

MÉTHODES MULTIÉCHELLES APPLIQUÉES AU FILTRAGE DES IMAGES SAR

Albert BIJAOU, Yves BOBICHON et Yanling FANG

Observatoire de la Côte d'Azur
B.P.229 06304 Nice Cedex 4

RÉSUMÉ

Le bruit de speckle résulte de la nature cohérente du signal RADAR. Il s'agit d'un bruit multiplicatif. L'estimateur de variance minimale du module conduit à considérer l'énergie qui obéit à une loi de Laplace. Le filtrage proposé dérive d'un modèle de vision multi-échelles. On ne cherche à décrire l'image qu'avec les structures statistiquement significatives qui ont été extraites aux différentes échelles. Nous avons appliqué l'algorithme à trous afin de permettre de suivre les structures d'échelle en échelle. Un algorithme itératif de restauration de l'image permet de tenir compte de toutes les structures significatives présentes. On généralise aisément cet algorithme à l'addition de plusieurs images.

1 Le bruit de Speckle et son estimateur optimal.

Dans le cadre de différents travaux de notre équipe concernant la restauration des images en Astronomie nous avons développé une approche basée sur l'utilisation de la transformation en ondelettes. Pour cela nous avons appliqué un algorithme redondant, l'algorithme à trous, et nous avons introduit une régularisation par une contrainte de support multirésolution [9] [3] [10] [7]. Cette approche a été appliquée dans des premières études à des signaux gaussiens. Cette méthode a été ensuite généralisée sur des bruits poissonniens, en utilisant la transformation d'Anscombe [1] puis sur des bruits gaussiens plus poissonniens, par extension de la transformation d'Anscombe. Il était alors naturel d'examiner les performances de cette approche sur d'autres types de bruit, comme celui de speckle présent sur les images obtenues avec des RADARS à synthèse d'ouverture (SAR).

Le bruit de speckle résulte de la nature cohérente du signal RADAR. La présence dans un pixel de nombreux diffuseurs de phase indépendante conduit à recevoir un

ABSTRACT

The speckle noise on SAR images is due to the coherent character of the RADAR signal. The application of the minimum variance estimator leads to process the energy image instead of the amplitude one for the reduction of this multiplicative noise. The proposed filtering results of a multiscale vision model for which the image is only described by its significant structural features at a set of dyadic scales. The *à trous* algorithm is used, requiring an iterative restoration method. At the end of the iteration, no significant structure can be extracted. We take into account the exponential probability distribution function of the energy. This method is easily extended to a co-addition of a set of SAR images.

signal complexe dont les parties réelles et imaginaires obéissent à des lois de Gauss. Le module ρ suit une loi de Rayleigh de paramètre σ^2 :

$$p(\rho) = \frac{\rho}{\sigma^2} e^{-\frac{\rho^2}{2\sigma^2}} \quad (1)$$

L'écart-type de la distribution est proportionnel à la moyenne, le bruit résultant est multiplicatif. Il est tentant de considérer le logarithme de ρ et d'effectuer des filtrages sur l'image correspondante, en admettant un bruit gaussien [4]. Les résultats apparents ne sont pas mauvais mais, en raison de la nature réelle du bruit cette approche n'est pas statistiquement optimale: elle introduit un biais et amplifie le bruit. Nous devons donc considérer l'estimateur de variance minimale du module [5].

Si nous disposons d'une série de modules $\{\rho_i\}$ nous pouvons estimer σ à partir de la moyenne des ρ_i , ou de leur logarithme, de leur carré, ou de tout autre transformation $t(\rho)$. Parmi toutes les transformations il en est une qui conduit à la variance la plus petite pour σ (théorème de Rao-Cramer). Dans le cas de la loi de Rayleigh, le minimum est atteint pour:

$$t(\rho) = I = \rho^2 \quad (2)$$



La variable physique à considérer n'est pas le module mais l'énergie. La variable I obéit à une loi de Laplace de paramètre $a = 2\sigma^2$:

$$p(I) = \frac{1}{a} e^{-\frac{x}{a}} \quad (3)$$

Si on veut éviter tout biais et être optimal par rapport au bruit il faut donc traiter le problème du filtrage adaptatif dans le cadre d'une loi de Laplace.

2 La transformation en ondelettes par l'algorithme à trous.

Le filtrage proposé dérive du modèle de vision multi-échelles pour les images astronomiques [2] [8]. On ne cherche à décrire l'image qu'avec les structures statistiquement significatives qui ont été extraites aux différentes échelles. Dans ce cadre nous avons appliqué l'algorithme à trous afin de permettre de suivre les structures d'échelle en échelle. L'application au filtrage de cet algorithme résulte de deux propriétés importantes [3]: l'invariance par translation et la séparation entre les échelles. L'algorithme à trous est, comme l'analyse multirésolution [6], basé sur un échantillonnage $c(0, k, l)$ réalisé par les produits scalaires de l'image $f(x, y)$ avec des fonctions $\phi(x - k, y - l)$ provenant de la translation d'une même fonction d'échelle $\phi(x, y)$:

$$c(0, k, l) = \langle f(x, y), \phi(x - k, y - l) \rangle \quad (4)$$

Les coefficients d'approximation à l'échelle i sont:

$$c(i, k, l) = \langle f(x, y), \frac{1}{2^i} \phi\left(\frac{x - k}{2^i}, \frac{y - l}{2^i}\right) \rangle \quad (5)$$

La fonction d'échelle satisfait l'équation de dilatation [11]:

$$\frac{1}{4} \phi\left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) = \sum_{n, m} h(n, m) \phi(x - n, y - m) \quad (6)$$

ce qui conduit à la récurrence:

$$c(i + 1, k, l) = \sum_{n, m} h(n, m) c(i, k + n2^i, l + m2^i) \quad (7)$$

La transformée en ondelettes considérée n'est que la différence entre deux échelles successives:

$$w(i + 1, k, l) = c(i, k, l) - c(i + 1, k, l) \quad (8)$$

Ceci permet une reconstruction immédiate par simple addition des différents plans ondelettes avec la dernière image des coefficients d'approximation $c(I + 1, k, l)$.

Cette transformation est redondante, il n'y a pas réciprocity entre l'image et sa transformée. Si $c(0, k, l)$ conduit à un ensemble transformé $w(i, k, l)$ ($i \in (1, I)$)

et $c(I + 1, k, l)$, inversement un tel ensemble conduit généralement à une image $c(0, k, l)$ qui par transformation ne redonne pas les coefficients originaux. Pour un sous-espace de la transformée il y a réciprocity. On doit projeter l'ensemble dans ce sous-espace pour obtenir une inversion correcte. Cette difficulté n'existe pas dans l'analyse multirésolution puisqu'il y a dualité entre l'espace de l'image et celui de sa transformée, mais comme nous le verrons, le processus itératif d'inversion permet en fait d'adapter la solution aux contraintes choisies.

3 Le filtrage multi-échelles du speckle.

La transformation en ondelettes étant linéaire, un coefficient en ondelette $w(i, k, l)$ est une combinaison linéaire des valeurs de l'image $c(0, k, l)$. Si l'image est localement constante, le coefficient en ondelette $w(i, k, l)$ est nul en absence du bruit. On peut calculer la densité de probabilité $Prob(i, w)$ de $w(i, k, l)$ sous l'hypothèse d'un bruit laplacien de moyenne a constante. On montre aisément que:

$$Prob(i, w) = \frac{1}{a} p(i, w/a) \quad (9)$$

où $p(i, x)$ est une fonction qu'on peut déterminer analytiquement, mais qu'il est plus simple d'estimer par une simulation numérique. Ceci permet de déterminer les pixels dont la valeur du coefficient en ondelette est significativement différente de 0. Pour une échelle donnée, on détermine les seuils x_m et x_p tels que:

$$\int_{-\infty}^{x_m} p(i, x) dx < \epsilon \quad (10)$$

$$\int_{x_p}^{+\infty} p(i, x) dx < \epsilon \quad (11)$$

ϵ est un seuil de décision statistique, choisi généralement autour de 10^{-4} .

Nous remarquons dans l'équation (9) la présence de la variable a correspondant à la valeur moyenne locale. Le seuillage doit se faire en tenant compte de la valeur de l'image: il faut donc procéder par itérations, en partant de la valeur approximée $c(I + 1, k, l)$. Nous obtenons la méthode suivante pour réduire le bruit de speckle:

1. Calcul de l'image en énergie;
2. Transformation en ondelettes de l'image par l'algorithme à trous. On ne considère en général que 4 plans;
3. Réduction des images en ondelettes en divisant par la dernière image lissée, servant de référence pour l'estimation de l'espérance;

4. A partir des seuils de décisions, on ne garde que les coefficients considérés comme significatifs;
5. Reconstruction de l'image à partir de ces coefficients.

En raison de la redondance introduite par l'utilisation de l'algorithme à trous, l'image obtenue ne redonne pas les coefficients seuillés après une nouvelle transformation en ondelettes. On itère donc en utilisant l'image reconstruite comme image de référence. Compte-tenu de la nature multiplicative du bruit, le rapport entre l'image brute et l'image filtrée obéit à une loi de Laplace de paramètre $a = 1$. On teste aisément la présence de structures significatives dans ce rapport. Les coefficients significatifs résiduels sont rajoutées dans l'image du rapport, ce qui permet de reconstruire une nouvelle image. On itère jusqu'à l'obtention d'un rapport ne montrant l'existence d'aucune structure significative. L'algorithme devient le suivant:

1. Calcul de l'image en énergie;
2. Calcul de l'image lissée à la quatrième échelle servant d'image de référence;
3. Rapport entre l'image brute et l'image de référence;
4. Transformation en ondelettes du rapport;
5. Seuillage des coefficients significatifs du rapport;
6. Reconstruction d'une image du rapport à partir des coefficients significatifs;
7. Multiplication par l'image de référence initiale;
8. Retour au point 3 en prenant l'image restaurée comme référence.

La convergence est très rapide. La solution est stabilisée en 3-4 étapes.

Sur la figure 1 une petite zone d'une image obtenue avec le satellite ERS1 est représentée. Sur la figure 2 nous avons tracé l'image de l'image filtrée avec cette procédure. Le bruit de speckle a disparu, il subsiste quelques éléments structuraux de petites dimensions, non réductibles par cet algorithme, correspondant certainement à la présence de structures réelles sur le terrain.

4 Généralisation à une somme d'images SAR.

La somme de plusieurs images SAR permet de réduire le bruit de speckle, mais il faut des centaines d'images pour obtenir un assez bon rapport signal sur bruit.

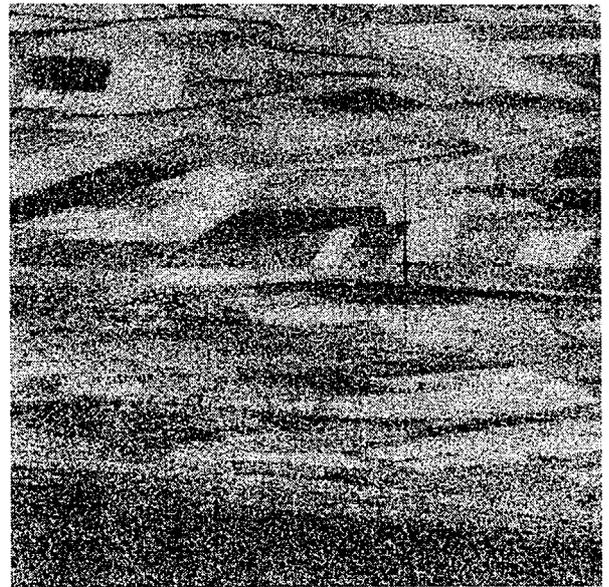


Figure 1: L'image brute.

Dans le cas de sommes d'images, il est bien sûr préférable de filtrer le bruit après addition afin d'éviter de perdre des détails. La variable s associée à la somme de k variables de Laplace obéit à la loi suivante:

$$P(s) = \frac{1}{a} \frac{s^{k-1}}{(k-1)!} e^{-\frac{s}{a}} \quad (12)$$

On a également un bruit multiplicatif, ce qui permet de dériver une méthode de réduction du bruit résiduel en procédant strictement de la même manière que pour une image d'une seule vue. Seules les valeurs de seuils de détection différent, on les estime aisément par expérimentation numérique. Les figures 3 et 4 montrent les résultats obtenus avec l'addition de 7 images.

5 Conclusion.

Nous avons mis au point un algorithme multi-échelles permettant de réduire le bruit de speckle dans les images SAR en se basant sur la notion de structures statistiquement significatives. Cette méthode permet de très bien conserver les petites structures très diffusantes, mais elle n'est pas optimale pour conserver les bords des structures parcellaires ou des routes. Nous examinons actuellement une modification de cet algorithme en introduisant une contrainte de régularisation du type Tikhonov afin de mieux préserver les bords.

Remerciements. Ce travail a été réalisé dans le cadre du contrat 833/CNES/93/0781/00 entre le CNES et l'OCA. Les auteurs remercient Mme E.Cubero-Castan du CNES et M. A.Lopès du CESR pour leurs suggestions et leurs remarques.



Figure 2: L'image après application du filtrage multiéchelles.



Figure 3: La somme de 7 images brutes.

References

- [1] F.J. Anscombe, "The Transformation of Poisson, Binominal and Negative-Binominal data", *Biometrika*, vol. 15, 1948, pp.246-254.
- [2] A.Bijaoui, F.Rué, "A Vision Model adapted to the astronomical images" *Signal Processing* submit 1994.
- [3] A.Bijaoui, J.L.Starck, F.Murtagh, "Restauration des images multi-échelles par l'algorithme à trous" *Traitement du Signal* v.11 pp. 229-243 1994.
- [4] G.Franceschetti, V.Pascazio, G.Schirinzi, "Iterative homomorphic technique for speckle reduction in synthetic-aperture radar imaging" *J. Opt. Soc. Am. A* v.12 pp.686-694 1995.
- [5] M.G.Kendall, A.Stuart, "The advanced theory of Statistics" Chapter 17 Estimation, v.2 p.8, Griffin London 1973.
- [6] S. Mallat, "Multifrequency channel decompositions of images and wavelet models", *I.E.E.E. on A.S.S.P.*, vol. 37, 1989, pp. 2091-2110.
- [7] F.Murtagh, J.L.Starck, A.Bijaoui "Image restoration with noise suppression using the Wavelet Transform II" *Astron. Astrophys.* sous presse 1995.
- [8] F.Rué, A.Bijaoui, "The ability of a multiscale vision model to analyze deep field images" *Exp. Astron* to be submitted 1995.
- [9] J.L. Starck and A. Bijaoui, "Filtering and Deconvolution by the Wavelet Transform", *Signal Processing*, Vol. 35, 1994, pp.195-211.
- [10] J.L.Starck, F.Murtagh, A.Bijaoui "Multiresolution Support Applied to Image filtering and restoration" *C.V.G.I.P. Image Processing* sous presse 1995.
- [11] G. Strang, "Wavelets and Dilation equations: a brief introduction", *SIAM Review*, vol. 31, 1989, pp.614-627.

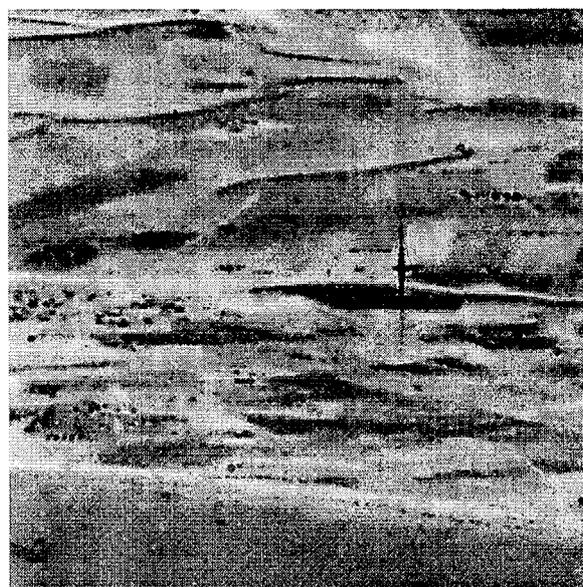


Figure 4: L'image de la somme filtrée.