



# Egalisation Adaptative Autodidacte en Cascadant Egaliseurs d'Amplitude et de Phase et CAG

Carlos A. F. da Rocha<sup>(1,2)</sup>, João Marcos T. Romano<sup>(1)</sup> and Odile Macchi<sup>(3)</sup>

<sup>1</sup>Universidade Estadual de Campinas, Brésil, <sup>2</sup>Universidade Ferederal de Santa Catarina, Brésil  
 Departamento de Comunicações (DECOM)/FEE, CP 6101, 13081-940, Campinas/SP, tel: 55192398324,  
 fax: 55192391395, e-mail: romano@decom.fee.unicamp.br;

<sup>3</sup>Laboratoire des Signaux et Systèmes et GDR Traitement du Signal et Images,  
 CNRS-ESE, Plateau du Moulon, 91192 Gif-sur-Yvette, France

**RÉSUMÉ** - Dans ce travail, nous proposons une structure non-linéaire d'égalisation autodidacte qui peut être aisément adaptée à partir de la minimisation de l'erreur de décision directe. C'est une cascade de quatre systèmes distincts: un prédicteur lineaire récursif qui fait l'égalisation d'amplitude, un controle automatique de gain, une boucle à verrouillage de phase numérique et un filtre passe-tout récursif avec le quantificateur dans la boucle. On présente l'analyse de la structure et des résultats de simulation avec des canaux sévères de transmission.

**ABSTRACT** - In this paper we propose a self-learning nonlinear equalizer which can be easily adapted by minimizing the direct decision error. This equalizer is a cascade of four distinct systems: an IIR linear predictor that equalizes the magnitude, an automatic control gain, a digital phase-locked loop and an IIR all-pass filter with the quantizer in the loop path. We analyse the equalizer and we discuss the simulations results with severes transmission channels.

## 1 - Introduction

Le problème de l'égalisation autodidacte consiste à récupérer les données d'entrée d'un canal inconnu, quand on ne dispose que d'une information statistique sur ces données. La contrainte temps-réel typique des systèmes de communications conduit à des solutions adaptatives. C'est pourquoi la majorité des approches proposées dans la littérature est dérivée de la technique de Bussgang et basée sur une structure transverse.

Une alternative qui utilise les techniques de prédiction linéaire et une structure récursive pour l'égaliseur, a été proposée dans [1], puis [2]. Cette structure consiste en la mise en cascade de prédicteurs direct et rétrograde et utilise un critère d'adaptation qui permet une commutation automatique entre une période de prédiction des données reçues et une période de récupération correcte de la séquence transmise.

Dans le présent travail, nous reprenons la nouvelle approche de [3], basée sur une cascade: égaliseur d'amplitude et égaliseur de phase. L'égaliseur d'amplitude est réalisé par un prédicteur adaptatif récursif avec une controle automatique du gain (CAG) pour régler la puissance en sortie. L'égaliseur de phase est aussi une structure récursive, non-linéaire avec le quantificateur dans la boucle. L'ensemble est adapté par un algorithme du type gradient stochastique, en utilisant en permanence l'erreur de décision directe.

Afin de bien établir l'approche proposée, cet article présente d'abord les principes de base et ensuite, les deux structures cascadiées. Par rapport à la référence

[3], nous avons étendu du cas réel au cas complexe d'une modulation MAQ et nous avons progressé dans l'analyse mathématique. Des résultats de simulation illustrent les performances de la structure proposée.

## 2 - Formulation du problème

Le modèle transverse d'un canal à non-minimum de phase  $\mathcal{F}$  peut être représenté par le système de la Figure 1,

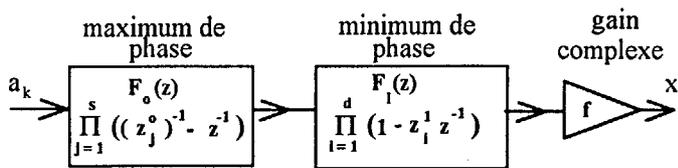


Figure 1: Première représentation d'un canal à non-minimum de phase.

dont la fonction de transfert s'écrit:  $F(z) = fF_0(z)F_1(z)$  avec  $|z_j^1| < 1$  et  $|z_j^o| > 1$ . Une autre représentation possible est celle de la Figure 2, où

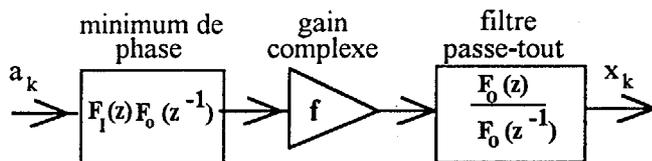


Figure 2 - Représentation alternative d'un canal à non-minimum de phase



$$B(z) = F_I(z)F_0(z^{-1}) \quad (1)$$

est un filtre à minimum de phase et

$$D(z) = F_0(z)/F_0(z^{-1}) \quad (2)$$

un filtre passe-tout, de sorte que

$$F(z) = fD(z)B(z). \quad (3)$$

L'égaliseur optimal  $\mathcal{E}$  est le filtre inverse du canal à un retard près. Sa fonction de transfert est

$$E(z) = z^{-\delta}F^{-1}(z) = H(z).g.P(z) \quad (4)$$

avec  $P(z) = B^{-1}(z)$ ,  $H(z) = z^{-\delta}D^{-1}(z)$  et  $g = f^{-1}$ , où  $\delta$  est tel que  $H(z)$  soit stable et causal.

L'expression (4) représente l'égaliseur  $\mathcal{E}$  par la mise en cascade de trois filtres linéaires:  $\mathcal{E} = \mathcal{H} \circ \mathcal{G} \circ \mathcal{P}$  comme il est représenté sur Figure 3. Le filtre  $\mathcal{P}$  compense les distorsions d'amplitude provoquées par  $B(z)$  et peut être réalisé par un filtre d'erreur de prédiction (innovateur), qui a la propriété d'être un filtre blanchisseur. En conséquence l'ensemble  $\mathcal{P} \circ \mathcal{F}$  réduit le problème à l'égalisation du filtre  $\mathcal{D}$  qui est un déphaseur pur. C'est le rôle du filtre  $\mathcal{H}$  qui compense les distorsions de phase, avec un retard, tandis que  $g = f^{-1}$  fait l'ajustement du gain (filtre  $\mathcal{G}$ ).

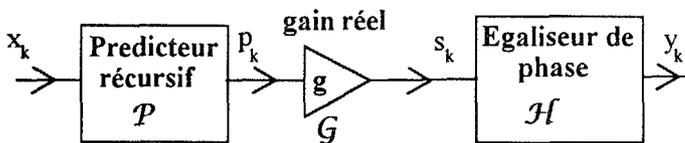


Figure 3 - Mise en cascade proposée pour l'égaliseur  $\mathcal{E}$

Les fonctions de transfert de  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{D}$  sont ainsi paramétrées:

$$P(z) = 1 / \left( 1 + \sum_{i=1}^N c_i z^{-i} \right) \quad (5)$$

et

$$H(z) = e^{j\theta} \left( z^{-L} + \sum_{i=1}^L h_i^* z^{-L+i} \right) / \left( 1 + \sum_{i=1}^L h_i z^{-i} \right) \quad (6)$$

où  $N$  est l'ordre du prédicteur et  $L$  est l'ordre du filtre passe-tout.

Bien que la structure linéaire corresponde à l'égaliseur optimal, elle ne peut être atteinte que au voisinage de la convergence des filtres. En fait, d'après les résultats présentés dans [3], on vérifie que l'égaliseur de phase linéaire ne peut converger que avec des canaux de faibles distorsions de phase. Une non-linéarité est

donc utilisée en introduisant la décision dans la boucle de l'égaliseur de phase. Dans la suite, nous dérivons donc l'adaptation de l'égaliseur d'amplitude (prédicteur), du CAG et de l'égaliseur non-linéaire de phase.

### 3 - Adaptation du prédicteur et du CAG

Il est bien connu que la minimisation de l'erreur quadratique moyenne de prédiction linéaire conduit à la décorrélation de ce signal d'erreur. Autrement dit, l'innovateur est un filtre blanchisseur. Avec les notations de la Figure 3, cela implique que la séquence  $p_k$  soit décorrelée. Le filtre  $\mathcal{P} \circ \mathcal{F}$  est donc à gain plat et il ne reste que les distorsions de phase à corriger.

Afin de réduire la complexité de calculs, le filtre  $\mathcal{P}$  est pris récursif. Ce filtre est globalement stable au cours de l'adaptation par le gradient stochastique approché:

$$C_{k+1} = C_k + \mu p_k P_{k-1}^*, \quad \mu > 0 \quad (7)$$

où  $C = (c_1, c_2, \dots, c_N)^T$  est le vecteur des coefficients de  $\mathcal{P}$  et  $P_{k-1} = (p_{k-1}, p_{k-2}, \dots, p_{k-N})^T$  est le vecteur des sorties passées  $p_k$ . La constante  $\mu$  est le pas d'adaptation et l'étoile désigne le complexe conjugué.

Après décorrélation, la puissance en sortie du filtre  $\mathcal{P}$  doit être égalisée à celle de la séquence d'entrée  $a_k$ . Cette tâche est accomplie par le CAG  $\mathcal{G}$  dont l'unique coefficient réel peut être adapté par:

$$G_{k+1} = G_k + \gamma \left[ |s_k|^2 - E(|a_k|^2) \right], \quad g_k = \sqrt{|G_k|}, \quad \gamma > 0 \quad (8)$$

avec un pas d'adaptation  $\gamma > 0$ . Dans cette équation  $s_k$  est la sortie de l'égaliseur d'amplitude. Son spectre est plat avec la même puissance que les  $a_k$ . Cette puissance reste inaltérée après le passage par un filtre passe-tout, qui aura pour but de compenser les distorsions de phase et prendra en particulier en compte la phase du gain complexe  $f$ .

### 4 - L'Egaliseur non-linéaire de phase

Un filtre passe-tout linéaire  $\mathcal{H}$  peut être facilement adapté en considérant qu'il possède une partie transverse et une partie récursive, liées par une relation de symétrie. Néanmoins, dans un contexte d'égalisation autodidacte, une non-linéarité doit être forcément introduite pour que la sortie du filtre puisse approcher l'estimateur de Bussgang.

Avec un dispositif de décision (quantificateur) dans la boucle du filtre  $\mathcal{H}$  de l'équation (6), on peut



montrer que les donnés en sortie du filtre non-linéaire ainsi obtenu s'écrivent:

$$y_k = e^{j\theta} \frac{z^{-L} + \sum_{i=1}^L h_i^* z^{-L+i}}{1 + \sum_{i=1}^L h_i z^{-i}} s_k + \frac{\sum_{i=1}^L h_i z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^L h_i z^{-i}} \varepsilon_k \quad (9)$$

ou encore

$$y_k = H(z)s_k + H^o(z)\varepsilon_k \quad (10)$$

où  $z^{-i}$  est l'opérateur de retard, c'est-à-dire,  $z^{-i}y_k = y_{k-i}$  et le coefficient  $e^{j\theta}$  permet la rotation de la constellation des données pour compenser le déphasage et où  $\varepsilon_k$  est l'erreur de décision directe. D'après les équations (9) et (10), l'égaliseur de phase peut être représenté par le schéma de la Figure 4.

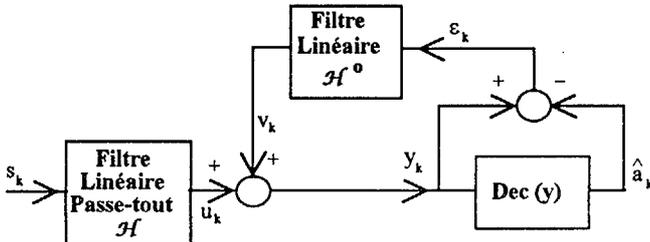


Figure 4 - L'égaliseur de phase nonlinéaire

L'adaptation des paramètres du filtre par la minimisation du critère d'erreur de décision directe  $E[|\varepsilon_k|^2]$  (DD) conduit à l'algorithme suivant:

$$H_{k+1} = H_k - \kappa \Xi_k, \quad \kappa > 0 \quad (11)$$

$$H_k = (h_k^1, h_k^2, \dots, h_k^L), \quad \Xi_k = (\xi_k^1, \dots, \xi_k^L)^T$$

$$\xi_k^j = \varepsilon_k^* e^{j\theta_k} s_{k-L+j} - \varepsilon_k \hat{a}_{k-j}^*, \quad j = 1, \dots, L.$$

On peut observer que, l'ensemble de la Figure 4 devient linéaire une fois que l'erreur  $\varepsilon_k$  devient négligeable. Ainsi, après convergence, l'égaliseur de phase proposé peut être approché par le passe-tout linéaire  $\mathcal{H}$ . Il reste à montrer que cette linéarisation garantit l'égalisation correcte: le filtre linéaire  $\mathcal{H}$  obtenu après convergence compense les distorsions de phase de l'ensemble  $\mathcal{F}o\mathcal{P}o\mathcal{G}$ .

Dans ce sens, il faut noter que, pour  $\varepsilon_k = 0$ ,  $y_k \in \mathcal{A}$  où  $\mathcal{A}$  est l'alphabet des symboles transmis. Alors, l'égaliseur de phase se réduit au passe-tout linéaire  $\mathcal{H}$ , de sorte que l'ensemble  $\mathcal{F}o\mathcal{P}o\mathcal{G}o\mathcal{H}$  est aussi un passe-tout. Ainsi

$$y_k = e^{j\varphi} \frac{z^{-M} + \sum_{i=1}^L b_i^* z^{-M+i}}{1 + \sum_{i=1}^L b_i z^{-i}} a_k \quad (12)$$

Cette expression correspond à un filtrage linéaire et donc, se  $y_k \in \mathcal{A}$ , nous avons forcément  $b_i = 0$  et  $\varphi = n\alpha$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ , ce que nous conduit à

$$y_k = a_{k-M} e^{jn\alpha} \quad (13)$$

ce qui correspond à avoir égalisé le canal.

En conclusion, la minimisation du critère DD dans l'égaliseur de phase, après l'égalisation d'amplitude par prédiction, permet l'égalisation autodidacte.

Il reste évidemment à prouver l'impossibilité de convergence vers un minimum local de l'algorithme de l'erreur de DD (11). Ceci n'a pas encore été fait par l'analyse. Cependant, dans toutes les simulations réalisées, la convergence globale a été atteinte. Il faut noter aussi que l'initialisation  $H_0 = 0$  peut être particulièrement convenable, car alors le filtre  $\mathcal{H}^o = 0$  de la structure de la Figure 4, démarre dans les mêmes conditions de linéarité que l'on trouve après convergence.

Les résultats montrés dans la suite nous amènent à croire que soit le critère DD associé à la structure proposée est unimodal, soit le point  $H_0 = 0$  tombe toujours dans le domaine d'attraction du minimum global.

## 5 - Resultats de simulation et conclusions

La structure globale de l'égaliseur proposé dans ce travail est montrée sur la Figure 5. On a d'abord simulé seulement l'égaliseur de phase avec 15 coefficients pour un canal passe-tout peu sévère donné par:

$$F(z) = e^{j\pi/4} \frac{0.7 - z^{-1}}{1 - 0.7z^{-1}} \quad (14)$$

utilisé dans [4]. Les données  $a_k$  sont i.i.d. avec une modulation MAQ-4. La Figure 6 montre l'évolution du critère  $E[|\varepsilon_k|^2]$  moyenné dans 100 essais avec différentes séquences  $a_k$ . Le nouvel égaliseur ouvre l'oeil après environ 5000 iterations tandis que dans [4] il en fallait plus de 10000.

L'algorithme donné dans les équations (7), (8) et (11) est complète par la récupération de phase

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \eta \text{Im}(\varepsilon_k^* r_k) \quad (15)$$



où  $\eta > 0$  est le pas d'adaptation.

Pour illustrer les performances de la technique avec des canaux sévères, nous avons choisi un canal hertzien dont la réponse en fréquence est celle de la Figure 7. Il possède un zéro dans la bande, ce qui rend très difficile l'égalisation avec un filtre transverse. La Figure 8 présente la comparaison entre le technique proposée (courbe (a)) et l'algorithme "stop-and-go" (courbe (b)) de [5]. On vérifie que le nouvel égaliser converge beaucoup plus vite. Des comparaisons avec d'autres algorithmes de la littérature sont établies dans [3].

Finalement, nous pouvons mettre en évidence les aspects suivants de cette nouvelle technique prédictive d'égalisation autodidacte:

- la décomposition en cascade d'égaliseur d'amplitude et de phase (plus CAG)
- l'utilisation en permanence d'un critère DD ce qui conduit à un algorithme simple du type gradient
- Les caractéristiques de convergence vers l'optimal observées dans l'égaliseur de phase.

Bien que l'analyse théorique sur ce dernier point reste à approfondir, la technique proposée ouvre des perspectives intéressantes pour la déconvolution autodidacte.

6 - References

[1] - O. Macchi, Yi Gu, *Self-Adaptive Equalization with a Mixed Backward and Forward Predictor*, Proc. ISELDECS, Kharagpur, Inde, 1987, pp.437-440  
 [2] - C. A. F. da Rocha, O. Macchi, *A Novel Self-Learning Complex Adaptive Recursive Equalizer With Unique Optimum*, Proc. ICASSP-94, Adelaide, Australie, April 1994, pp.III-481-484  
 [3] - C. A. F. da Rocha, O. Macchi and J. M. T. Romano, *An Adaptive Nonlinear IIR Filter for Self-Learning Equalization*, Proc. IEEE International Telecommunications Symposium, Rio de Janeiro, Brésil, 1994, pp.006-010  
 [4] - R. A. Kennedy and Z. Ding, *Blind Adaptive Equalizers for Quadrature Amplitude Modulated Communication Systems Based on Convex Cost Functions*, Optical Engineering, Vol.31, No.6, pp.1189-1199, June 1992  
 [5] - G. Picchi, G. Prati, *Blind Equalization and Carrier Recovery Using a Stop-and-Go Decision-Directed Algorithm*, IEEE Trans. on Comm., vol.COM-35, No.9, pp.877- 887, Sept.1987

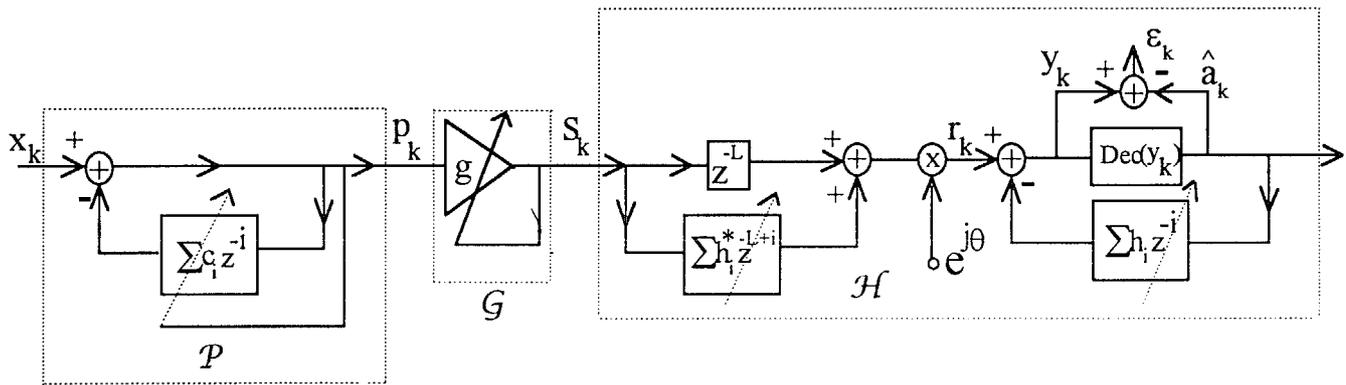


Figure 5 -La structure globale d'égalisation autodidacte

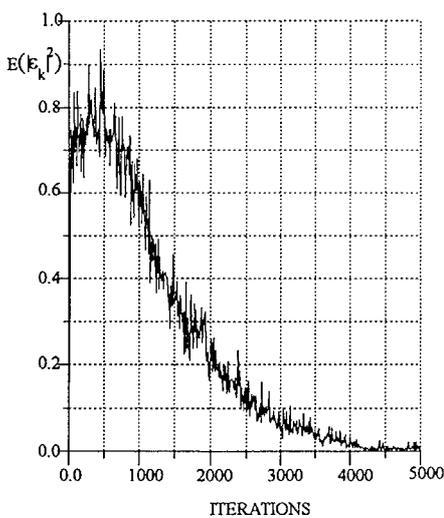


Figure 6 - Evolution du critère DD pour un canal passe-tout

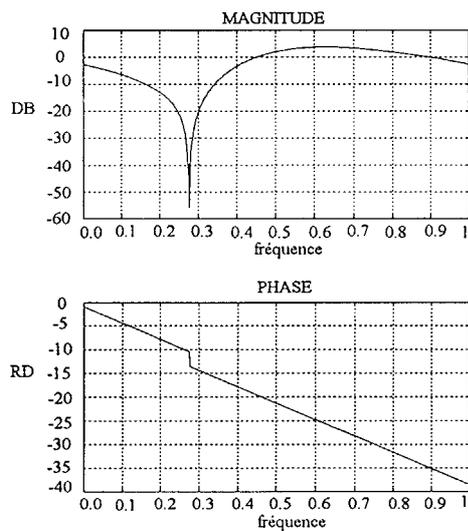


Figure 7 - Réponse en fréquence du canal hertzien

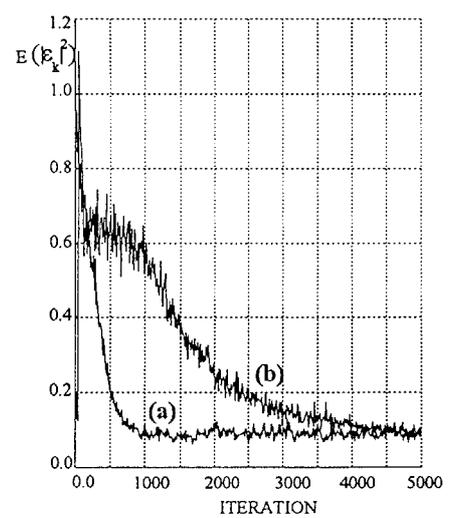


Figure 8 - Evolution du critère DD pour un canal hertzien