

**APPLICATION DES ONDELETTES SPLINES A LA  
SEGMENTATION D'IMAGES TEXTUREES.  
COMPARAISON AVEC LES FILTRES DE GABOR**

**Philippe VAUTROT et Noël BONNET**

Université de Reims  
21 rue Clément Ader  
51100 REIMS

RÉSUMÉ

Parmi les nombreuses méthodes de segmentation d'images texturées, les filtres multi-échelles présentent un intérêt évident. Les ondelettes splines possèdent des propriétés spatio-fréquentielles qui en font un candidat intéressant et une alternative aux filtres de Gabor fréquemment utilisés. Nous passons en revue quelques adaptations réalisées en vue de faire face aux problèmes de sélectivité angulaire et d'échantillonnage fréquentiel rencontrés. Nous montrons qu'une bonne sélectivité angulaire peut être obtenue si l'on fait précéder l'analyse en ondelettes d'un filtrage angulaire. Par contre, la décomposition en échelles entières ne semble pas améliorer nettement les résultats obtenus avec une décomposition dyadique.

ABSTRACT

Among the multitude of methods to segment textured images, the multiscale filters are of a great interest. Splines wavelets have important spatial-frequency properties which make them attractive for an alternative to the largely used Gabor filters. This work deals with some adaptations which try to overcome orientation sensitivity and frequency sampling problems. It is pointed out that a good orientation sensitivity can be obtained if an angular filter is applied before the wavelet decomposition. In counterpart, the wavelet transform with an integer scale does not seem to improve results, compared to the dyadic transform.

## 1. INTRODUCTION

L'analyse de textures demeure un problème crucial en analyse d'images. Elle peut être impliquée dans l'évaluation de surfaces, dans la reconnaissance de matériaux ou dans la segmentation de scène. On peut distinguer globalement deux types d'approches : celles faisant intervenir des primitives géométriques locales, des caractéristiques statistiques, des modélisations par champs aléatoires ou fractals d'une part, et les méthodes dites de filtrage spatio-fréquentiel d'autre part. Parmi ces dernières, les filtres de Gabor ont reçu un intérêt particulier, motivé par des recherches faites en neurophysiologie [9] qui les ont utilisés pour expliquer le fonctionnement du système visuel humain.

Récemment, une nouvelle forme de décomposition du signal, les ondelettes, ont alimenté le sujet des recherches. Celles-ci présentent des propriétés spatio-fréquentielles adaptées au problème de la segmentation des textures.

La segmentation d'une image en différentes régions de textures homogènes se décompose généralement en trois phases : 1) extraction de mesures, 2) réduction de

données (concentration d'information) 3) regroupement des mesures similaires en classes (clustering).

Pour la première étape (à nos yeux la plus importante car elle conditionne le résultat final), nous avons opté pour les méthodes de filtrages induites par la décomposition en ondelettes. Le succès récent de ces dernières en traitement du signal s'explique en partie par le fait que les ondelettes permettent d'obtenir "une analyse de Fourier locale, à toutes les échelles" (filtrage spatio-fréquentiel) tout en remédiant au problème de périodicité propre à Fourier. Après [10], nous avons étudié leurs possibilités d'application en segmentation de texture.

## 2. LES ONDELETTES SPLINES

Le choix de la famille d'ondelettes s'est porté sur les ondelettes splines décrites par Unser [13]. Les splines présentent l'avantage d'avoir une formulation analytique simple, entraînant une mise en oeuvre simple. De plus, Unser a montré [12] que les ondelettes B-splines tendaient asymptotiquement vers la fonction de Gabor quand le degré de la spline augmente. La mise en oeuvre des filtres se fait suivant le schéma décrit par Mallat [7]. Il met en jeu deux fonctions d'une variable, une fonction de type filtre passe-bas permettant le passage d'une échelle à



une autre, et une autre de type filtre passe-haut permettant d'extraire l'information perdue lors d'un passage d'une échelle à une autre. Pour appliquer le schéma au cas bidimensionnel des images, nous utilisons le produit tensoriel des espaces à une dimension [7].

Pour conserver l'invariance par translation de la décomposition, nous utilisons l'algorithme "à trous" [2] qui permet de conserver, entrelacées, toutes les décimations possibles du signal lors de la décomposition.

Le problème soulevé par les filtres 2D séparables obtenus par le produit tensoriel de deux espaces à une dimension concerne la sélectivité angulaire. A chaque étape de décomposition, nous obtenons quatre images. L'une (l'image lissée) est utilisée pour la décomposition à l'échelle suivante. Les deux suivantes (BH et HB) réagissent préférentiellement aux orientations de  $0^\circ$  et  $90^\circ$  (elles correspondent respectivement à un filtrage passe-bas sur les lignes et un filtrage passe-haut sur les colonnes, et inversement à un filtrage passe-haut sur les lignes et un filtrage passe-bas sur les colonnes). La dernière (HH) réagit plus fortement aux orientations de  $45^\circ$  et  $-45^\circ$  (elle correspond à un filtrage passe-haut sur les lignes et les colonnes). Pour la composition de textures représentées en figure 1, cette sélectivité angulaire est nettement insuffisante.

Pour pallier à ce problème, nous avons décidé d'appliquer en amont de la décomposition, une série de filtres de type Gaussien définis (dans le plan de Fourier) par :

$$G_{\vartheta_m}(u, v) = \exp\left[-\frac{(\vartheta - \vartheta_m)^2}{\sigma_\vartheta^2}\right],$$

où  $\vartheta$  est l'argument du complexe  $u+iv$ ,  
 $\vartheta_m$  est l'angle préférentiel,

$$\text{et } \sigma_\vartheta \text{ est donné par : } \sigma_\vartheta = \frac{\pi}{2N_\vartheta \sqrt{\ln 2}},$$

$N_\vartheta$  étant le nombre d'orientations pris en compte dans l'intervalle  $[-\pi/2, \pi/2]$ .

Associés par deux de façon à réunir les filtres dont les orientations préférentielles sont orthogonales, ceux-ci sont appliqués à l'image de départ, ce qui donne  $N_\vartheta/2$  images. Celles-ci subissent une rotation de manière à faire coïncider l'une des orientations préférentielles (mise en jeu par les filtres employés) avec l'axe des abscisses. Nous utilisons par la suite une décomposition dyadique simple sur chacune des  $N_\vartheta/2$  images en ne conservant cette fois-ci que les deux composantes BH et HB. La troisième composante HH ne présente plus d'intérêt.

La décomposition dyadique réalise à chaque étape une progression d'un octave dans le plan de Fourier. Pour réaliser une décomposition plus fine dans l'espace des fréquences, on calcule la décomposition sur une échelle

entière [11] en conservant le schéma de construction initial [13].

La généralisation des calculs se heurte à l'obtention de l'opérateur  $s(k)$  associé à l'ondelette spline :

$$\psi(x/m) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} s(k)\beta^n(x-k)$$

La solution donnée n'est valable rigoureusement que pour  $m$  pair. Dans le cas où  $m$  est impair, la fonction ondelette obtenue n'est plus orthogonale à la fonction échelle  $\beta^n$ . L'erreur introduite étant de l'ordre de  $10^{-2}$ , on peut étendre raisonnablement la solution  $s(k)$  au cas où  $m$  est impair.

Le second problème posé est celui du support induit par les filtres calculés. Lorsqu'on progresse dans l'échelle de décomposition, la taille relative du support augmente. Pour y remédier, nous remplaçons les filtres par une suite de convolutions semblables à celles employées pour une décomposition dyadique, faisant intervenir des filtres d'échelle inférieure dont le support est de taille plus modeste.

### 3. LES FILTRES DE GABOR

Pour éprouver l'efficacité de notre décomposition, nous avons choisi de comparer les résultats avec ceux découlant des filtres de Gabor. Ces derniers sont donnés par la formule générale suivante :

$$h(x, y) = g(x', y') \cdot \exp[2\pi i (Ux + Vy)]$$

avec

$$(x', y') = (x \cos\phi + y \sin\phi, -x \sin\phi + y \cos\phi)$$

$$g(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{x}{\sigma_x}\right)^2 + \left(\frac{y}{\sigma_y}\right)^2\right]\right\}$$

Le changement de variables  $\lambda = \sigma_x/\sigma_y$  et  $\sigma = \sigma_y$  est employé pour calculer les caractéristiques des filtres [3]. La fréquence préférentielle du filtre est donnée par son module  $F$  et son orientation  $\theta$  :

$$F = \sqrt{U^2 + V^2} \quad \text{et} \quad \theta = \tan^{-1}[V/U]$$

Pour simplifier l'emploi des filtres de Gabor, nous prenons les mêmes valeurs pour les angles  $\phi$  et  $\theta$  (configuration "daisy petal").

La difficulté de mise en oeuvre des filtres de Gabor réside dans le choix des fréquences et du nombre d'orientations d'une part, et dans celui des largeurs de bandes  $B$  et  $\Omega$  correspondantes d'autre part :

$$B = \log_2\left[\frac{(\pi F \lambda \sigma + \alpha)}{(\pi F \lambda \sigma - \alpha)}\right]$$

$$\Omega = 2 \cdot \tan^{-1}\left[\frac{\alpha}{\pi F \sigma}\right]$$

$$\text{avec } \alpha = \sqrt{\frac{\ln 2}{2}}$$

Des expériences physiologiques [9] ont montré que la largeur de bande fréquentielle des cellules simples du cortex visuel se situait autour d'un octave. Il est donc courant de voir une largeur de bande prise égale à un octave [6][8]. Bovik et al. [4] préconisent un sur-échantillonnage au niveau des fréquences et/ou des orientations. Le choix des largeurs de bandes angulaires est déterminé en fonction du nombre d'orientations  $N_\theta$  pris entre  $-90^\circ$  et  $90^\circ$  de façon à être contiguës pour deux orientations successives. On a  $\Omega = \pi/N_\theta$ . En sortie de filtre, nous ne gardons que la partie réelle du résultat.

#### 4. METHODE DE SEGMENTATION

Pour pouvoir comparer les deux méthodes décrites précédemment, il est important d'employer en aval de ces calculs le même schéma de segmentation. L'image à segmenter une fois filtrée donne pour chaque pixel une série de valeurs. Il est montré en principe que seule une étape linéaire (le filtrage) ne permet pas de segmenter certaines textures et qu'une étape non linéaire dans les calculs est indispensable.

Les sorties de filtres présentent en général un aspect ondulatoire. Les régions se caractérisent souvent en fonction de la périodicité de ces ondulations, ainsi que de l'amplitude de celles-ci. Nous utilisons le calcul de la variance sur une fenêtre locale pour déterminer ces différences. La taille de la fenêtre de calcul est inversement proportionnelle à la fréquence d'étude dans le cas des filtres de Gabor et proportionnelle à l'échelle de décomposition dans le cas des ondelettes.

Une fois le calcul non linéaire exécuté, nous obtenons une série de valeurs pour chaque pixel (vecteurs paramétriques). La deuxième étape vise à réduire la dimension de ces vecteurs. Pour cela, on applique la transformée de Karhunen-Loève (TKL). Dans [1], l'auteur introduit la notion de transformée KL locale faisant intervenir le lissage des composantes en amont de la transformée et permettant d'améliorer les résultats. Dans le cas présent, on peut admettre que le lissage provient du calcul de la variance. En effet, comme les images résultant des filtres de Gabor ou des ondelettes ont une moyenne proche de zéro, calculer la variance locale revient à prendre le module de l'image filtrée, puis à le convoluer à l'aide d'un filtre moyenne de taille égale à la fenêtre utilisée pour le calcul de la variance.

La dernière étape consiste à segmenter l'image de départ en fonction des vecteurs signatures obtenus après la TKL. On suppose ici le nombre  $N_R$  de classes connu. On ne garde que les  $N_R$  premières composantes des vecteurs paramétriques correspondant aux  $N_R$  valeurs propres les plus fortes de la TKL. On applique alors un algorithme de type K-Means sur les vecteurs paramétriques réduits. L'initialisation des centres se fait aléatoirement en se

gardant de choisir ceux-ci trop proches l'un de l'autre. La distance minimale est définie arbitrairement comme étant la longueur de la plus grande des arêtes de l'hypercube englobant les vecteurs paramétriques, divisé par  $2N_R$ . Les distances employées sont la distance euclidienne d'une part et la distance de Mahalanobis d'autre part.

#### 5. EXPERIMENTATION

Les ondelettes splines orthogonales d'ordre 3 de Battle-Lemarié ont été prises pour les tests faits sur diverses compositions de textures de Brodatz [5].

La nécessité d'une détection angulaire est mise en évidence par la composition de la figure 1 (textures de Brodatz D24 et D93). Nous avons utilisé dans les deux cas une décomposition dyadique. L'adjonction d'un filtrage angulaire préalablement à la décomposition sur la base des ondelettes permet d'obtenir une bonne segmentation de l'image.

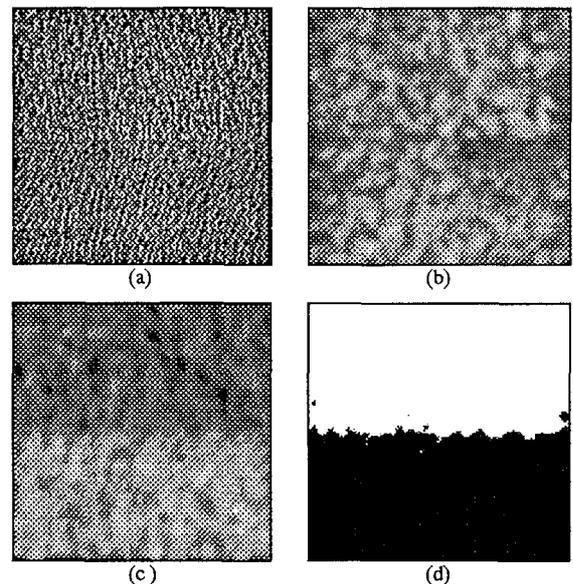


Fig. 1. (a) Image composée des textures D93 et D24. (b) Première composante de la TKL après simple décomposition dyadique. (c) Première composante de la TKL après filtrage angulaire et décomposition dyadique. (d) Segmentation obtenue à partir de c., en ajoutant les coordonnées spatiales aux vecteurs paramétriques.

Sur la figure 2, nous avons employé deux séries de filtres de Gabor. La première échantillonne l'espace des fréquences sur 8 orientations et 4 fréquences ( $f_n/2$ ,  $f_n/4$ ,  $f_n/8$  et  $f_n/16$ ,  $f_n$  étant la fréquence de Nyquist) avec des largeurs de bandes respectives de 1.3, 1.0, 1.0, et 0.7. Dans la deuxième série, nous gardons le même nombre d'orientations mais nous doublons le nombre de fréquences en réduisant par un facteur de deux à la fois l'intervalle des fréquences et les largeurs de bandes. La segmentation est meilleure dans le second cas.

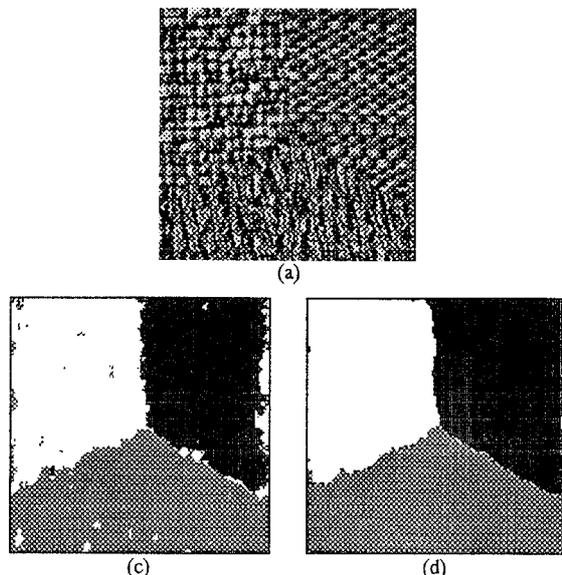


Fig. 2. (a) Image composée des textures D84, D55 et D24. Résultats obtenus avec les filtres de Gabor : (b) 8 orientations et 4 fréquences, (c) 8 orientations et 8 fréquences.

La figure 3 présente les résultats obtenus avec l'image texturée de la figure 2 et deux décompositions différentes. L'une est la décomposition dyadique poursuivie jusqu'à la quatrième étape, la seconde est une décomposition sur les échelles entières paires allant de 2 à 16. Les segmentations obtenues sont quasiment identiques.

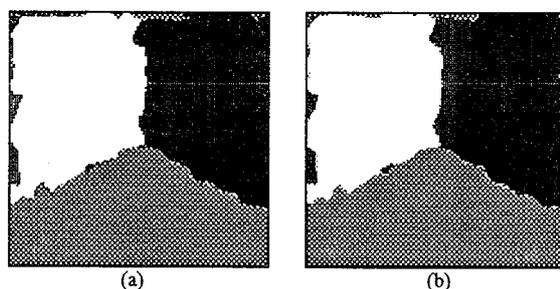


Fig. 3. Segmentation obtenue avec les ondelettes splines orthogonales de degré 3 : (a) Décomposition dyadique, (b) Décomposition sur les échelles entières paires

## 6. CONCLUSION

La réduction de l'intervalle des fréquences et de la largeur de bande des filtres de Gabor permet d'améliorer les résultats de segmentation (fig. 2). Il paraissait donc raisonnable d'attendre une amélioration similaire en augmentant le nombre d'ondelettes (décomposition en échelle entière au lieu d'une décomposition dyadique). Pourtant, nous n'avons pas pu mettre en évidence une nette amélioration des résultats.

Par contre, l'introduction d'un filtrage angulaire préalable permet d'accroître très sensiblement la sélectivité angulaire. Cette démarche peut s'appliquer à toute situation faisant intervenir des filtres séparables et requérant une sensibilité au niveau angulaire. Cette particularité représente notamment l'intérêt suivant : la

construction d'ondelettes est plus facile à mettre en oeuvre dans le cas monodimensionnel grâce au lemme de Fejer-Riesz, qui n'est pas généralisable au cas multidimensionnel. On peut désormais appliquer ces ondelettes au cas bidimensionnel, voire multidimensionnel, sans perdre sur le plan sélectivité angulaire.

## REFERENCES

1. J. Bigün, "Unsupervised feature reduction in image segmentation by local transforms", *Patt. Rec. Lett.* **14**, 573-583 (1993)
2. A. Bijaoui, J.-L. Starck and F. Murtagh, "Restauration des Images Multi-Echelles par l'Algorithme à Trous", *Traitement du signal*, **11** (1994)
3. A.C. Bovik, M. Clark and W.S. Geisler, "Multichannel Texture Analysis Using Localized Spatial Filters", *IEEE Trans. Patt. Anal. Machine Intell.*, **12**, 55-73 (1990)
4. A.C. Bovik, N. Gopal, T. Emmoth, A. Restrepo, "Localized Measurement of Emergent Image Frequencies by Gabor Wavelets", *IEEE Trans. Inform. Theory*, **38**, 691-712 (1992)
5. P. Brodatz, "Textures : A Photographic Album for Artists and Designers", Dover, New York (1966)
6. A.K. Jain, F. Farrokhnia, "Unsupervised Texture Segmentation using Gabor Filters", *Patt. Rec.* **24**, 1167-1186 (1991)
7. S.G. Mallat, "A Theory for Multiresolution Signal Decomposition : The Wavelet Representation", *IEEE Trans. Patt. Anal. Machine Intell.*, **11**, 674-693 (1989)
8. R. Navarro and A. Taberero, "Gaussian Wavelet Transform : Two Alternative Fast Implementation for Images", *Multidim. Syst. Signal Proc.*, **2**, 421-436 (1991)
9. D. A. Pollen and S. F. Ronner, "Visual Cortical Neurons as Localized Spatial Frequency Filters", *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, **SMC-13**, 907-916 (1983)
10. M. Unser, "Texture classification and segmentation using wavelets", Personal communication (1993)
11. M. Unser, A. Aldroubi and S. J. Schiff, "Fast Implementation of the Continuous Wavelet Transform with Integer Scales", *IEEE Trans. Signal Processing*, **42**, 3519-3523 (1994)
12. M. Unser, A. Aldroubi and M. Eden, "On the Asymptotic Convergence of B-Spline Wavelets to Gabor Functions", *IEEE Trans. Inform. Theory*, **38**, 864-872 (1992)
13. M. Unser and A. Aldroubi, "Polynomial and Wavelets, a Signal Processing Perspective", in *Wavelets : a tutorial in theory and applications*, C.K. Chui (ed.) Academic Press New York, 91-122 (1992)