

MODÈLE DE VISION MULTI-ÉCHELLES APPLICATIONS AUX IMAGES ASTRONOMIQUES

Frédéric RUÉ et Albert BIJAOU

Observatoire de la Côte d'Azur
B.P.229 06304 Nice Cedex 4

Nous avons introduit un modèle de vision multi-échelles basé sur la transformation en ondelettes pour analyser les images astronomiques à grand champ. La transformation discrète est réalisée par l'algorithme *à trous*. Le modèle est fondé sur la notion de structures significatives. Les pixels de l'espace de la transformation en ondelettes (ETO), pouvant être attribués aux objets, sont identifiés. A chaque échelle, une procédure de segmentation est appliquée. Un graphe de connection inter-échelles est alors établi. A partir de celui-ci, des sous-graphes connexes définissant les objets sont identifiés. Connaissant ainsi le volume de coefficients en ondelettes définissant l'objet dans l'ETO, on reconstruit son image en utilisant la méthode des gradients conjugués. Le modèle a été testé avec succès sur des images de simulation et réelles. Par rapport aux autres modèles de vision astronomiques, les structures complexes sont beaucoup mieux analysées.

1 Introduction

Un modèle de vision est défini par l'ensemble des opérations nécessaires à une analyse automatique de l'image : détection des objets, mesures et classification.

Les modèles classiques de vision basés sur une détection des contours ne sont pas adaptés aux images astronomiques [2] : les sources astronomiques diffuses ne peuvent être correctement définies par leurs contours. D'autres modèles ont été utilisés attribuant aux objets les pixels supérieurs au fond de ciel [9] [6] ou en leur associant un maximum local et un profil radial [8]. Ces méthodes d'analyse mono-échelle de l'image, ne conviennent qu'aux étoiles ou aux sources quasi ponctuelles disposées sur un fond de ciel lentement variable, mais ne permettent pas de décrire des structures plus complexes. Une analyse multi-échelles, basée sur la transformation en ondelettes de l'image, permet d'optimiser la détection d'objets de différentes tailles et de mettre en évidence une hiérarchie de structures dans certains objets.

We have introduced a multiscale vision model based on the wavelet transform to analyse deep field astronomical images. The discrete transform is performed by the *à trous* algorithm. The vision model is based on the notion of the significant structures. We identify the pixels of the wavelet transform space (WTS) we can attribute to the objects. At each scale a region labelling is done. An interscale connectivity graph is then established from which connected trees defining objects are identified. The identification of WTS pixels related to a given object leads to reconstruct an image by the conjugate gradient method. The model has been tested successfully on simulated and real images, and complex structures are better analysed than using other astronomical vision models.

2 L'approche multi-échelles

Parmi les différentes transformations en ondelettes discrètes, nous avons choisi l'*algorithme à trous* [4] qui conduit à une analyse multi-échelles dyadique de l'image. Cet algorithme permet une vision isotrope en ne privilégiant aucune direction particulière dans l'image :

L'image échantillonnée, $F(k, l)$ (notée également $F(0, k, l)$), est supposée être le produit scalaire d'une fonction \mathcal{F} avec une fonction d'échelle ϕ :

$$F(k, l) = \langle \mathcal{F}(x, y), \phi(x - k, y - l) \rangle \quad (1)$$

L'image lissée de $F(k, l)$ à l'échelle i est donnée par le produit scalaire suivant :

$$F(i, k, l) = \frac{1}{2^i} \langle \mathcal{F}(x, y), \phi\left(\frac{x - k}{2^i}, \frac{y - l}{2^i}\right) \rangle \quad (2)$$

ϕ , choisi comme le produit de deux fonctions *B-spline* cubique, [11] ($\phi(x, y) = B_3(x)B_3(y)$), satisfait l'équation de dilatation [10] :

$$\frac{1}{2} \phi\left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) = \sum_n h(n)h(m)\phi(x - n, y - m) \quad (3)$$



Les $F(i, k, l)$ sont alors calculés par la relation de récurrence :

$$F(i, k, l) = \sum_{n,m} h(n)h(m)F(i-1, k+2^{i-1}n, l+2^{i-1}m) \quad (4)$$

Enfin, les coefficients en ondelette de l'échelle i sont obtenus par la différence de deux images lissées successives :

$$W(i, k, l) = F(i-1, k, l) - F(i, k, l) \quad (5)$$

Si la taille de l'image est $N \times N$ et le nombre d'échelles n_s , la taille de la transformée en ondelettes est $n_s N^2$. Cette redondance permet de définir aisément les liens inter-échelles entre deux images en ondelettes qui constituent la base de notre modèle de vision.

3 Le modèle de vision multi-échelles

3.1 Définition des objets dans l'espace de la transformation en ondelettes

Un objet occupe une région physique connexe dans l'image. Cette connexité dans l'espace direct se retrouve dans l'espace de la transformation en ondelettes (ETO). A chaque échelle, les régions du plan en ondelettes correspondant aux structures de l'objet sont aussi connexes. Cette connexité 2D devient une connexité 3D si on considère non seulement chaque structure mais aussi l'ensemble 3D formé par celles-ci, qui n'est autre que la description de l'objet dans l'ETO.

Les grandes étapes de notre modèle peuvent être maintenant définies [3] : Les procédures de **seuillage** et de **segmentation** permettent de sélectionner les coefficients en ondelettes statistiquement significatifs et de les regrouper dans des domaines connexes définissant les structures des objets. Un **graphe de connection inter-échelles** peut alors être construit, à partir duquel, la procédure d'identification des objets extrait des sous-graphes connexes décrivant les objets dans l'ETO. Enfin, grâce à des **algorithmes de restauration partielle**, une image de chaque objet est reconstruite à partir de l'ensemble 3D de coefficients en ondelettes qui le définit. On peut alors effectuer des mesures et classer les objets.

3.2 Seuillage dans l'ETO

La distribution statistique des coefficients en ondelettes dépend de la statistique du bruit de l'image que nous admettons gaussien, blanc et stationnaire. A

la première échelle, les coefficients en ondelettes proviennent essentiellement du bruit, il est donc aisé de déterminer l'écart-type du bruit de cette échelle à partir de son histogramme. Connaissant la variation du bruit en fonction de l'échelle, on en déduit l'ensemble des σ_i (σ_i étant l'écart-type du bruit de l'échelle i). Nous pouvons alors introduire un critère de signification statistique des coefficients en ondelettes $W(i, k, l)$ en appliquant la méthodologie classique de la théorie de la décision [5]. Il suffit de comparer $W(i, k, l)$ à $k\sigma(i)$, où k vaut généralement 3. Nous ne retiendrons que les coefficients positifs : si $W(i, k, l) > 3\sigma_i$, ce coefficient est alors dit statistiquement significatif.

3.3 La segmentation multi-échelles

A chaque échelle, une procédure de segmentation en région regroupe les pixels significatifs voisins en domaines connexes. A chaque pixel (k, l) de l'échelle i est attribué un label noté $L(i, k, l)$; s'ils ne sont pas significatifs, leur label est 0. Les pixels d'un même domaine ont le même label. Notons $D(i, n)$ un domaine de l'échelle i de label n , il est défini par la relation :

$$D(i, n) = \{W(i, k, l) \mid L(i, k, l) = n\} \quad (6)$$

3.4 L'étiquetage inter-échelles

Il nous faut maintenant relier les différents domaines étiquetés mis en évidence à l'étape précédente. Soit les domaines $D(i, n)$ de l'échelle i et $D(i+1, m)$ de l'échelle $i+1$. $(k_{i,n}, l_{i,n})$ sont les coordonnées du plus grand coefficient $W(i, k_{i,n}, l_{i,n})$ de $D(i, n)$. $D(i, n)$ est dit "lié" à $D(i+1, m)$ si :

$$L(i+1, k_{i,n}, l_{i,n}) = m \quad (7)$$

Autrement dit, la position du plus grand coefficient de $D(i, n)$ correspond également à un coefficient de $D(i+1, m)$. A partir des relations inter-échelles, un graphe dont les sommets correspondent aux domaines étiquetés, peut être ainsi construit. Les domaines isolés sont des artefacts généralement dus au bruit; ils sont donc rejetés.

3.5 L'identification des objets

Des sous-graphes connexes du graphe de connection inter-échelles peuvent être identifiés. Ils définissent les objets et correspondent mathématiquement à des arborescences [1]. Nous avons généralement des objets complexes, par exemple une nébuleuse et ses étoiles. A partir de l'arborescence associée à l'objet nébuleuse, on peut extraire des sous-arborescences décrivant ses sous-objets, par exemple des étoiles. Différentes règles ont été introduites pour sélectionner les objets et leurs sous-objets; elles permettent en particulier de se

prémunir contre la détection de faux sous-objets qui apparaîtraient aux basses échelles à cause du bruit.

3.6 La reconstruction des images des objets

Considérons un objet (ou un sous-objet) \mathcal{O} et son arborescence associée \mathcal{T} . Il correspond à un ensemble de coefficients en ondelettes \mathcal{V} défini sur un support tridimensionnel \mathcal{S} dans l'ETO :

$$\mathcal{O} \iff \{\mathcal{V}(i, k, l), \text{ pour } (i, k, l) \in \mathcal{S}\} \quad (8)$$

où

$$\mathcal{S} = \{(i, k, l) \mid W(i, k, l) \in D(i, n) \text{ sommet de } \mathcal{T}\} \quad (9)$$

Soit F une image et W sa transformation en ondelettes. F peut être considérée comme l'image restaurée de \mathcal{O} si :

$$\mathcal{V}(i, k, l) = W(i, k, l) \quad \forall (i, k, l) \in \mathcal{S} \quad (10)$$

P_S est l'opérateur de projection sur \mathcal{S} et TO l'opérateur de transformation en ondelettes, on a :

$$\mathcal{V} = (P_S \circ TO)(F) = H(F) \quad (11)$$

Nous devons donc résoudre ce problème inverse qui consiste à déterminer F connaissant H et \mathcal{V} . Ce problème est cohérent, il admet au moins une solution qui n'est autre que l'image originale de l'objet. Mais généralement nous avons une infinité de solutions. Il faut donc introduire une condition de régularisation permettant de ne retenir qu'une solution, "la meilleure". Nous utilisons l'algorithme itératif des gradients conjugués [7] qui fournit une image reconstruite de bonne qualité avec peu d'artéfacts. Dans ce cas, la condition de régularisation est la minimisation de l'énergie de la solution :

$F^{(n)}$, l'image estimée de F à l'itération n , est donnée par :

$$\begin{cases} \tilde{F}^{(n+1)} = F^{(n)} + \alpha^{(n)} F_r^{(n)} \\ F^{(n+1)}(k, l) = \text{Max}(0, \tilde{F}^{(n+1)}(k, l)) \end{cases} \quad (12)$$

L'image intermédiaire $\tilde{F}^{(n+1)}$ est seuillée pour donner une image $F^{(n+1)}$ positive. $F_r^{(n)}$, l'image résidue est obtenue par la relation de récurrence :

$$F_r^{(n)} = \tilde{R}(\mathcal{V} - V_{in}^{(n)}) + \beta^{(n)} F_r^{(n-1)}$$

$V^{(n)}$ est la transformation en ondelettes de $F^{(n)}$ et $V_{in}^{(n)}$ correspond aux coefficients situés à l'intérieur de \mathcal{S} . $\alpha^{(n)}$ et $\beta^{(n)}$ sont des paramètres de convergence. Enfin, \tilde{R} est l'opérateur adjoint qui transforme une structure en ondelettes \mathcal{W} en image \mathcal{F} :

$$\mathcal{F} = \tilde{R}(\mathcal{W}) = \sum_{i=1}^{i=n_s} \{TO(\mathcal{W}(i))\}(i) \quad (13)$$

$\mathcal{W}(i)$ est le plan i en ondelettes de \mathcal{W} , ces coefficients sont $\mathcal{W}(i, k, l)$.

4 Applications

Nous avons testé notre modèle sur des images de simulation d'étoiles et de galaxie. Les résultats se sont avérés très bons même pour des rapports signal sur bruit assez défavorables. D'autres études ont été réalisées sur des images réelles telles que l'image gal0001. Cette image, représentée sur la partie gauche de la figure 1, correspond à l'amas de galaxie 0637-53.

Pour chaque objet détecté de gal0001, on reconstruit une image. En rassemblant toutes les images des objets, on forme une image restaurée de l'amas de galaxies (voir figure 2). Sur cette image n'apparaissent plus que les structures physiques significatives, le bruit de fond ayant été supprimé. Le modèle permet de mettre en évidence certaines hiérarchies de structures regroupées dans des ensembles plus importants et d'extraire des objets de magnitude assez faible difficilement détectables après une simple analyse visuelle de l'image.

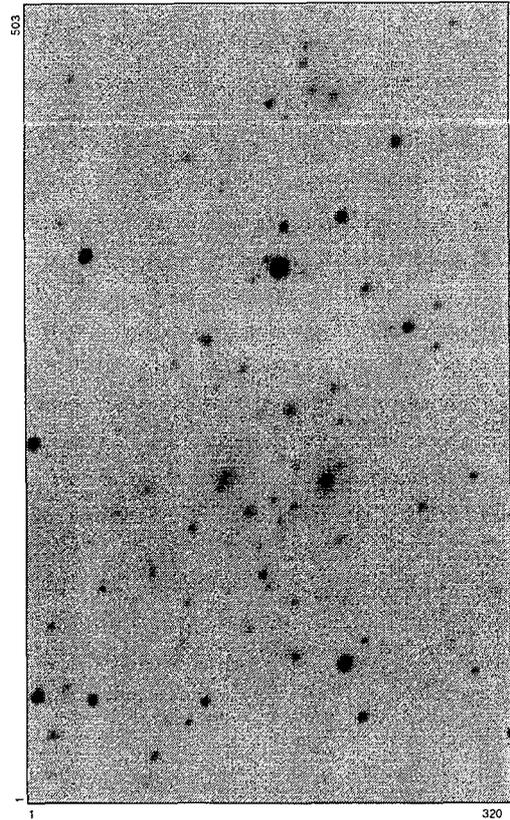


Figure 1: Image de gal0001

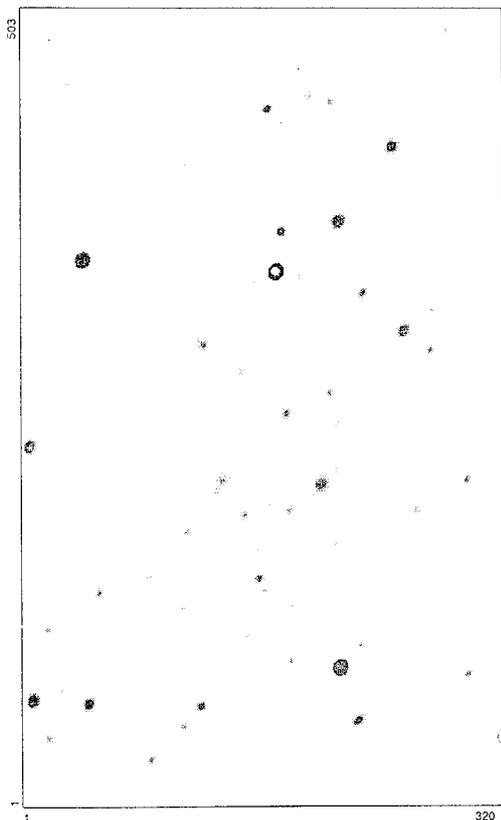


Figure 2: Image restaurée de gal0001

5 Conclusion

A l'inverse des méthodes traditionnelles, le modèle de vision multi-échelles permet d'identifier dans une image non seulement les objets ponctuels mais aussi et surtout des structures beaucoup plus complexes. Il permet de s'affranchir du calcul du fond de ciel et, pour chaque objet de l'image, de disposer, grâce à l'algorithme de reconstruction itératif, d'une image assez fidèle, ce qui devrait améliorer les opérations de mesure et de classification. Enfin, un objet peut être représenté par un ensemble de coefficients dans l'ETO; il n'est alors plus nécessaire de disposer de toute l'information pour décrire l'image.

Références

- [1] Claude Berge. *Théorie des graphes et ses applications*. Dunod Paris, 1967.
- [2] A. Bijaoui, G. Lago, J. Marchal, and C. Ounnas. Le traitement automatique des images en astronomie. In ed. INRIA, editor, *Traitement des Images et Reconnaissance des Formes*, pages 848–854, 1978.
- [3] A. Bijaoui and F. Rué. A multiscale vision model adapted to the astronomical images. submitted to Signal Processing, December 1994.
- [4] A. Bijaoui, J.L. Starck, and F. Murtagh. Restauration des images multi-échelles par l'algorithme à trous. *Traitement du signal*, 11:229–243, 1994.
- [5] W.W. Harman. *Principles of the Statistical Theory of Communication*, chapter 11, page 217. Mac-Graw Hill, New York, 1963.
- [6] A. Kruszewski. Inventory-searching, photometric and classifying package. In *1st ESO/ST-ECF Data Analysis*. Warsaw University Observatory, April 1989.
- [7] P. Lascaux and R. Théodor. *Analyse numérique matricielle appliquée à l'art de l'ingénieur*, volume 2. Masson, 1994.
- [8] E. Slezak, A. Bijaoui, and G. Mars. Study of a field in the coma supercluster: automated galaxies count. *Astronomy and Astrophysics*, 200:1–20, 1988.
- [9] E. Slezak, G. Mars, A. Bijaoui, C. Balkowski, and P. Fontanelli. Galaxy counts in the coma supercluster field: automated image detection and classification. *Astron. Astrophys. Sup. Ser.*, 74:83–106, 1988.
- [10] G. Strang. Wavelets and dilation equations: a brief introduction. *SIAM Review*, 31:614–627, 1989.
- [11] M Unser and A. Aldroubi. Polynomial splines and wavelets - a signal processing perspective. In *Wavelets: a tutorial in theory and applications*, pages 91–122. ed. C.K. Chui, Academic Press, New York, 1992.