

NOUVELLES STRUCTURES DE RÉCEPTEURS ADAPTATIFS UTILISANT L'ALGORITHME DE VITERBI, AVEC COMPLEXITÉ RÉDUITE

Eric PETIT

CEPHAG-ENSIEG URA CNRS 346, BP 46, 38402 Saint Martin d'Hères-FRANCE

RÉSUMÉ

Cette étude explore la possibilité de réduire la dimension du treillis de Viterbi par un préfiltrage linéaire adaptatif, tel que la réponse impulsionnelle globale du système réponde à des critères choisis. Ce travail ouvre de nouvelles perspectives pour l'égalisation de canaux de transmission sévères (ISI important et rapport signal à bruit faible).

Les transmissions a.s.m. de signaux à phase cohérente haut débit de type PSK se heurtent aux effets combinés du canal a.s.m. : multi-trajets, fluctuations de phase, bruit ambiant ... L'égalisation en bande-de-base est alors un moyen de combattre les effets indésirables du canal. Pour cela, les techniques d'égalisation adaptative doivent être performantes, et la complexité des algorithmes compatible avec un traitement temps réel. Bien que l'algorithme de Viterbi soit certainement un des algorithmes les plus performants, les systèmes récents [1] utilisent des récepteurs sous-optimaux de plus faible complexité, basés sur des structures type DFE. Pour des transmissions présentant un bon rapport signal à bruit ce type de récepteurs est particulièrement bien adapté. Cependant, si le rapport signal à bruit est faible (< 10 dB) la structure DFE n'est plus appropriée car trop sensible aux erreurs de décisions. De ce fait, et compte tenu de la complexité souvent prohibitive de l'algorithme de Viterbi, certains auteurs [2] [3] ont dès le début et suite au célèbre article de Forney [4], cherché à réduire cette complexité en proposant des structures type DFE-MLSE¹. L'idée générale est d'utiliser un filtre linéaire en amont de l'algorithme de Viterbi pour forcer la réponse impulsionnelle globale (canal et filtre linéaire amont) à approximer une réponse impulsionnelle désirée (DIR) de durée réduite, pour servir dans le calcul de la métrique cumulée. La forme générale est celle du schéma Fig. 1. La description est la suivante : x_n est le signal reçu en bande-de-base, \tilde{u}_n le symbole décidé (± 1 si signal BPSK) en sortie de l'algorithme de Viterbi, $C(z)$ le filtre linéaire amont et $Q(z)$ le filtre linéaire correspondant à la DIR.

ABSTRACT

This paper examines the possibility of reducing the dimension of Viterbi treillis by adaptively prefiltering the received signal in such a way that the overall impulse response of the system is chosen upon given criteria. The obtained results show nice possibilities for equalizing channels with severe ISI and noise.

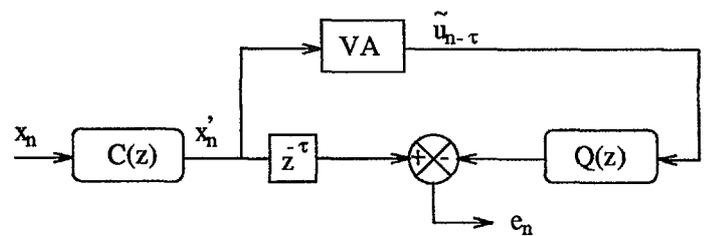


Figure 1: Structure générale du récepteur

L'algorithme de Viterbi voit donc en entrée le signal :

$$x'_n = (q * \tilde{u})_n + e_{n+\tau}$$

Le calcul de sa métrique cumulée se fait donc sur la base des M coefficients : q_0, q_1, \dots, q_{M-1} , et le bruit en entrée correspond à l'erreur d'estimation e_n . Le problème est maintenant celui d'optimiser la DIR, afin de réduire la dimension du treillis de Viterbi, tout en maintenant les performances de la détection au sens du maximum de vraisemblance (MV). Dans ce travail nous développons trois approches :

- La première est basée sur l'idée de Qureshi&Newhall [2] d'optimiser la DIR selon un critère quadratique sous la double contrainte : $Q(z)$ causal, tronqué à M coefficients, et $q_0 = 1$.
- La deuxième reprend la démarche de Falconer&Magee [3] qui consiste à optimiser la DIR avec une contrainte d'énergie constante, ceci dans le but de rendre minimum la puissance du bruit $E[|e_n|^2]$ en entrée du détecteur MV.
- La dernière approche est sans doute la plus ambitieuse dans la mesure où nous proposons d'estimer, de façon adaptative, le filtre adapté blanchissant de Forney - (WMF). Ce dernier, placé en amont de l'algorithme de Viterbi, génère un modèle de canal à bruit additif blanc et gaussien. Le fonctionnement du détecteur de Viterbi est alors optimal.

¹Decision Feedback Equalizer-Maximum Likelihood Sequence Estimator



Dans cette optique, il est utile de définir une nouvelle structure appelée “bi-transverse”, Fig. 2, formée par les filtres $C(z)$ et $Q(z)$. L’optimisation de cette structure en fonction

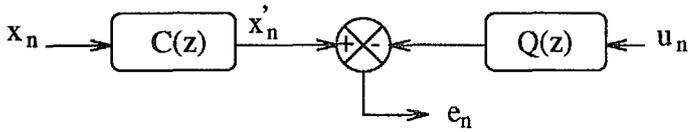


Figure 2: Structure bi-transverse

de critères et contraintes différents constitue en fait le point de départ de cette étude. Dans la première partie, on étudie la solution du régime stationnaire pour le modèle du canal considéré suivant, en bande de base et échantillonné à la cadence des symboles :

$$x_n = (h * u)_n + b_n$$

avec les notations :

- $\{h_i\}_{0 \dots L}$: réponse impulsionnelle du canal ;
- $\{u_i\}$: séquence des symboles supposés indépendants et de variance unitaire $\sigma_u^2 = 1$;
- $\{b_i\}$: bruit blanc gaussien de variance σ_b^2 .

On considère les 3 solutions suivantes pour la structure bi-transverse, relatives aux trois approches susdites :

1. DFE-MSE : structure optimisée suivant le critère des moindres carrés sous la double contrainte : $Q(z)$ causal et $q_0 = 1$ (la structure bi-transverse est dans ce cas équivalente à la structure DFE) ;
2. MEF pour “Minimum Eigen Filter” : la structure est encore optimisée à l’aide du critère quadratique mais sous la contrainte d’énergie constante sur la DIR : $\sum_{i=0}^{M-1} |q_i|^2 = 1$;
3. DFE-ZF : à nouveau on impose la double contrainte $Q(z)$ causal et $q_0 = 1$ (celle de la structure DFE), mais le critère utilisé est ici le critère “Zero-Forcing” d’annulation de l’interférence entre symboles.

La deuxième partie est consacrée à l’optimisation adaptative de la structure bi-transverse, pour les 3 solutions retenues : DFE-MSE, MEF, et DFE-ZF. On propose en particulier, un algorithme pour estimer la solution MEF, qui contrairement à l’algorithme de Falconer&Magee [3] est adaptatif et possède un faible coût de calcul.

La troisième partie concerne l’utilisation conjointe de la structure bi-transverse et du détecteur de Viterbi, pour les trois approches retenues. Enfin, dans la dernière partie, on teste ces trois récepteurs sur des données réelles a.s.m.

1. SOLUTIONS DU RÉGIME STATIONNAIRE

Examinons les solutions qui dérivent du critère quadratique, c’est-à-dire, de la minimisation de : $P_e = E[|e_n|^2]$.

Si on impose la double contrainte : $Q(z)$ causal et $q_0 = 1$, on voit immédiatement que la structure “bi-transverse” est équivalente à la structure DFE classique. La solution, notée DFE-MSE, peut alors s’interpréter comme la projection orthogonale de l’erreur e_n sur l’espace d’observation

$\{\dots, x_n, \dots, u_{n-1}, u_{n-2}, \dots\}$. Il en découle que l’erreur e_n est décorrélée. Néanmoins, sa d.d.p. ne suit pas une loi gaussienne, ceci en raison de l’interférence résiduelle.

Appelons $S_x(z)$ la TZ de l’autocorrélation du signal reçu x_n . On sait que la solution théorique $Q(z)$, se déduit de la factorisation spectrale de $S_x(z)$:

$$S_x(z) = |B|^2 Q(z) Q^*\left(\frac{1}{z^*}\right)$$

à condition de choisir le filtre causal $Q(z)$ tel que tous ses zéros se trouvent à l’intérieur du cercle unité. Cette approche conduit à une DIR à phase minimum, caractérisée notamment par une énergie globale concentrée dans ses premiers échantillons. Cette propriété remarquable, propre aux systèmes à phase minimum, permet de ne retenir que les premiers coefficients du filtre $Q(z)$, ceux dont l’énergie est la plus forte, et donc de rendre minimum l’erreur de troncature.

L’autre démarche consiste à imposer une contrainte d’énergie unitaire sur les coefficients de la DIR, ceci afin d’obtenir une erreur quadratique moyenne (e.q.m.) aussi faible que possible, et ce malgré la troncature de la DIR. La solution théorique, pour M fini, correspond alors au vecteur propre associé à la plus petite valeur propre d’une certaine matrice [3], d’où l’appellation MEF. Dans le cas M infini, on montre que l’expression de l’e.q.m. optimale est donnée par :

$$P_e[MEF] = 1 - \max_w \frac{|H(e^{jwT})|^2}{S_x(e^{jwT})} \quad |w| \leq \frac{\pi}{T}$$

Si on compare ce résultat avec l’e.q.m. optimale de la structure DFE-MSE on peut alors démontrer que :

$$P_e[DFE - MSE] \geq P_e[MEF]$$

Ce résultat n’est pas surprenant dans la mesure où la contrainte utilisée est plus souple que la précédente et autorise une DIR non causale. En particulier, pour un canal à deux trajets de même amplitude, le gain de performance, en terme d’erreur quadratique, de la structure “MEF” par rapport à la structure DFE-MSE, peut atteindre plusieurs décibels (4.3 dB si le rapport signal sur bruit est de 10dB). On peut généralement s’attendre à des résultats similaires lorsque la DIR est tronquée. Pour autant, cela ne signifie pas que la DIR est plus performante vis-à-vis du détecteur de Viterbi.

Examinons à présent la solution DFE-ZF, qui ne dérive pas du critère quadratique. Si on admet que pour le critère “zero-forcing”, le filtre amont $C(z)$ est un filtre correcteur de phase (par nature anticausal), alors la DIR est à phase minimum et le bruit en entrée de l’algorithme de Viterbi est blanc et gaussien. Paradoxalement, alors que l’algorithme de Viterbi fonctionne de manière optimale, la puissance du bruit en entrée est supérieure à celle des deux autres structures. Le critère de l’e.q.m. minimum ne reflète pas forcément les performances du récepteur, en particulier, lorsque le bruit est non gaussien ou corrélé. Par ailleurs, le principe de concentration d’énergie s’applique encore sur la DIR, ce qui atténue l’effet d’une troncature à M coefficients ($M \leq L+1$).

2. OPTIMISATION ADAPTATIVE DE LA STRUCTURE BI-TRANSVERSE

Pour ce qui est des structures DFE-MSE, DFE-ZF, et du filtre $C(z)$ de la solution MEF, l’optimisation adaptative des

coefficients est réalisée par l'algorithme du Gradient Stochastique (GS), dans sa version avec pas auto-optimisé (GSPAO), voir [5]. Cet algorithme est particulièrement efficace dans le contexte non-stationnaire a.s.m. ; Bragard [5] montre notamment que l'optimisation du pas d'adaptation compense le handicap de performance en vitesse de convergence de l'algorithme LMS, et qu'il rivalise, en régime de poursuite, avec les algorithmes de types moindres carrés. De plus, son utilisation dans une structure récurrente DFE ou bi-transverse renforce encore son intérêt : La partie transversale (filtre $C(z)$) ne nécessite que peu de coefficients ; elle n'est pas sensée supprimer l'ISI complètement, comme le ferait un égaliseur linéaire. Quant à la partie récurrente (filtre $Q(z) - 1$), son adaptation est favorisée par le fait que sa séquence d'entrée est décorrélée.

En ce qui concerne la solution MEF, la procédure d'estimation doit prendre en compte la contrainte de norme unitaire sur la DIR. Falconer et Magee ont proposé une procédure du gradient déterministe, basée sur une relation matricielle entre les vecteurs de coefficients C et Q de la structure bi-transverse, mais dont la mise en œuvre est difficile. Plus simplement, je propose une procédure type GS qui prenne en compte la contrainte d'énergie unitaire. On pose la solution sous la forme :

$$e_n = C_n^\dagger \mathcal{X}_n - Q_n^\dagger \mathcal{U}_n$$

où

$$Q_n^\dagger = \frac{\mathcal{K}_n^\dagger}{\|\mathcal{K}_n\|} \quad \text{et} \quad \|\mathcal{K}_n\| = [\mathcal{K}_n^H \mathcal{K}_n]^{1/2}$$

avec les notations :

- $\mathcal{X}_n^\dagger = [x_n, x_{n-1}, \dots, x_{n-N+1}]$: vecteur d'observation à l'instant n ;
- $\mathcal{U}_n^\dagger = [u_n, u_{n-1}, \dots, u_{n-M+1}]$: vecteur des symboles à l'instant n .

Le calcul du gradient $\Delta J/\mathcal{K}_n$ de $|e_n|^2$ par rapport au vecteur \mathcal{K} conduit alors à la procédure d'optimisation ; la mise à jour du vecteur Q_n à l'instant n s'effectue par les opérations suivantes :

1. $\|\mathcal{K}_n\| = [\mathcal{K}_n^H \mathcal{K}_n]^{1/2}$
2. $Q_n = \frac{\mathcal{K}_n^\dagger}{\|\mathcal{K}_n\|}$
3. $e_n = C_n^\dagger \mathcal{X}_n - Q_n^\dagger \mathcal{U}_n$
4. $\Delta J/\mathcal{K}_n = \frac{1}{\|\mathcal{K}_n\|} \{ Q_n \Re [e_n^* (C_n^\dagger \mathcal{X}_n - e_n)] - e_n \mathcal{U}_n^* \}$
5. $\mathcal{K}_{n+1} = \mathcal{K}_n - \lambda \Delta J/\mathcal{K}_n$

L'estimation conjointe du vecteur C_n est réalisée à l'aide de l'algorithme GSPAO. Le schéma général est donné Fig. 3. A noter que le retard d (lié à la causalité de $Q(z)$) n'est pas connu a priori. Il est en pratique fixé par "tâtonnement" en fonction du canal traité. C'est là un handicap certain de la structure MEF.

3. STRUCTURES DES RÉCEPTEURS

Pour la solution DFE-MSE ou MEF, le schéma du récepteur est celui de la figure 1. On peut, dans le cas de la solution DFE-MSE lui donner la forme habituelle DFE de l'égaliseur

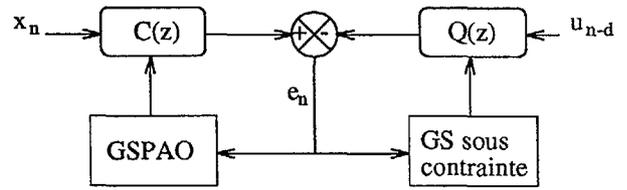


Figure 3: Algorithme adaptatif pour la solution MEF

récurif à décision dans la boucle. En pratique, l'utilisation d'un filtre transversal fractionné à $T/2$ (où T est la durée-symbolle), améliore sensiblement les performances. A noter, que dans l'hypothèse où la DIR est suffisamment forte pour compenser les "vallées profondes" dans le spectre du canal, le filtre transversal approche le WMF, pour un rapport signal à bruit modérément fort, entraînant alors la décorrélation du bruit en entrée du détecteur de Viterbi. Cependant, pour un rapport signal à bruit plus faible, le critère des moindres carrés ne permet pas de modéliser parfaitement le WMF. En fait, seule une formulation "zero-forcing" peut contraindre le filtre transversal à annuler l'interférence anticausale et générer un bruit blanc.

Bien que le critère "zero-forcing" ne se prête pas à une réalisation adaptative du récepteur optimal, il est possible d'envisager un récepteur adaptatif, Fig. 4, basé sur l'identification en continu du canal. Le principe consiste à remplacer le critère "zero-forcing" par celui des moindres carrés, qui se prête aux méthodes adaptatives. Ceci n'est cependant valable que si le bruit du canal a été supprimé, d'où la nécessité d'identifier le canal. Les deux filtres $I^1(z)$ et $I^2(z)$ réalisent donc l'identification "fractionnée" du canal. En sortie, les deux composantes s_n^1 et s_n^2 correspondent au canal non bruité, et sont envoyées à la structure DFE. L'optimisation conjointe des filtres $C^1(z)$, $C^2(z)$, et $Q(z)$ conduit alors au récepteur optimal. Les deux filtres $C^1(z)$ et $C^2(z)$ jouent en fait le rôle du WMF. Ils sont placés en amont de l'algorithme de Viterbi qui prend alors ses décisions sur la base des coefficients du filtre $Q(z)$, assimilé à la DIR.

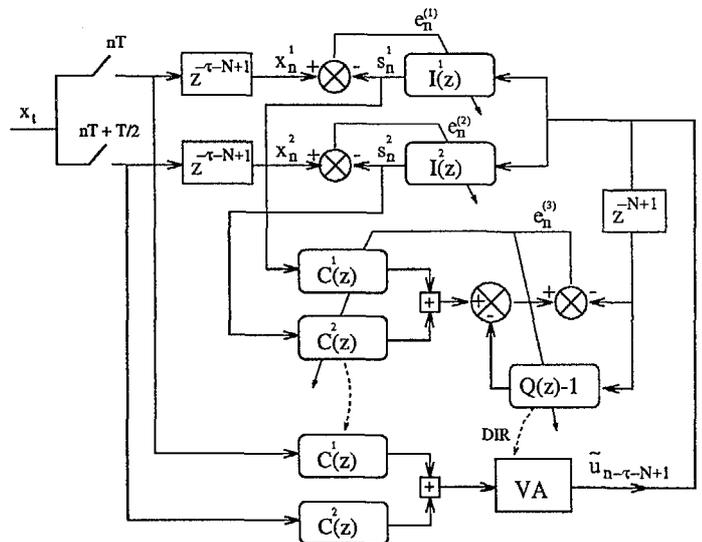


Figure 4: Structure du récepteur optimal "WMF-VA"

4. APPLICATION AUX COMMUNICATIONS A.S.M.

Les trois récepteurs proposés : DFE-VA, MEF-VA, et WMF-VA, respectivement, sont testés sur des données expérimentales provenant d'une transmission sous-marine à longue distance (65 km) dans l'Atlantique. Le signal émis est un signal BPSK modulé autour d'une porteuse à la fréquence 1022 Hz. La durée-symbole T est de 2ms. L'allure (en module) de la réponse impulsionnelle échantillonnée à $T/4$ est donnée Fig. 5. L'étalement temporel correspond à environ 12 symboles. Le rapport signal à bruit est estimé à 9 dB.

La figure 6 représente les résultats obtenus pour un en-

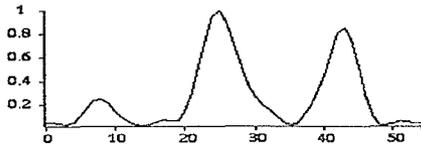


Figure 5: Réponse impulsionnelle du canal

registrement de 7 secondes, soit 3500 symboles, la période d'apprentissage des récepteurs étant de 500 symboles. On donne l'allure, en fin de traitement, de la réponse impulsionnelle (en module) des filtres transversaux (filtre $C(z)$ fractionné à $T/2$, et filtres $C^1(z)$ et $C^2(z)$ en parallèle et "décalés" de $T/2$), et de la DIR, ainsi que l'erreur quadratique instantanée, $|e_n|^2$ pour les récepteurs DFE-VA et MEF-VA, ou $|e_n^{(3)}|^2$, pour le récepteur WMF-VA.

Les résultats montrent la validité des trois approches : convergence rapide des algorithmes, restauration efficace des symboles en mode "décision directe", et complexité moindre de l'algorithme de Viterbi qui utilise une DIR tronquée à 6 coefficients seulement. A noter que les DIR associées aux structures DFE-VA et WMF-VA sont semblables, mais que la présence de bruit, dans l'optimisation de la solution DFE-VA, a pour effet d'atténuer l'énergie de la DIR dans ses derniers échantillons, ce qui explique aussi la moindre performance du détecteur de Viterbi pour ce récepteur (8 erreurs au lieu de 2 erreurs pour la solution WMF-VA).

En ce qui concerne le récepteur MEF-VA, ses performances sont très satisfaisantes (3 erreurs sur 3000 symboles détectés). Cependant, sa grande sensibilité au retard d (retard ajouté à celui de Viterbi, et fixé ici à $13T$) rend son utilisation plus délicate ; un choix différent peut conduire à une DIR à phase non minimum pour laquelle l'algorithme est en général moins stable. Ajoutons pour finir, que le caractère phase minimum de la DIR est souhaitable à plus d'un titre ; il semble que le principe de concentration d'énergie joue également dans le sens d'un retard de Viterbi (τ) plus faible...

En conclusion, ces structures nouvelles offrent une alternative à la traditionnelle dichotomie entre détecteur optimal et égaliseur, dans la perspective d'atteindre un compromis performance-complexité plus attrayant.

5. REFERENCES

- [1] M. STOJANOVIC, J. A. CATIPOVIC, J. G. PROAKIS, "Phase-Coherent Digital Communications for Underwater Acoustic Channels", IEEE J. Oceanic Engineering, Vol. 19, No. 1, January 1994

- [2] S. U. H. QURESHI and E. E. NEWHALL, "An Adaptive Receiver for Data Transmission over Time-Dispersive Channels", IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. IT-19, No. 4, July 1973.

- [3] D. D. FALCONER and F. R. MAGEE, "Adaptive Channel Memory Truncation for Maximum Likelihood Sequence Estimation", The Bell System Technical Journal, Vol. 52, No. 9, November 1973.

- [4] G. D. FORNEY, "Maximum-Likelihood Sequence Estimation of Digital Sequences in the Presence of Inter-symbol Interference", IEEE Trans. on Inform. Theory, May 1972.

- [5] P. BRAGARD, G. JOURDAIN, "A fast self-optimized LMS algorithm for non-stationary identification. Application to underwater equalization", Proceedings of ICASSP90.

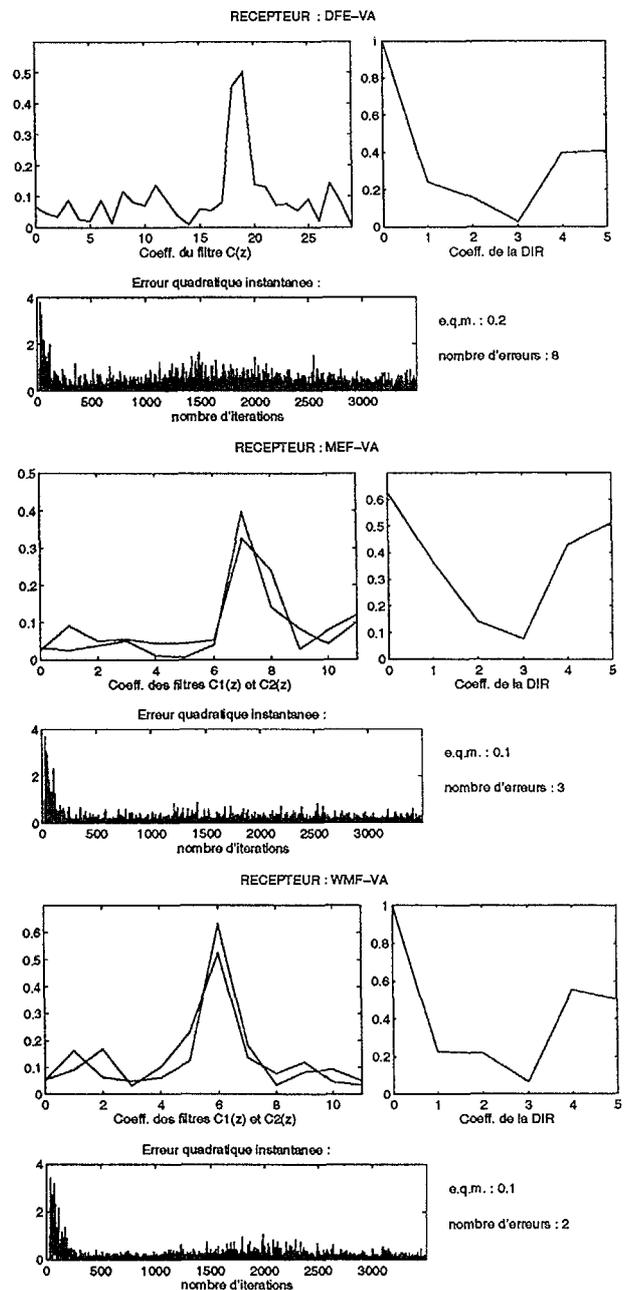


Figure 6: Traitement des données réelles