



PERFORMANCES DES SEPARATEURS AVEUGLES DE SOURCES AUX ORDRES SUPERIEURS

Pascal Chevalier

Thomson-CSF, Division RGS, 66 rue du Fossé Blanc, 92231 Gennevilliers

RESUME

Depuis une dizaine d'années, les méthodes de séparation aveugle de sources aux ordres supérieurs ne cessent de se développer. Toutefois, à ce jour, très peu de travaux ont été consacrés à l'évaluation de leurs performances dans des contextes électromagnétiques arbitraires. Tout récemment, un certain nombre de résultats concernant le comportement de ces méthodes en présence de sources caractéristiques du domaine des radiocommunications ont été décrits. L'objet de ce papier est de présenter d'autres résultats relatifs aux performances des séparateurs aveugles de sources aux ordres supérieurs en présence de signaux de radiocommunications.

1. INTRODUCTION

Depuis une dizaine d'années, les méthodes de séparation aveugle de sources aux ordres supérieurs ne cessent de se développer [1-2]. Ces techniques de filtrage d'antenne sont très attrayantes dans la mesure où leur mise en oeuvre ne nécessite ni calibration d'antenne, ni information a priori sur les sources en dehors de quelques hypothèses sur leurs statistiques. Toutefois, à ce jour, très peu de travaux ont été consacrés à l'évaluation de leurs performances dans des contextes électromagnétiques arbitraires, ce qui ne peut contribuer qu'à limiter leur utilisation dans des systèmes opérationnels. Récemment, ces méthodes ont été expérimentées avec succès pour le *degarbling* de radars secondaires en surveillance aérienne [3]. Encore plus récemment, un certain nombre de résultats, aussi bien qualitatifs que quantitatifs, concernant le comportement des séparateurs aveugles de Comon [1] et de Cardoso-Souloumiac [2] en présence de sources caractéristiques du domaine des radiocommunications ont été décrits [4-5]. L'objet de ce papier est de présenter d'autres résultats relatifs aux performances de ces deux séparateurs aveugles de sources aux ordres supérieurs en présence de signaux de radiocommunications.

2. HYPOTHESES ET FORMULATION DU PROBLEME

On considère une antenne à bande étroite (BE) et à N capteurs et l'on note $x(t)$ le vecteur des enveloppes complexes des signaux reçus par les capteurs. On suppose que chaque capteur reçoit un mélange instantané et bruité de P sources à BE, stationnaires et statistiquement indépendantes. Sous ces hypothèses, le vecteur observation $x(t)$ s'écrit

Travail financé par la DRET

ABSTRACT

Over the last decade, higher order (HO) blind sources separation methods have been strongly developed. However, despite of this fact, very few papers have been devoted to the performance evaluation of these methods in arbitrary electromagnetic environment. Recently, some results about the behaviour of these methods in the presence of sources typical of the radiocommunications field have been described. The purpose of this paper is to present other results concerning the performance of HO blind sources separation methods in the presence of radiocommunications signals.

$$x(t) = \sum_{i=1}^P m_i(t) a_i + b(t) \triangleq A m(t) + b(t) \quad (2.1)$$

où $b(t)$ est le vecteur bruit, $m_i(t)$ et a_i correspondent respectivement à l'enveloppe complexe et au vecteur *directeur* de la source i , $m(t)$ est le vecteur dont les composantes sont les $m_i(t)$ et A est la matrice de dimension $(N \times P)$ dont les colonnes sont les a_i . Sous les hypothèses précédentes, la matrice de corrélation des observations, $R_x \triangleq E[x(t)x(t)^\dagger]$, s'écrit

$$R_x = \sum_{i=1}^P \pi_i a_i a_i^\dagger + \eta_2 B \triangleq R_s + \eta_2 B \quad (2.2)$$

où † signifie transposé conjugué, η_2 est la puissance moyenne du bruit par capteur, B est la matrice de cohérence spatiale du bruit telle que $\text{Tr}[B] = N$ où le symbole Tr désigne la trace, π_i est la puissance moyenne de la source i que recevrait un capteur omnidirectionnel, $R_s \triangleq A R_m A^\dagger$ est la matrice de corrélation des sources, où $R_m \triangleq E[m(t)m(t)^\dagger]$.

Les statistiques d'ordre quatre des observations sont caractérisées par la quadricovariance Q_x dont les éléments, $Q_x(i, j, k, l)$, sont les cumulants d'ordre quatre du vecteur $x(t)$, définis par $Q_x(i, j, k, l) \triangleq \text{Cum}(x_i(t), x_j(t)^*, x_k(t)^*, x_l(t))$. Le cumulants d'ordre quatre normalisé de la source i est noté c_i .

En se limitant à des structures linéaires de filtrage, le problème de la séparation de mélanges instantanés de sources à BE consiste à construire une matrice W de dimension $(N \times P)$, appelée *séparateur*, générant, à chaque instant t , un vecteur $y(t)$, de dimension P , correspondant, à une matrice diagonale Λ et à une matrice de permutation Π près, à une estimée du vecteur $m(t)$ des enveloppes complexes des P sources reçues. La



problématique précédente peut être résumée par l'équation (2.3), donnant l'expression de la sortie vectorielle désirée à l'instant t du séparateur linéaire W

$$y(t) \triangleq W^\dagger x(t) = \Pi^\dagger \Lambda^\dagger \hat{m}(t) \quad (2.3)$$

où $\hat{m}(t)$ est une estimée du vecteur $m(t)$.

3. SEPARATION OPTIMALE DE SOURCES

De manière à pouvoir comparer quantitativement la qualité de restitution d'une source par deux séparateurs différents, la notion de performances d'un séparateur de sources a été introduite dans [4-5]. Dans la mesure où dans le contexte d'un mélange instantané de sources à BE filtré de manière purement spatiale, la qualité de restitution d'une source est directement liée au rapport signal sur bruit total (appelé SINR ou Signal to Interference plus Noise Ratio) de cette source après séparation, le concept de performances d'un séparateur de sources W , est défini par le P-uplet $\mathcal{P}(W)$ donné par

$$\mathcal{P}(W) \triangleq (\text{SINRM1}[W], \text{SINRM2}[W], \dots, \text{SINRMP}[W]) \quad (3.1)$$

où la quantité $\text{SINRM}_k[W]$ est le SINR maximal de la source k sur l'ensemble des sorties du séparateur W . On dira qu'un séparateur W_1 est meilleur qu'un séparateur W_2 pour la restitution de la source k dans un contexte donné si $\text{SINRM}_k[W_1] > \text{SINRM}_k[W_2]$ pour ce contexte.

Dès lors, le séparateur optimal de sources peut être défini. Il correspond au séparateur qui maximise, sur l'ensemble des séparateurs, les quantités $\text{SINRM}_k[W]$ pour chacune des sources k reçues sur l'antenne. Il est unique à une matrice diagonale Λ et de permutation Π près et définit la *classe d'équivalence optimale de séparateurs* [6]. Il correspond au séparateur W_{fas} dont les colonnes sont les Filtres Adaptés Spatiaux (FAS) [7] aux différentes sources et est défini par

$$W_{fas} = R_x^{-1} A \Lambda \Pi \quad (3.2)$$

Les sorties de ce séparateur non aveugle sont généralement corrélées et non indépendantes à l'ordre 4, même en bruit gaussien [6], ce qui rend délicate la mise en oeuvre en aveugle de ce séparateur à partir de ses propriétés structurelles [5].

En revanche, le séparateur des Moindres Carrés (MC), W_{mc} , défini par [6]

$$W_{mc} = R_s^{-1} A \Lambda \Pi \quad (3.3)$$

où R_s^{-1} est la pseudo-inverse de R_s , et dont les performances asymptotiques ne diffèrent de celles du séparateur optimal que pour des sources faibles et proches angulairement [6], possède, quant à lui, des propriétés statistiques et structurelles remarquables, exploitées par les séparateurs aveugles des références [1-2]. En effet, bien que corrélées dans la plupart des cas de figure, ses sorties sont toujours indépendantes à l'ordre 4 en bruit gaussien, au sens de l'annulation des cumulants croisés [6].

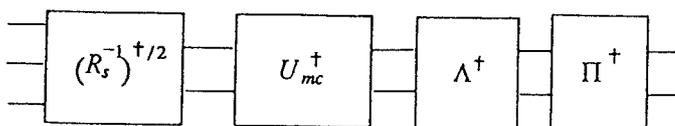


Fig. 1 - Structure du séparateur des MC

D'autre-part, sa structure, présentée à la figure 1, montre que le séparateur W_{mc} commence par orthogonaliser les vecteurs

directeurs des sources par une matrice dite de blanchiment $(R_s^{-1})^{\dagger/2}$, correspondant à la transposée conjuguée d'une racine carrée de R_s^{-1} , puis, dans un second temps, filtre spatialement les données blanchies par la transposée conjuguée de la matrice unitaire U_{mc} des vecteurs sources blanchis et normés [5].

4. SEPARATION AVEUGLE DE SOURCES

La problématique de la séparation aveugle de mélanges instantanés de sources à BE est de mettre en oeuvre, en aveugle, un séparateur appartenant à l'une des deux classes définies par (3.2) et (3.3). Dans ce but, le problème consiste à caractériser celles-ci par leurs propriétés statistiques en sortie et par leur structure, puis à formuler ces propriétés caractéristiques à travers un critère, qualifié d'*aveugle*, dont l'optimisation sous certaines contraintes de structure aboutit effectivement à la mise en oeuvre en aveugle des séparateurs (3.2) ou (3.3).

Les séparateurs aveugles de Comon [1] et Cardoso-Souloumiac [2], appelés respectivement S1 et S2 dans la suite, exploitent les propriétés statistiques et structurelles du séparateur des MC. Après une étape de *blanchiment* des données par la matrice $T = (R_s^{-1})^{\dagger/2}$, dont l'estimation en aveugle peut être obtenue à partir de la décomposition en éléments propres de R_x , les séparateurs S1 et S2 visent, dans un second temps, à *identifier* les vecteurs directeurs blanchis des sources, c'est-à-dire à estimer U_{mc} , en recherchant une matrice unitaire U générant des sorties, $y(t) = U^\dagger z(t)$, dont les cumulants croisés d'ordre 4 sont nuls en bruit gaussien, où $z(t)$ est le vecteur des observations blanchies. Dans [1], Comon propose de rechercher la matrice unitaire U qui minimise la somme de tous les carrés des modules des cumulants croisés d'ordre 4 des sorties, ce qui revient à maximiser la fonction de contraste, C_{com} , définie par

$$C_{com} \triangleq \sum_{i=1}^P |\text{Cum}(y_i(t), y_i(t)^*, y_i(t)^*, y_i(t))|^2 \quad (4.1)$$

alors que dans [2], Cardoso et Souloumiac proposent de rechercher la matrice unitaire U qui minimise la somme des carrés des modules des cumulants croisés d'ordre 4 des sorties, ayant des premiers et seconds indices différents, ce qui revient à maximiser la fonction $C_{car-sou}$ définie par

$$C_{car-sou} \triangleq \sum_{i,k,l=1}^P |\text{Cum}(y_i(t), y_i(t)^*, y_k(t)^*, y_l(t))|^2 \quad (4.2)$$

ce qui équivaut à diagonaliser conjointement les matrices propres de la quadricovariance Q_z des données blanchies $z(t)$, pondérées par les valeurs propres associées. Dès lors, à partir des estimations, en aveugle, des matrices T et U , respectivement de blanchiment et des vecteurs directeurs orthonormalisés des sources, il est possible d'accéder à une estimée de A et de mettre en oeuvre, dans un troisième temps et à partir de celle-ci, un *filtrage spatial* des données, arbitrairement choisi. Dans la suite du papier, on choisit de mettre en oeuvre, pour S1 et S2, une estimée du séparateur optimal W_{fas} , c'est-à-dire le séparateur défini asymptotiquement par $\hat{W} = R_x^{-1} T^{-1} U$.

5. PERFORMANCES ASYMPTOTIQUES DES SEPARATEURS AVEUGLES S1 ET S2

Dans ce paragraphe, les statistiques d'ordre 2 et 4 des données $x(t)$ sont supposées parfaitement connus.



En présence d'un *bruit gaussien blanc spatialement* (BGBS) ($B = I$), les séparateurs S1 et S2 identifient parfaitement les vecteurs directeurs des sources et mettent tous les deux en oeuvre, en aveugle, le séparateur optimal W_{fas} quel que soit l'écart angulaire entre les sources et quelle que soit la valeur de leur SNR (Signal to Noise Ratio ou Rapport Signal sur Bruit de fond) et de leur cumulants d'ordre 4 normalisés, tant que $P \leq N$ et qu'au plus une source est gaussienne [6]. Pour cette raison, les séparateurs S1 et S2 sont qualifiés de séparateurs à *haute résolution angulaire* et à *haute sensibilité*. Dans ces conditions, les performances \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 respectivement des séparateurs S1 et S2, définies par (3.1), sont celles du séparateur optimal W_{fas} , données dans [4-5]. Dans ces références, les paramètres physiques contrôlant les performances asymptotiques du séparateur optimal sont mis en évidence dans le cas particulier de deux sources. Il y est montré en particulier que pour une source 2 forte, la quantité $SINRM1[W_{fas}]$ devient indépendante du SNR de la source 2 et est principalement régie par le coefficient de corrélation spatiale entre les deux sources. Ce résultat peut être étendu au cas de P sources ($2 \leq P \leq N$) [7] et on peut montrer qu'en présence de sources d'interférences fortes, la quantité $SINRM1[W_{fas}]$ devient indépendante du SNR des sources d'interférences (sources autres que la source 1) et s'écrit [7]

$$SINRM1[W_{fas}] \approx a_1^\dagger a_1 \frac{\pi_1}{\eta_2} [1 - |\alpha_{11}|^2] \quad (5.1)$$

où la quantité α_{11} est le coefficient de corrélation spatiale entre la source 1 et les autres sources, tel que $|\alpha_{11}|^2 = \cos(\gamma_{11})^2$, où γ_{11} est l'angle formé par le vecteur directeur a_1 et l'hyperplan engendré par les vecteurs directeurs a_i des autres sources ($i \neq 1$). Ainsi, les performances en sortie de W_{fas} se dégradent lorsque la corrélation spatiale entre les sources augmente, ce qui se produit, pour N fixé, lorsque les sources se rapprochent ou lorsque leur nombre augmente. Ces résultats sont illustrés à la figure 2 qui montre les variations du $SINRM1$ en sortie de W_{fas} en fonction de l'azimut θ_1 de la source 1, pour un réseau linéaire équiépacé (RLE) à $\lambda/2$ de 4 capteurs, pour une source 1 de 15 dB et pour différentes valeurs de P .

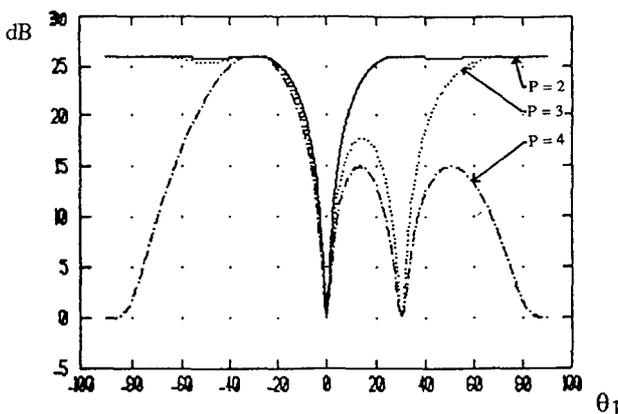


Fig. 2 - $SINRM1$ en sortie de W_{fas} en fonction de θ_1
 $N = 4, P = 2, 3$ ou $4, \pi_1/\eta_2 = 15$ dB, $\pi_1/\eta_2 = 20$ dB ($i \neq 1$)
 $\theta_2 = 0^\circ, \theta_3 = 90^\circ, \theta_4 = 30^\circ$

Ainsi, ces résultats montrent que pour certains scénari de sources, la séparation de celles-ci par S1 et S2, bien qu'optimale au sein des séparateurs Invariants dans le Temps (IT) et à Structure Linéaire (SL), est de qualité très moyenne en dépit de l'identification parfaite des vecteurs directeurs des sources. Dans ces conditions, une amélioration de la qualité de

la séparation ne peut être obtenue qu'en reconsidérant l'étape de filtrage spatial et plus précisément les caractères *Linéaire* et *IT* des filtres spatiaux. Des structures Variables dans le Temps (VT) peuvent alors être considérées pour des signaux non stationnaires ou cyclostationnaires [8] alors que des structures non linéaires ou linéaires au sens large peuvent s'avérer très intéressantes pour des signaux respectivement non gaussiens [9] ou non circulaires [8]. Notons finalement qu'en BGBS, si plusieurs sources sont gaussiennes, les séparateurs S1 et S2 séparent de manière optimale chaque source non gaussienne des autres sources mais laissent mélangées les sources gaussiennes entre elles, comme cela est illustré dans [4].

En présence d'un *Bruit Gaussien Coloré Spatialement* (BGCS) ($B \neq I$), il est possible de se ramener au cas précédent si la matrice B de cohérence spatiale du bruit de fond est connue. Dans le cas contraire, les séparateurs S1 et S2 ne permettent généralement plus la mise en oeuvre en aveugle du séparateur optimal et deviennent sous-optimaux à cause des imperfections dans le processus de blanchiment des données. Dans ces conditions, la dégradation des performances des séparateurs S1 et S2 par rapport à l'optimalité a tendance à augmenter avec la corrélation du bruit entre capteurs, mais sans nécessairement empêcher la séparation des sources même si celle-ci est sous optimale. Ces résultats sont illustrés dans [5].

En présence d'un *Bruit Non Gaussien Blanc Spatialement* (BNGBS), les performances asymptotiques de S1 et S2 se dégradent lorsque la valeur absolue du cumulants normalisés du bruit, c_b , augmente. Plus précisément, ces performances deviennent faibles lorsque la valeur absolue de c_b dépasse un seuil qui dépend de plusieurs paramètres et qui croît avec le SNR et le cumulants normalisés des sources. Une conséquence de ce résultat est qu'une augmentation du SNR des sources accroît la robustesse de S1 et S2 à la présence d'un bruit non gaussien. De même, la qualité de séparation de sources "très non gaussiennes" s'altère moins que celle des autres sources en bruit non gaussien. Ce comportement de S1 et S2 en BNGBS est illustré dans les références [4-5].

6. CONVERGENCE DES SEPARATEURS AVEUGLES S1 ET S2

Dans ce paragraphe, les statistiques d'ordre 2 et 4 des données $x(t)$ sont estimées à partir d'un nombre K d'échantillons indépendants et le bruit est un BGBS. En outre, les courbes présentées ci-après sont issues d'un moyennage de 10 réalisations indépendantes d'une même situation.

Sous les hypothèses précédentes, la séparation de sources dont la valeur absolue du cumulants normalisés d'ordre 4 avoisine 1 (QPSK, FSK..) ou 2 (BPSK), s'effectue de manière quasi-optimale à partir d'un nombre réduit d'échantillons indépendants, y compris pour des sources faibles et rapprochées angulairement, résultats illustrés dans [4-5]. Cependant, la convergence, vers l'optimalité, des $SINRM$ des sources en sortie des séparateurs S1 et S2 est ralentie d'autant plus que les valeurs asymptotiques de ces $SINRM$ sont élevées [4-5]. Ce résultat est également valable pour la convergence du séparateur optimal, mis en oeuvre par un algorithme des MC bloc, et a même été étudié analytiquement par Miller dans [10]. Bien qu'aucun résultat analogue ne soit, à ce jour, disponible pour S1 et S2, la comparaison des courbes des figures 3 et 4 montre toutefois que pour de grandes valeurs des $SINRM$ asymptotiques optimaux des sources en sortie et pour des sources de cumulants normalisés avoisinant -1 ou -2, les



séparateurs aveugles S1 et S2 convergent plus rapidement que le séparateur optimal, pourtant non aveugle car exploitant la connaissance de la matrice A . Dans ces conditions, pour K fixé, les séparateurs aveugles S1 et S2 s'avèrent plus performants que le séparateur non aveugle asymptotiquement optimal W_{fas} , résultat surprenant et plutôt paradoxal.

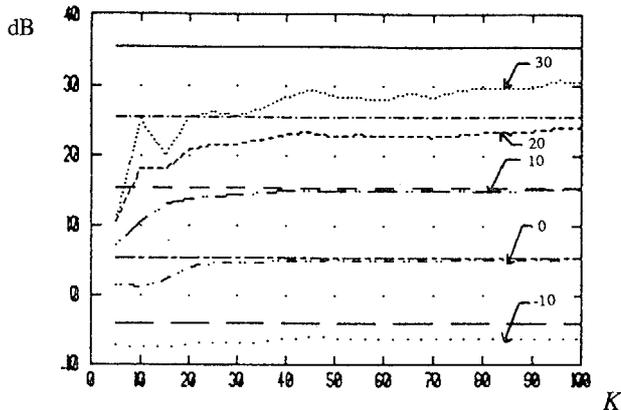


Fig.3 - SINRM 1 ou 2 en sortie de S1 ou S2 en fonction de K
 $N = 4, P = 2, c_1 = c_2 = -1, \pi_i/\eta_2 = -10, 0, 10, 20, 30$ dB
 $\theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = 20^\circ$

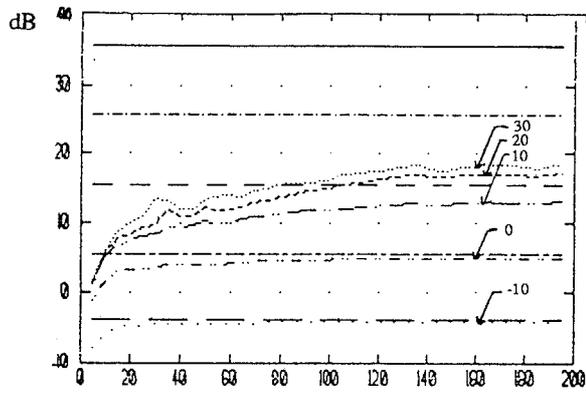


Fig.4 - SINRM 1 ou 2 en sortie de W_{fas} en fonction de K
 $N = 4, P = 2, c_1 = c_2 = -1, \pi_i/\eta_2 = -10, 0, 10, 20, 30$ dB
 $\theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = 20^\circ$

D'autre-part, la vitesse de convergence, vers l'optimalité, du SINRM des sources en sortie de S1 et S2 décroît lorsque la valeur absolue du cumulante normalisé de celles-ci diminue, résultat illustré dans [4-5]. En conséquence, lorsque les signaux sont filtrés temporellement avant séparation, la vitesse de convergence, vers l'optimalité, du SINRM des sources en sortie de S1 et S2 décroît lorsque le rapport B_f/B_s diminue, où B_f et B_s correspondent aux largeurs de bande respectivement du filtre et des sources, à cause d'une gaussiannisation des sources (issue du théorème centrale limite), résultat illustré dans [5]. Il peut donc s'avérer dangereux de mettre en oeuvre les séparateurs S1 et S2 après une FFT des données.

Enfin, on peut montrer [6] que les séparateurs S1 et S2 s'accommodent, pour K fini, d'une surestimation du nombre de sources. En particulier les séparateurs aveugles S1 et S2 ont la capacité d'optimiser la réception d'une seule source sans aucune connaissance a priori sur celle-ci et ce résultat semble également vrai si la source est gaussienne [6]. Toutefois, en présence de plusieurs sources, la surestimation du nombre de sources engendre un ralentissement de la convergence des SINRM des sources en sortie de S1 et S2. Les résultats présentés dans [6] montrent que ce ralentissement de la vitesse de convergence est

plus important pour le séparateur S2 de Cardoso-Souloumiac que pour le séparateur S1 de Comon comme cela est illustré sur la figure 5. Cette figure montre les variations du SINRM de la source 1 (c'est le même pour la source 2) en sortie de S1 et S2 pour 2 sources, lorsque le nombre de sources estimé est 2 ou 3.

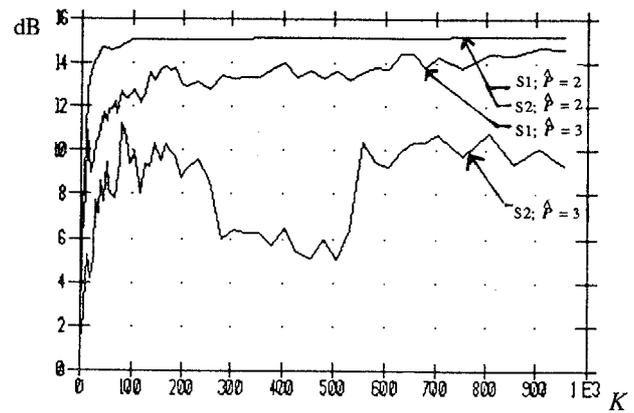


Fig.5 - SINRM 1 ou 2 en sortie de S1 et S2 en fonction de K
 $N = 4, P = 2, P_{estimé} = 2$ ou $3, c_1 = c_2 = -1,$
 $\pi_i/\eta_2 = 10$ dB, $\theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = 20^\circ$

7. CONCLUSION

Les résultats présentés dans ce papier et dans les références [4-6] montrent que les séparateurs S1 et S2 ont des performances similaires dans la plupart des cas de figure, excepté vis-à-vis de la surestimation du nombre de sources. Ces séparateurs constituent de puissants outils, à haute résolution et haute sensibilité, pour la séparation aveugle de sources non gaussiennes et indépendantes en radiocommunications

RÉFÉRENCES

- [1] P. COMON, "Independent Component Analysis", *Signal Processing*, Vol 36, N°3, Special Issue On Higher Order Statistics, pp 287-314, Apr. 1994.
- [2] J.F. CARDOSO, A. SOULOUMIAC, "Blind Beamforming for Non Gaussian Signals", *IEE Proc-F*, Vol 140, N°6, pp 362-370, Dec 1993.
- [3] E. CHAUMETTE, P. COMON, D. MULLER, "Application of ICA to airport surveillance", *IEEE Signal Processing Workshop on Higher Order Statistics*, Stanford, June 1993.
- [4] P. CHEVALIER, "Une technique prometteuse: la séparation aveugle de sources aux ordres supérieurs", *Actes de la Journée SEE sur les antennes à traitement du signal*, pp 137-145, Paris (ENST), Mai 1995.
- [5] P. CHEVALIER, "On the performance of higher order blind sources separation methods", *IEEE Signal Processing ATHOS Workshop on Higher Order Statistics*, Begur (Spain), June 1995.
- [6] P. CHEVALIER, "Performances des méthodes de séparation aveugle de sources aux ordres supérieurs", *Rapport DRET DT/STS/LTA/OST.94*, 424 pages, Mai 1994.
- [7] P. CHEVALIER, "Antenne adaptative: d'une structure linéaire à une structure non linéaire de Volterra", *Thèse de Doctorat de l'université de Paris Sud*, Juin 1991.
- [8] P. CHEVALIER, "Filtrage d'antenne optimal pour signaux non stationnaires - concepts, performances", *Proc 15e Colloque GRETSI*, Juan les Pins, Sept 1995.
- [9] P. CHEVALIER, P. DUVAUT, B. PICINBONO, "Le filtrage de Volterra transverse réel et complexe en traitement du signal", *Traitement du Signal*, Numéro Spécial "Non Linaire et Non Gaussien", Vol 7, N°5, pp 451-476, 1990.
- [10] R.A. MONZINGO, T.W. MILLER, "Introduction to adaptive arrays", John Wiley and Sons, New-York, 1980.