



UN OPERATEUR HYPERBOLIQUE POUR LA DETECTION DES CONTOURS

**Yue Feng WAN, Jack-Gérard POSTAIRE et
François CABESTAING**

Centre d'Automatique de Lille, Université des Sciences et Technologies de Lille
59655 Villeneuve d'Ascq Cedex - France
Tel : 20-43-41-69, Fax : 20-43-65-67, email : yw@cal.univ-lille1.fr

RESUME

La détection de contours est un outil fondamental en traitement d'images, et c'est souvent la première phase utilisée dans un algorithme, d'où son importance. Parmi toutes les méthodes de détection de contours, les plus efficaces sont basées sur l'estimation des dérivées, première ou seconde, de l'image. Dans cet article, nous présentons un nouvel opérateur fournissant une évaluation de la première dérivée d'une image. Cette méthode est rapide de par son implémentation récursive, et elle est moins sensible au bruit que les autres méthodes classiques. Les performances de ce nouvel opérateur ont été évaluées en utilisant les critères de Canny.

ABSTRACT

Edge detection is a fundamental tool in image processing, and is often the first step used for image understanding. Among all edge detection methods, the more efficient ones are based on the computation of the first or second derivatives of the image grey level function. In this paper, we present a new operator which gives an evaluation of the first order derivative of the image. The method is fast due to the recursive implementation of the filter, and is less sensitive to noise than other classical methods. The performance of the proposed operator has been evaluated using Canny's criteria.

1. INTRODUCTION

Une solution classique pour évaluer les performances d'un détecteur de contours consiste à l'appliquer à un contour synthétique dont on contrôle le contraste et sur lequel on ajoute du bruit. L'indice de performance de l'opérateur est alors obtenu en évaluant les différences entre le contour détecté et le contour synthétique, en termes de localisation, de fausses détections et de détections manquées [1].

Dans un cadre plus formel, Canny a proposé d'évaluer simultanément les performances au niveau de la détection et de la localisation en utilisant des critères de qualité mathématiques. Son détecteur optimal est alors celui qui maximise le produit de deux indices de performance attachés aux notions de détection et de localisation, sous une contrainte qui revient à limiter la probabilité d'obtenir des réponses multiples [2]. Plusieurs auteurs ont apporté des solutions à ce problème d'optimisation sous contrainte et leurs opérateurs, qui se présentent sous la forme de filtres numériques récurrents, font partie des outils de base du traitement des images [3] [4].

Dans cette communication, nous proposons un nouvel opérateur de détection des contours dont les performances, mesurées par le biais des trois critères proposés par Canny, se révèlent supérieures à celles des détecteurs existants. L'implémentation récursive du filtre proposé a été menée par une

méthode similaire à celle décrite par Deriche [4], ce qui permet d'utiliser le filtre de manière efficace en traitement des images.

2. EVALUATION DES PERFORMANCES D'UN DETECTEUR DE CONTOURS

La méthode d'évaluation proposée par Canny permet de définir des critères de performance dans le cas où l'opérateur de détection de contours est basé sur une convolution. L'auteur a retenu trois critères : la qualité de la détection, la précision de la localisation, et l'obtention d'une réponse unique à un contour donné. Les critères sont évalués en appliquant le détecteur sur une image ligne, décrite par une fonction continue d'une variable réelle x . Cette fonction est composée d'un contour idéal $G(x)$, centré en zéro, sur lequel est superposé un bruit $n(x)$ de variance n_0 . La réponse $y(x)$ du filtre au signal est donnée en un point x_e par l'expression suivante (équation 1) :

$$y(x_e) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(x_e - x) f(x) dx \quad (1)$$

Le critère de détection permet de vérifier l'efficacité du détecteur de contours en tant que filtre appliqué sur un signal. La qualité de la détection est d'autant plus importante que le filtre est insensible au bruit présent sur l'image traitée. Le critère de détection Σ correspond au facteur de bruit du filtre



qui est évalué par grâce aux rapports signal sur bruit en entrée et en sortie du filtre par l'expression (équation 2) :

$$\Sigma = \frac{\left| \int_{-\infty}^0 G(-x) f(x) dx \right|}{\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} f^2(x) dx}} \quad (2)$$

Le critère de localisation permet de vérifier si le détecteur fournit une estimation de la position du contour dans une image bruitée aussi proche que possible de la position réelle (sur l'image sans bruit ajouté). Canny a proposé de calculer l'inverse de la distance moyenne entre le contour détecté et le contour réel. Cette distance correspond au maximum local le plus proche de zéro de la réponse $y(x)$ du filtre à l'image bruitée. L'expression du critère Λ de localisation est la suivante (équation 3) :

$$\Lambda = \frac{\left| \int_{-\infty}^{+\infty} G'(-x) \cdot f'(x) dx \right|}{\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} f'^2(x) dx}} \quad (3)$$

Le critère de réponses multiples sert à déterminer si le filtre est susceptible de fournir plusieurs réponses pour à un seul contour présent dans l'image. Ce critère M est calculé en évaluant la distance moyenne séparant deux maxima de la réponse du filtre à un signal bruité. Son expression est la suivante (équation 4) :

$$M = \pi \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f'^2(x) dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} f''^2(x) dx}} \quad (4)$$

Canny propose une méthode pour déterminer un détecteur de contour optimal basé sur ces trois critères, en maximisant le produit des critères de détection et de localisation. Le critère de réponses multiples est introduit dans le processus de maximisation sous la forme d'une contrainte supplémentaire.

Un inconvénient majeur de la procédure d'optimisation proposée par Canny apparaît quand l'un des facteurs du produit des deux critères de localisation et de détection devient très important. Dans un tel cas, la maximisation du produit ne garantit pas que la valeur atteinte par l'autre critère soit acceptable. Pour montrer l'intérêt du détecteur de contours proposé dans cette communication, nous comparerons séparément ses performances en termes de localisation, de détection et de probabilité de réponses multiples avec celles

des filtres proposés par Canny [2], Deriche [4], Shen & Castan [3], pour lesquels le produit des indices de qualité en termes de détection peut en effet cacher des solutions peu acceptables.

3. L'OPERATEUR HYPERBOLIQUE PROPOSE

Le détecteur de contour proposé a la forme d'une fonction sinusoidale hyperbolique donnée par :

$$f(x) = e^{-\alpha|x|} \sinh \beta x = e^{-\alpha|x|} \left(\frac{e^{\beta x} - e^{-\beta x}}{2} \right) \quad (5)$$

Ce détecteur est normalisé sous la forme:

$$\underline{f}(x) = \frac{\beta^2 - \alpha^2}{\beta} e^{-\alpha|x|} \left(\frac{e^{\beta x} - e^{-\beta x}}{2} \right) \quad (6)$$

de telle sorte que sa réponse soit égale à l'unité au niveau du front pour un contour idéal ayant la forme d'un échelon unitaire.

Nous avons comparé les performances de l'opérateur hyperbolique proposé à celles des filtres optimaux classiques en calculant les critères de performance définis par Canny. Le contour utilisé est un échelon de hauteur unité noyé dans un bruit blanc Gaussien. Les résultats sont consignés dans le tableau 1 présenté en début de page suivante.

On notera que, quelque soit α , $\alpha > 0$, les performances du filtre hyperbolique sont en général meilleures que celles des quatre autres filtres pris en compte, à condition que $\beta < \alpha$. Ce n'est que pour la qualité de la localisation qu'un filtre s'avère supérieur au filtre proposé. En effet, la discontinuité du filtre de Shen & Castan apporte de meilleurs résultats en termes de localisation. Il est important de noter que l'on peut ajuster les performances du filtre hyperbolique en termes de localisation grâce à α et contrôler séparément les autres performances grâce à β .

4. IMPLANTATION RECURSIVE ET RESULTATS

Le filtre de détection de contours que nous proposons se prête parfaitement à une implantation récursive selon le schéma désormais classique proposé par Deriche [4]. Le principal avantage d'un filtre récursif réside dans la diminution du nombre total d'opérations élémentaires nécessaires à l'évaluation de la réponse, par rapport à un filtre non récursif de propriétés équivalentes. Implantée de cette façon, la méthode de détection de contours peut facilement être utilisée dans le cas de problèmes concrets, sur des images numériques par exemple.

L'implantation récursive est basée sur les constatations suivantes. En notant $x(n)$ la séquence d'entrée d'un filtre

type de filtre	équation de filtre	détection Σ	localisation Λ	réponses multiples M
Canny	$f_c(x) = xe^{-\alpha^2 x^2}$	$\Sigma_c = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \sqrt{\frac{2}{\Pi}}$	$\Lambda_c = \sqrt{\alpha} \sqrt{\frac{32}{9\Pi}}$	$M_c = \frac{\Pi}{\alpha\sqrt{5}}$
Deriche (type 1)	$f_{d_1}(x) = e^{-\alpha x } \sin \omega x$	$\Sigma_{d_1} = \sqrt{\frac{2\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}}$	$\Lambda_{d_1} = \sqrt{2\alpha}$	$M_{d_1} = \frac{\Pi}{\sqrt{5\alpha^2 + \omega^2}}$
Deriche (type 2)	$f_{d_2}(x) = xe^{-\alpha x }$	$\Sigma_{d_2} = \sqrt{\frac{2}{\alpha}}$	$\Lambda_{d_2} = \sqrt{2\alpha}$	$M_{d_2} = \frac{\Pi}{\alpha\sqrt{5}}$
Shen & Castan	$f_s(x) = \text{sign}(x)e^{-\alpha x }$	$\Sigma_s = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}$	$\Lambda_s = \infty$	$M_s = 0$
Hyperbolique	$f(x) = e^{-\alpha x } \sinh \beta x$	$\Sigma = \sqrt{\frac{2\alpha}{\alpha^2 - \beta^2}}$	$\Lambda = \sqrt{2\alpha}$	$M = \frac{\Pi}{\sqrt{5\alpha^2 - \beta^2}}$

Tableau 1 : Comparaison des performances des opérateurs de détection de contours

numérique non causal de réponse impulsionnelle infinie $g(i)$, la réponse $y(n)$ est donnée par l'expression suivante :

$$y(n) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} x(n-i)g(i) \quad (7)$$

Cette réponse $y(n)$ peut être décomposée en deux réponses, l'une $y^+(n)$ issue d'un filtre causal $g^+(i)$ appliqué à la séquence d'entrée $x(n)$, et l'autre $y^-(n)$ issue d'un filtre anticausal $g^-(i)$ appliqué à la séquence d'entrée $x(n)$, selon l'expression :

$$y(n) = y^+(n) + y^-(n), \quad n = -\infty, \dots, 0, \dots, +\infty \quad (8)$$

$$y^+(n) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} x(n-i)g^+(i), \quad n = -\infty, \dots, 0, \dots, +\infty \quad (9)$$

$$y^-(n) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} x(n+i)g^-(i), \quad n = -\infty, \dots, 0, \dots, +\infty \quad (10)$$

$$g^+(i) = g(i), \text{ si } i \geq 0, 0 \text{ sinon} \quad (11)$$

$$g^-(i) = g(-i), \text{ si } i > 0, 0 \text{ sinon} \quad (12)$$

Lorsqu'un filtre numérique causal $g^+(i)$ a une transformée en Z qui s'exprime sous la forme d'une fraction rationnelle $H^+(z)$ telle que :

$$H^+(z) = \frac{\sum_{k=0}^m a_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^n b_k z^{-k}} \quad 0 < m < n, \quad (13)$$

la réponse $y(n)$ de ce filtre à une séquence d'entrée $x(n)$ est donnée par l'équation récurrente suivante :

$$y^+(n) = \sum_{k=0}^M b_k x(n-k) - \sum_{k=0}^N a_k x(n-k) \quad (14)$$

dans laquelle m et n désignent les degrés respectivement du numérateur et du dénominateur de la transformée en Z du filtre.

Si les transformées en Z des deux filtres $g^+(i)$ et $g^-(i)$ s'expriment sous la forme de fractions rationnelles $H^+(z)$ et $H^-(z)$, leurs réponses à une séquence d'entrée peuvent s'exprimer sous cette même forme récursive. Dans ce cas, le filtre complet $g(i)$ peut être implanté en utilisant deux équations de récurrence.

Il faut noter que dans le cas d'une image numérique, l'étendue de la séquence d'entrée est limitée par la dimension N de l'image. Il nous faut donc imposer des conditions aux limites sur les valeurs initiales des équations de récurrence. Ces conditions sont les suivantes:

$$y(n) = a_1(y^+(n) - y^-(n)), \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (15)$$

$$y^+(n) = x(n-1) + b_1 y^+(n-1) + b_2 y^+(n-2) \quad (16)$$

$$n = 1, 2, \dots, N$$

$$y^-(n) = x(n+1) + b_1 y^-(n+1) + b_2 y^-(n+2) \quad (17)$$

$$n = N, 2, \dots, 1$$

$$x(0) = 0, \quad y^+(0) = y^+(-1) = 0$$

$$x(N+1) = 0, y^-(N+1) = y^-(N+2) = 0 \quad (19)$$

La décomposition du filtre hyperbolique que nous proposons conduit à une implantation récursive utilisant un nombre très limité d'opérations élémentaires. En effet, seuls trois coefficients sont différents de zéro. Les équations correspondant à cette implantation sont les suivantes :

$$a_1 = K_d \cdot (e^{(\beta-\alpha)} - e^{-(\alpha+\beta)}) \quad (20)$$

$$b_1 = e^{(\beta-\alpha)} + e^{-(\alpha+\beta)} \quad (21)$$

$$b_2 = -e^{-2\alpha} \quad (22)$$

$$K_d = \frac{(1 - e^{(\beta-\alpha)}) \cdot (1 - e^{-(\alpha+\beta)})}{e^{-(\alpha+\beta)} - e^{(\beta-\alpha)}} \quad (23)$$

Le coefficient K_d a été ajouté afin que la réponse du filtre récursif à un échelon unité soit égale à 1 au niveau du

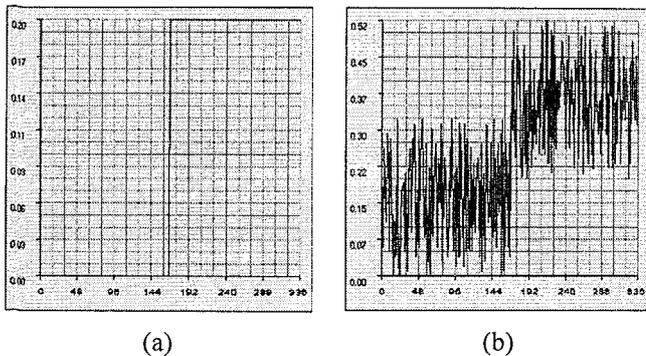
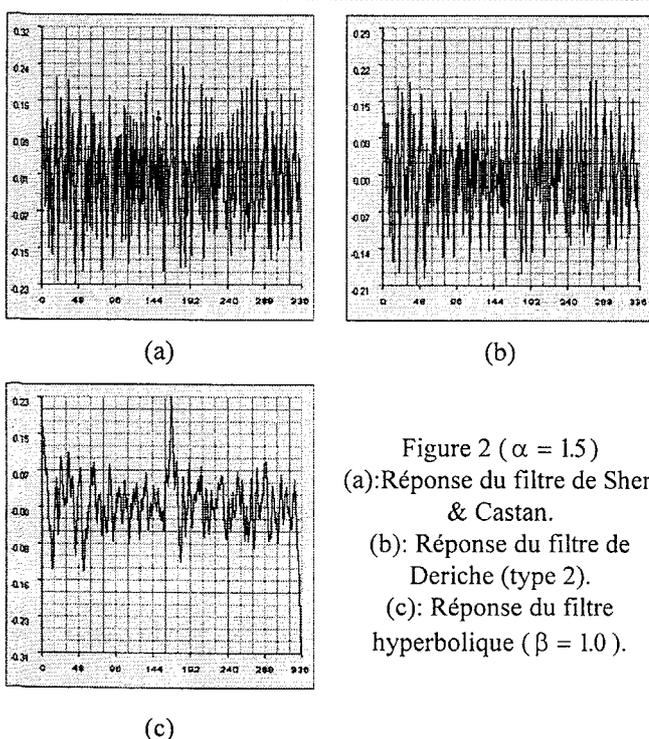


Figure 1

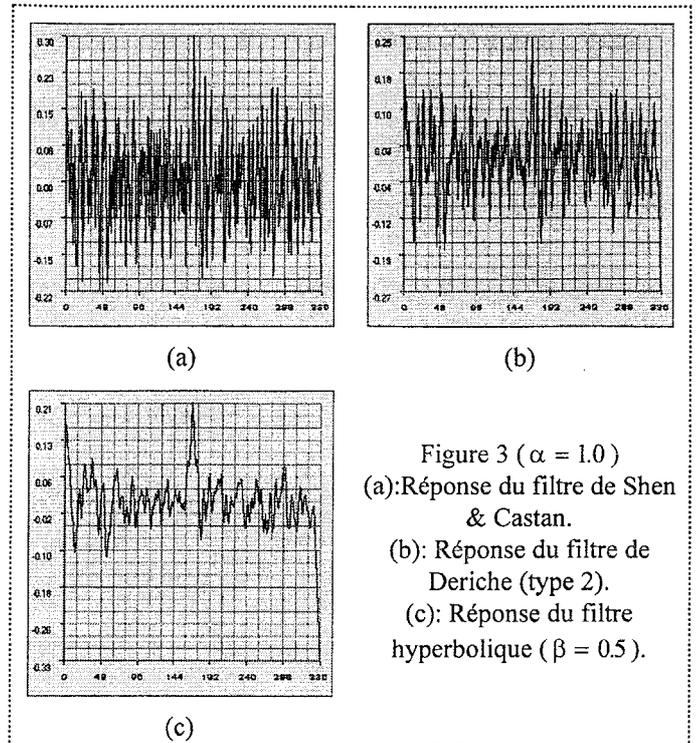
(a): échelon idéal.

(b): bruit blanc ajouté à l'échelon.

Figure 2 ($\alpha = 1.5$)

(a): Réponse du filtre de Shen & Castan.

(b): Réponse du filtre de Deriche (type 2).

(c): Réponse du filtre hyperbolique ($\beta = 1.0$).Figure 3 ($\alpha = 1.0$)

(a): Réponse du filtre de Shen & Castan.

(b): Réponse du filtre de Deriche (type 2).

(c): Réponse du filtre hyperbolique ($\beta = 0.5$).

front de l'échelon.

Nous avons utilisé l'opérateur décrit sur des images monodimensionnelles synthétiques contenant un contour de type échelon auquel nous avons superposé un bruit blanc (figure 1). Les résultats présentés sur les figures figure 2 et 3 pour différents réglages des paramètres α et β , montrent la supériorité du filtre proposé en termes de robustesse par rapport au bruit.

5. CONCLUSION

Dans cet article, nous avons décrit un nouvel opérateur de détection de contours basé sur l'utilisation de la fonction sinus hyperbolique. Nous avons évalué les performances de cet opérateur en utilisant les critères de Canny, et montré qu'il s'avère plus efficace que les autres opérateurs présentés dans la littérature. En outre, ce filtre se prête parfaitement à une implantation récursive en utilisant un faible nombre d'opérations élémentaires.

REFERENCES

- [1]: I. E. Abdou and W. K. Pratt, "Quantitative Design and Evaluation of Enhancement/Thresholding Edge Detectors" *Proc. of the IEEE*, vol. 67, n° 5, pp. 753-763, 1979.
- [2]: J. Canny, "A Computational Approach to Edge Detection" *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-8, pp. 679-698, 1986.
- [3]: J. Shen and S. Castan, "An Optimal Linear Operator for Edge Detection", *IEEE Conf. Vision Pattern Recogn.*, pp. 109-114, 1986.
- [4]: R. Deriche, "Fast Algorithms for Low-Level Vision" *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-12, pp. 78-87, 1990.