est caractérisée par sa probabilité *a priori*  $P(m_j)$  et sa probabilité *a posteriori* sachant  $z_i$ ,  $P(m_j | z_i)$ . Si la mesure  $(z_i, \Sigma_i)$  est associée à la valeur  $m_j$ , la règle de décision s'écrit  $d(z_i) = j$  et sa probabilité d'erreur de classification conditionnelle est :

$$C_j(z_i) = \sum_{k=1, k \neq j}^M P(m_k | z_i) = 1 - P(m_j | z_i).$$

La règle optimale de Bayes est celle qui minimise  $C_j(z_i)$ , c'est à dire :

$$d(z_i) = j \quad \text{si} \quad P(m_j | z_i) = \text{Max}_{k=1, \dots, M} P(m_k | z_i).$$

### 2.1. Rejet d'ambiguïté

Certaines mesures sont situées entre plusieurs valeurs et leur probabilité d'erreur de classification est importante. Chow[2] a proposé d'introduire une pseudo-classe de rejet  $m_0$ , préférant ainsi mettre les mesures ambiguës de côté plutôt que de les classer arbitrairement. A cette pseudo-classe, sont associés les coûts de classification  $C(m_0 | m_k) = C_a$ ,  $k = 1, \dots, M$ . Finalement, le coût associé à la décision  $d(z_i) = 0$ , c'est à dire " $z_i$  est rejetée", est :

$$C(z_i) = C_0(z_i) = \sum_{k=1}^M C_a P(m_k | z_i) = C_a.$$

La règle de décision devient :

$$\begin{aligned} d(z_i) &= j \quad \text{si} \quad P(m_j | z_i) = \text{Max}_{k=1, \dots, M} P(m_k | z_i) \geq 1 - C_a \\ d(z_i) &= 0 \quad \text{sinon.} \end{aligned}$$

Cette règle de décision divise l'espace des représentations  $\Omega(R^d \supseteq \Omega)$  en  $M + 1$  régions :

$$\Omega_0 = \{z | \text{Max}_{k=1, \dots, M} P(m_k | z) < 1 - C_a\}$$

$$\Omega_j = \{z | \text{Max}_{k=1, \dots, M} P(m_k | z) = P(m_j | z) \geq 1 - C_a\}$$

avec  $j = 1, \dots, M$ . La zone  $\Omega_0$  correspond à la zone de rejet. La réunion des zones  $\Omega_j$ ,  $j = 1, \dots, M$ , est appelée zone d'acceptation. Elle est notée  $\Omega_a$  (voir Fig.2).

### 2.2. Rejet en distance

Le rejet d'ambiguïté ne permet pas de faire face au manque de connaissance *a priori* concernant le nombre de valeurs possibles du paramètre. Par exemple, une nouvelle mesure peut être observée dans une région de l'espace des représentations  $\Omega$ , là où aucune mesure n'a été relevée. Cette mesure correspond peut-être à une valeur du paramètre non encore répertoriée. Dubuisson[3] propose d'introduire un second type de rejet, appelé rejet en distance, de façon à éviter qu'une telle mesure soit associée à l'une des  $M$  valeurs connues. Dans le cas paramétrique, une mesure est rejetée en distance si :

$$f(z_i) < C_d \quad \text{avec} \quad f(z_i) = \sum_{k=1}^M P(m_k) f(z_i | m_k).$$

$C_d$  est le seuil de rejet en distance.

Dans l'espace des représentations,  $\Omega$ , on définit une nouvelle zone de rejet,  $\Omega_R$ , telle que :

$$\Omega_R = \Omega_0 + \Omega_D \quad \text{avec} \quad \Omega_D = \{z : f(z) < C_d\}.$$

La région  $\Omega_D$  correspond à une région éloignée des différentes valeurs de paramètres (voir Fig.2).

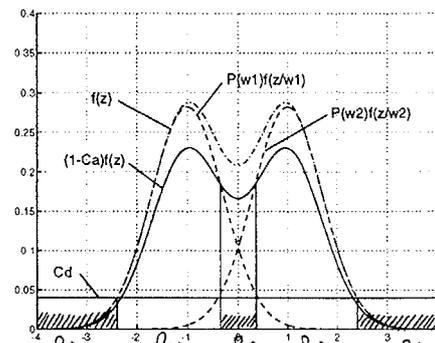


Fig. 2 : Représentation des différentes zones de  $\Omega$  dans le cas de deux classes

## 3. REGLE DE COMBINAISON

Après avoir décrit la règle de décision associant certaines mesures à des valeurs du paramètre et en rejetant d'autres, on s'intéresse à la façon d'utiliser chaque nouvelle mesure pour actualiser les estimations des valeurs : il s'agit du problème de combinaison de mesures. Dans cette étude, on utilise la procédure d'estimation Bayésienne[4][5].

Soit  $m_j$ , l'une des  $M$  valeurs du paramètre. Soient  $P(m_j)$ , sa probabilité *a priori* et  $Z_i = \{z_1, \dots, z_i\}$ , l'ensemble des  $i$  mesures déjà associées à  $m_j$ . Supposons que  $f(Z_i | m_j)$  soit la densité de probabilité conditionnelle de  $Z_i$  sachant  $m_j$ . La probabilité *a posteriori* de  $m_j$  est alors :

$$P(m_j | Z_i) = \frac{f(Z_i | m_j) P(m_j)}{\sum_{k=1}^M f(Z_i | m_k) P(m_k)}.$$

Si on considère que les mesures sont indépendantes les unes des autres, la loi conjointe  $f(Z_i | m_j)$  est le produit des densités simples,

$$\begin{aligned} f(Z_i | m_j) &= f(z_1 | m_j) \dots f(z_{i-1} | m_j) f(z_i | m_j) \\ &= f(Z_{i-1} | m_j) f(z_i | m_j). \end{aligned}$$



Ainsi

$$P(m_j|Z_i) \propto P(m_j|Z_{k-1})f(z_i|m_j)$$

avec  $P(m_j|Z_i) \sim N(\hat{m}'_j, \hat{\Sigma}'_j)$  et  $P(m_j|Z_{i-1}) \sim N(\hat{m}_j, \hat{\Sigma}_j)$ .

Soient :

- $(z_i, \Sigma_i)$  la nouvelle mesure associée à  $\hat{m}_j$
- $\hat{m}_j$  l'estimation de  $m_j$  ne tenant pas compte de  $(z_i, \Sigma_i)$
- $\hat{\Sigma}_j$  la matrice de variance-covariance associée à  $\hat{m}_j$
- $n_j$  le nombre de mesures utilisées pour calculer  $\hat{m}_j$  et  $\hat{\Sigma}_j$
- $\hat{m}'_j$  l'estimation de  $m_j$  en considérant  $(z_i, \Sigma_i)$
- $\hat{\Sigma}'_j$  sa matrice de variance-covariance associée
- $n'_j$  le nombre de mesures utilisées pour calculer  $\hat{m}'_j$  et  $\hat{\Sigma}'_j$ .

Si on se place sous l'hypothèse Gaussienne,  $f(z_i|m_j) \sim N(m_j, \Sigma_i)$ , et si on suppose qu'à l'initialisation, la première mesure associée à  $m_j$  est la seule connaissance que l'on ait sur  $m_j$ ,  $P(m_j|z_1) = f(z_1|m_j) \sim N(m_j, \Sigma_1)$ , alors on a :

$$\hat{m}'_j = \left[ \Sigma_i^{-1} + \hat{\Sigma}_j^{-1} \right]^{-1} \left[ \Sigma_i^{-1} z_i + \hat{\Sigma}_j^{-1} \hat{m}_j \right]$$

$$\hat{\Sigma}'_j = \left[ \Sigma_i^{-1} + \hat{\Sigma}_j^{-1} \right]^{-1}$$

$$n'_j = n_j + 1.$$

Ces équations montrent la façon dont sont combinées l'information *a priori* et l'information apportée par la nouvelle mesure.

## 4. TRAITEMENT DES MESURES REJETEES

Les mesures rejetées en distance et en ambiguïté sont supposées contenir de l'information. On souhaite donc les utiliser pour améliorer la connaissance *a priori*[2].

### 4.1. Mesures rejetées en distance

Une mesure rejetée en distance est une mesure qui n'est associée à aucune valeur déjà répertoriée. On décide alors de créer une nouvelle classe à partir de cette mesure, quitte à la supprimer par la suite, si elle n'est confirmée par aucune autre mesure. C'est donc le rejet en distance qui donne au système de fusion multisensorielle, la capacité d'apprendre de nouvelles valeurs du paramètre. Les paramètres de la nouvelle classe sont initialisés par la nouvelle mesure :

$$\hat{m}_{M+1} = z_i, \quad \hat{\Sigma}_{M+1} = \Sigma_i, \quad n_{M+1} = 1$$

### 4.2. Mesures rejetées en ambiguïté

Une mesure ambiguë est située entre plusieurs valeurs et pourrait être associée à plusieurs classes à la fois. On se propose de répartir cette mesure dans toutes les classes pour lesquelles il y a ambiguïté en fonction d'un certain poids. Ce poids doit être un indicateur de proximité entre la mesure et la classe candidate. On choisit ce poids comme étant égal à la probabilité *a posteriori* de la classe,  $P(m_j|z_i)$ . Les équations de combinaison deviennent alors :

$$\hat{m}'_j = \left[ p_j \Sigma_i^{-1} + \hat{\Sigma}_j^{-1} \right]^{-1} \left[ p_j \Sigma_i^{-1} z_i + \hat{\Sigma}_j^{-1} \hat{m}_j \right]$$

$$\hat{\Sigma}'_j = \left[ p_j \Sigma_i^{-1} + \hat{\Sigma}_j^{-1} \right]^{-1}$$

$$n'_j = n_j + p_j$$

avec  $p_j = P(m_j|z_i)$ .

Il s'agit maintenant de déterminer les classes pour lesquelles il y a ambiguïté. En effectuant un seuillage sur les probabilités *a posteriori*, on peut forcer les poids faibles à zéro de façon à limiter le nombre de classes ambiguës aux classes réellement proches de la mesure.

$$p_j = P(m_j|z_i) \quad \text{si } P(m_j|z_i) \geq C_{a-bis}$$

$$p_j = 0 \quad \text{sinon.}$$

En résumé, à chaque arrivée d'une nouvelle mesure, il y a trois configurations possibles (voir Fig. 3) : soit la mesure est acceptée par une seule classe, soit elle est répartie entre plusieurs classes moyennant une pondération, soit elle initialise une nouvelle classe.

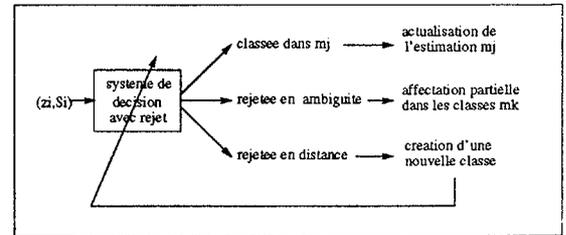


Fig. 3 : traitements possibles pour chaque mesure

## 5. RESULTATS

Les schémas ci-dessous (Fig. 4) représentent la fusion d'une mesure avec deux classes. A gauche, sont montrées la mesure  $(z_i, \sigma_i^2)$  (en pointillé) et la densité mélange de classes  $m_1$  et  $m_2$  (en continu) avant la fusion. A droite, sont présentés les différentes densités de probabilité obtenues après la fusion.

Dans le cas  $(a1, a2)$ , la mesure est ambiguë. Dans les cas  $(b1, b2)$  et  $(c1, c2)$ , elle est associée à la classe de droite et dans le cas  $(d1, d2)$ , elle est rejetée en distance.

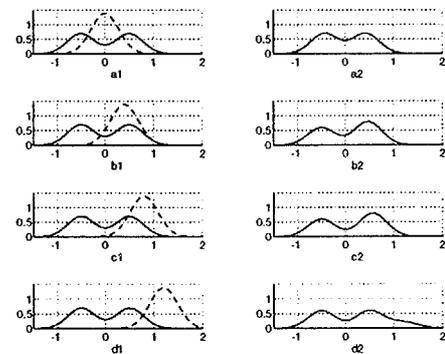


Fig. 4 : différentes configurations de combinaison

Soit une séquence  $\{z_i\}$  de 30 mesures bruitées (voir Fig. 5). Ces mesures ont été générées à partir de trois lois normales : 15 mesures provenant de  $N(2.0, 0.0081)$ , 10 mesures provenant de  $N(2.4, 0.01)$  et 5 mesures provenant de  $N(2.6, 0.0225)$ . La figure 6 présente l'évolution de la den



sité mélange en fonction du nombre de mesures traitées.

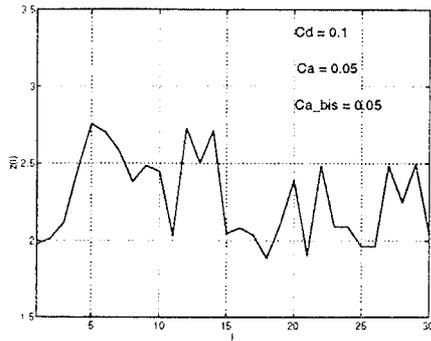


Fig. 5 : séquence de 30 mesures bruitées

Lorsque  $i = 2$  ( $i$  étant le nombre de mesures combinées), il n'y a que la valeur  $m_1$  qui a été détectée (voir Fig. 6b). Au-dessus (Fig. 6a), les fonctions  $P(\hat{m}_j)N(\hat{m}_j, \hat{\Sigma}_j)$ ,  $j = 1, 2, 3$ , montrent que l'estimation est de plus en plus précise au fur et à mesure du traitement de la séquence bruitée.

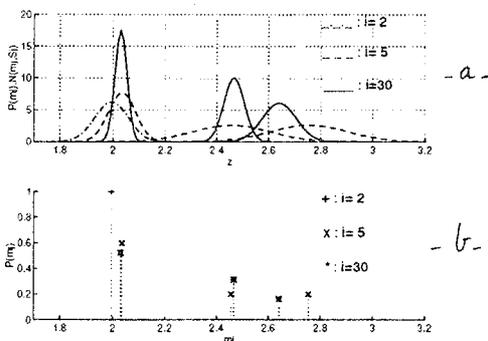


Fig. 6 : évolution des valeurs estimées

Les estimations résultantes sont : ( $\hat{m}_1 = 2.0305$ ,  $\hat{\sigma}_1^2 = 0.0005$ ,  $n_1 = 15.7384$ ), ( $\hat{m}_2 = 2.4666$ ,  $\hat{\sigma}_2^2 = 0.0016$ ,  $n_2 = 9.4001$ ) and ( $\hat{m}_3 = 2.6411$ ,  $\hat{\sigma}_3^2 = 0.0043$ ,  $n_3 = 4.8222$ ). On peut reconstruire la densité mélange sur les classes détectées (voir Fig. 7) :

$$f(z) = \sum_{j=1}^M P(\hat{m}_j)N(\hat{m}_j, n_j, \hat{\Sigma}_j).$$

A partir de cette densité mélange multimodale, est prise la décision finale concernant la valeur estimée du paramètre. Cette décision dépend de l'application. En reprenant l'exemple du robot mobile, on peut imaginer une décision du type  $\hat{m} = \min_{j=1, \dots, M}(\hat{m}_j)$ ,  $m$  représentant la distance du robot à un obstacle à éviter.

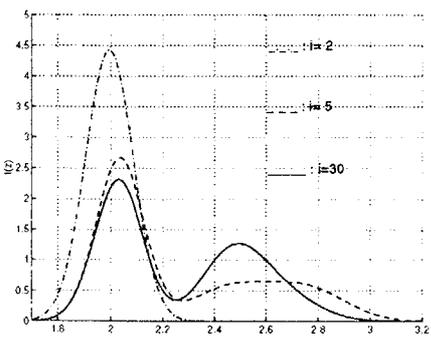


Fig. 7 : évolution de la densité mélange résultante sur les classes détectées

## 6. CONCLUSION

Dans cette étude, on a proposé une solution au problème de la fusion multisensorielle de mesures réparties suivant une loi de probabilité multimodale. Cette solution, basée sur des techniques de reconnaissance des formes, utilise une règle de décision munie de deux options de rejet. Une procédure d'estimation actualise les valeurs du paramètre en tenant compte de la précision des mesures et de leur proximité avec les valeurs.

La suite de ce travail concerne le cas non-paramétrique. Deux solutions sont proposées, l'une faisant appel aux kppv et l'autre, à l'estimateur de Parzen.

## Bibliographie

- [1] I. Bloch and H. Maître. Fusion de données en traitement d'images : modèles d'information et décisions. *Traitement du signal*, 1994. (*à paraître*)
- [2] B. Dubuisson. *Diagnostic et Reconnaissance des Formes*. Hermès, 1990.
- [3] B. Dubuisson and M. Masson. A statistical decision rule with incomplete knowledge about classes. *Pattern Recognition*, 26(1):155-168, 1993.
- [4] H.F. Durrant-Whyte. *Integration, Coordination and Control of Multi-Sensor Robot Systems*. Kluwer Academic Publishers, 1988.
- [5] K. Fukunaga. *Introduction to Statistical Pattern Recognition*. Academic Press, 1990.
- [6] R.C. Luo and M.G. Kay. Data fusion and sensor integration: State-of-the-art 1990s. In *Data Fusion in Robotics and Machine Intelligence*, pages 7-109. Academic Press, 1992.
- [7] E. Waltz, L. Llinas. *Multisensor Data Fusion*. Artech House, 1990.