

Estimation de multiples différences de temps d'arrivée à l'aide d'une fonction d'intercorrélation sous contrainte

E. BATAILLOU

O. MESTE

H. RIX

135 CNRS URA 1376
250 Rue A. Einstein Sophia-Antipolis
06560 Valbonne FRANCE

RÉSUMÉ

Dans cette communication, nous présentons une méthode permettant d'estimer les différences de temps d'arrivée dans le cas de plusieurs signaux bruités enregistrés simultanément à l'aide d'une grille de capteurs. L'approche proposée est basée sur l'estimation sous contrainte des fonctions d'intercorrélations entre tous les signaux, la contrainte imposant un respect des relations entre les différents décalages entre signaux. Cette méthode est tout d'abord présentée sur un exemple utilisant quatre signaux, puis elle est généralisée à un nombre quelconque de signaux. Enfin, nous appliquons cette nouvelle méthode à l'estimation des différences de temps d'arrivée de signaux de Potentiels d'Action cardiaque en vue du suivi de propagation du potentiel à la surface d'un tissu cardiaque.

ABSTRACT

In this paper we present a method for time delay estimation in the case of several noisy signals simultaneously recorded by means of a captors array.

The proposed approach is based on a constrained estimation of cross-correlation functions between all the signals. The constraint enforces the coherence between all the estimated time delays. This method is first presented in the case of four signals then it is generalized to any number N of signals.

At last, this new method is applied to time delays estimation of cardiac action potentials in order to follow the propagation at the surface of a sheat of cardiac tissue.

1 Introduction

Nous nous intéressons aux problèmes d'estimation des différences de temps d'arrivée (DTA) entre plusieurs signaux. De nombreuses méthodes ont été développées pour l'estimation d'une DTA dans le cas de deux signaux bruités. Ces méthodes sont basées sur la détection du maximum de la fonction d'intercorrélation [1]. La méthode d'intercorrélation généralisée a également été utilisée. Cette dernière réalise un préfiltrage des signaux avant d'effectuer leur intercorrélation [2]. Les coefficients des filtres sont estimés grâce aux connaissances spectrales des deux signaux d'entrée.

Nous allons nous intéresser au cas de l'estimation de plusieurs DTA entre plusieurs signaux enregistrés simultanément par une grille de capteurs. Pour améliorer les performances des méthodes classiques de détection dans le cas de signaux multiples, nous présentons une nouvelle méthode d'estimation des DTA [3]. Cette méthode utilise une minimisation sous contrainte, assurant que les relations de Chasles existant entre les DTA de plusieurs signaux sont respectées. Nous montrons que la contrainte s'écrit d'une manière simple permettant l'utilisation d'un algorithme classique de minimisation sous contrainte.

Nous avons appliqués cette technique au suivi de la propagation d'un potentiel d'action dans un morceau de tissu cardiaque. La possibilité d'observer l'activation cellule par cellule à l'aide d'une grille de capteurs permet d'utiliser l'estimation des DTA pour le suivi de la propagation, dans le plan, des potentiels d'action. C'est une alternative nettement moins couteuse en temps de calcul que celle utilisant le traitement d'image.

2 Estimation des différences de temps d'arrivée

En présence d'un nombre N de signaux temporels, la connaissance de $N-1$ retards suffit à les ordonner. Pratiquement, on peut estimer $N(N-1)/2$ DTA différentes mais dont les valeurs algébriques sont reliées par les relations de Chasles. Nous proposons alors d'utiliser une méthode basée sur le calcul d'une fonction d'intercorrélation sous contrainte (FICCo), pour prendre en compte toutes les relations existant entre les différentes DTA. La contrainte assure que toutes les relations indépendantes que l'on peut construire entre toutes les DTA sont respectées.

Nous proposons tout d'abord de présenter cette méthode de calcul de la FICCo sur un exemple utilisant quatre signaux. Nous montrons alors comment nous obtenons l'estimation des DTA entre les signaux. Ensuite, nous présentons cette méthode généralisée au cas de N signaux. Ceci nous conduit à définir une "matrice des contraintes" qui explicite le lien existant entre tous les signaux. Les performances de cette méthode sont alors testées et comparées aux méthodes existantes. Enfin, cette méthode est appliquée à des signaux réels de potentiels d'action.

3 Exemple avec quatre signaux

Soient quatre signaux notés x_1, x_2, x_3 et x_4 (figure(1)). En principe, 3 DTA seulement suffisent à ordonner ces signaux. Cependant, il est possible d'estimer six DTA entre ces quatre signaux. Dans le but d'améliorer les résultats des méthodes classiques, nous allons estimer ces 3 DTA sous des contraintes liant toutes les DTA. Dans le cas de quatre signaux, il est possible de construire $C = 3$ contraintes indépendantes reliant toutes les DTA:

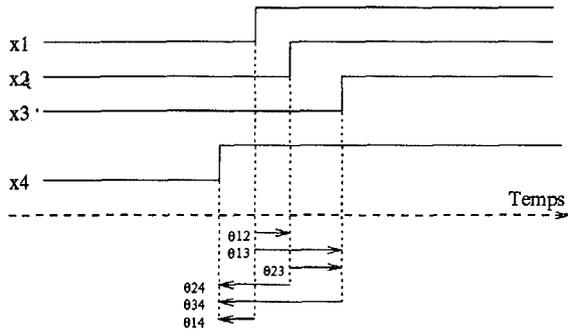


Figure 1: Exemple avec 4 signaux

$$\begin{cases} \Theta_{12} + \Theta_{23} - \Theta_{13} = 0 \\ \Theta_{12} + \Theta_{23} + \Theta_{34} - \Theta_{14} = 0 \\ \Theta_{23} + \Theta_{34} - \Theta_{24} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

ou en notation matricielle:

$$A^T \Theta = 0$$

avec

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}^T \text{ appelée la "matrice des"}$$

contraintes" et $\Theta = [\Theta_{12} \ \Theta_{23} \ \Theta_{34} \ \Theta_{13} \ \Theta_{14} \ \Theta_{24}]^T$ appelé le vecteur des DTA.

Ces trois contraintes doivent être vérifiées pour les 6 DTA. Le nombre et le choix des contraintes conditionnent la taille et le contenu de la matrice des contraintes.

Nous voulons minimiser l'erreur quadratique moyenne (EQM) entre les vraies DTA et les DTA estimées. On sait qu'il est équivalent de minimiser par rapport aux Θ_{ij} l'EQM entre les signaux:

$$\begin{cases} \text{Minimisation de } \sum_{i=1}^6 E[e_i^2(t)] \\ \text{sous la contrainte } A^T \Theta = 0 \end{cases}$$

avec

$$\begin{cases} e_1(t) = x_2(t) - x_1(t - \theta_{12}) \\ \dots \\ e_6(t) = x_4(t) - x_2(t - \theta_{24}) \end{cases}$$

Les DTA optimales sous contrainte sont trouvées en utilisant le multiplicateur de Lagrange:

$$\text{Minimisation de } H = \sum_{i=1}^6 E[e_i^2(t)] + \lambda^T A^T \Theta.$$

L'EQM s'écrit:

$$\begin{cases} \xi_1 = E[(x_2(t) - x_1(t - \theta_{12}))^2] \\ = r_{x_1 x_1}(0) + r_{x_2 x_2}(0) - r_{x_1 x_2}(\theta_{12}) \\ \dots \\ \xi_6 = E[(x_4(t) - x_2(t - \theta_{24}))^2] \\ = r_{x_2 x_2}(0) + r_{x_4 x_4}(0) - r_{x_2 x_4}(\theta_{24}) \end{cases}$$

Le gradient de H pour chaque θ_{ij} s'écrit:

$$\begin{aligned} \nabla_{\theta} H &= \sum_{i=1}^6 \nabla_{\theta} \xi_i + \lambda A \\ &= -2 \sum \begin{bmatrix} \nabla_{\theta_{12}} r_{x_1 x_2}(\theta_{12}) \\ \nabla_{\theta_{23}} r_{x_2 x_3}(\theta_{23}) \\ \nabla_{\theta_{34}} r_{x_3 x_4}(\theta_{34}) \\ \nabla_{\theta_{13}} r_{x_1 x_3}(\theta_{13}) \\ \nabla_{\theta_{14}} r_{x_1 x_4}(\theta_{14}) \\ \nabla_{\theta_{24}} r_{x_2 x_4}(\theta_{24}) \end{bmatrix} + \lambda A \end{aligned}$$

Le problème est de déterminer le gradient de la fonction d'intercorrélation.

Nous modélisons chaque fonction d'intercorrélation par une parabole au voisinage de son maximum [4]: $r_{x_i x_j} = a_{ij} \tau^2 + b_{ij} \tau + c_{ij}$.

Les DTA optimales sous contraintes sont ensuite estimées en deux étapes. Tout d'abord, on estime les coefficients a_{ij} et b_{ij} à partir des fonctions d'intercorrélation. Ces coefficients sont alors considérés comme des données dans la phase de minimisation. Ensuite, on effectue la minimisation sous contrainte qui va rechercher des points autour du maximum des paraboles de telle manière que la contrainte soit respectée.

On obtient alors les DTA estimées par résolution d'un système linéaire:

$$\begin{cases} \lambda = 2(A^T \underline{a}^{-1} A)^{-1} (A^T \underline{a}^{-1} \underline{b}) \\ \Theta = 0.25 \underline{a}^{-1} (-2 \underline{b} + \lambda A) \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{avec } \underline{a} = \begin{bmatrix} a_{12} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & a_{23} & & & \vdots \\ \vdots & & a_{34} & \ddots & \\ & & \ddots & a_{13} & \vdots \\ \vdots & & & & a_{14} & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & a_{24} \end{bmatrix} \text{ et}$$

$$\underline{b} = [b_{12} \ b_{23} \ b_{34} \ b_{13} \ b_{14} \ b_{24}].$$

Ainsi, à partir d'un ensemble de signaux donnés, nous estimons tout d'abord toutes les fonctions d'intercorrélation possibles. Ensuite, nous modélisons chacune d'entre elles autour de son maximum à l'aide d'une parabole: on obtient les coefficients a_{ij} et b_{ij} . A l'aide de ces coefficients, nous déterminons les valeurs des DTA par résolution du système d'équations précédent.

4 Généralisation à N signaux

Dans le cas de N signaux, nous avons tout d'abord à déterminer deux paramètres: le nombre de contraintes à respecter et le nombre de paramètres à estimer. Le nombre C de contraintes à respecter représente le nombre maximal de relations indépendantes que l'on peut construire avec trois signaux au moins:

$$C = \sum_{k=3}^N C_N^k = \frac{(N-1)(N-2)}{2}$$

Le nombre de paramètres que nous avons à estimer est égal au nombre de DTA entre les signaux, mais chaque DTA ne doit être représentée qu'une seule fois. Chaque DTA représente une combinaison entre deux signaux différents parmi N possibles sans ordre. Pour N signaux, ce nombre est $C_N^2 = \frac{N(N-1)}{2}$.

De plus, l'ordre dans lequel sont estimées les intercorrélations est important et conditionne le contenu de la matrice des contraintes A. L'ordre que nous avons choisi nous permet une construction relativement simple de cette matrice. De plus, on peut remarquer que le nombre de contraintes choisi est minimal. En effet, les contraintes font intervenir toutes les DTA et toutes les contraintes sont indépendantes:

Le système d'équations (1) (ou celui généralisé au cas de N signaux) est de rang égal, au maximum, au nombre de contraintes.

La partie droite de la matrice A forme une matrice identité (au signe près) donc de déterminant différent de 0. La matrice A est donc de rang maximal C. Toutes les équations du système (1) sont donc indépendantes.

Le nombre de contraintes à respecter et le nombre de paramètres à estimer étant fixés, les DTA estimées sous contraintes sont données par le système (2) généralisé à N signaux.

5 Simulations

Les performances de cette méthode sont testées et comparées aux performances de méthodes existantes.

Les signaux de simulation sont construits à partir d'un signal réel de potentiels d'action (PA) enregistré à l'aide d'une micro-électrode et supposé sans bruit figure(4). On additionne à ce signal, du bruit d'amplitudes diverses. Le bruit est non blanc et il est généré à partir d'un processus AR dont les coefficients ont été identifiés sur une séquence de bruit réel.

En utilisant les signaux de simulation, nous allons comparer quatre méthodes d'estimation des DTA:

- La fonction d'intercorrélation classique (FICCl) où nous estimons simplement le maximum de la fonction d'intercorrélation.

- La fonction d'intercorrélation sous contrainte (FICCo).

- La fonction d'intercorrélation généralisée (FICG) avec utilisation de la méthode de l'erreur quadratique moyenne modifiée (EQMM) pour le calcul de la fonction de pondération [5].

- La fonction d'intercorrélation généralisée contrainte (FICGCo) avec utilisation de la méthode de l'erreur quadratique moyenne modifiée (EQMM) pour le calcul de la fonction de pondération.

On appelle bonne détection l'estimation correcte de l'ordre exact d'arrivée de tous les signaux. Ce critère très pessimiste n'a pour but qu'une étude comparative des performances des méthodes.

Nous traçons la courbe représentant le pourcentage de bonne détection en fonction du nombre de signaux pour un RSB donné (figure(2)) et en fonction du RSB présent sur les signaux pour un nombre de signaux donné (figure(3)). L'écart type de la variable aléatoire donnant les DTA est égale à 4.

On peut noter immédiatement le bon comportement de la méthode FICCo comparée aux autres méthodes. Dans les deux cas, le pourcentage de bonne détection de cette méthode est supérieur à celui des autres méthodes.

Dans la figure(2), la baisse de performance pour toutes les méthodes quand le nombre de signaux augmente peut facilement s'expliquer: plus le nombre de signaux est important, plus le risque de faire une mauvaise estimation augmente car, dans notre cas, une seule mauvaise estimation d'une DTA peut entraîner une mauvaise détection. Ainsi cette courbe ne sert qu'à comparer les performances des quatre méthodes.

Cette méthode est ensuite appliquée à des signaux réels de potentiels d'action cardiaque.

6 Application aux signaux réels

Les signaux réels sont enregistrés sur un morceau de tissu cardiaque d'1 cm² de surface environ. Cet enregistrement est effectué à l'aide d'une grille rectangulaire de photo-détecteur comportant 80 (10) capteurs (fréquence d'échantillonnage 500Hz). Un avantage de la technique d'enregistrement optique des PA est la possibilité d'enregistrer un grand nombre de PA et de suivre ainsi leur propagation à la surface du tissu cardiaque.

A partir de ces enregistrements, on estime les DTA d'un PA entre les différents capteurs. Pour présenter ces estimations, nous avons utilisé une représentation sous forme de contours qui lie les points ayant les mêmes DTA estimées. La figure(5) représente la propagation droite-gauche d'un PA et la figure(6) représente la propagation bas-haut d'un second PA. On peut noter la différence de vitesse de propagation dépendant de l'orientation du tissu cardiaque.

7 Conclusion

Nous avons présenté une nouvelle méthode d'estimation des différences de temps d'arrivée dans le cas de plusieurs signaux. Cette méthode permet d'améliorer les résultats obtenus par les méthodes classiques basées sur l'estimation du maximum de la fonction d'intercorrélation. Cette méthode permet de prendre en compte toutes les mesures qu'il est possible de faire avec N signaux enregistrés simultanément par une grille de capteurs : appliquée aux



potentiels d'action cardiaque, elle permet de visualiser la propagation du front d'onde.

Références

- [1] A. Papoulis. *Probability, random variables and stochastic process*. 1965.
- [2] Special issue on Time Delay Estimation, vol. ASSP-29. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, June 1981.
- [3] E. Bataillou. *Analyse de signaux transitoires bruité: traitement séquentiel et traitement vectoriel. Application aux signaux biomédicaux*. Thèse de Doctorat Université de Nice- Sophia Antipolis, Oct. 1994.
- [4] G. Jiakovitti and G. Scarano. Discrete time technique for time delay estimation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 41(2), Feb. 1993.
- [5] C. C. Carter. Coherence and Time Delay Estimation. *Proceedings of the IEEE*, 75(2), Feb 1987.

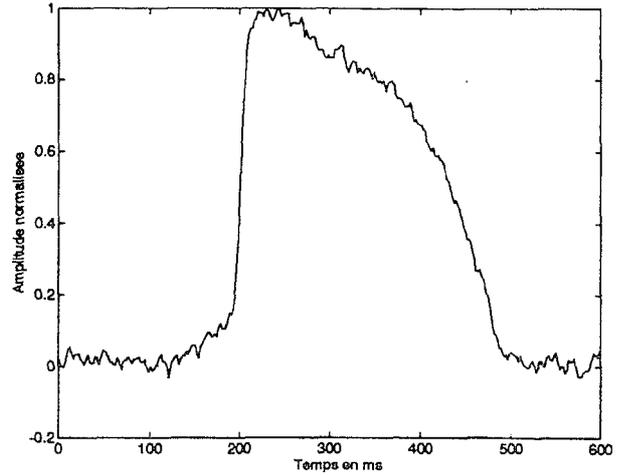


Figure 4: Un exemple de Potentiel d'Action utilisé en simulation

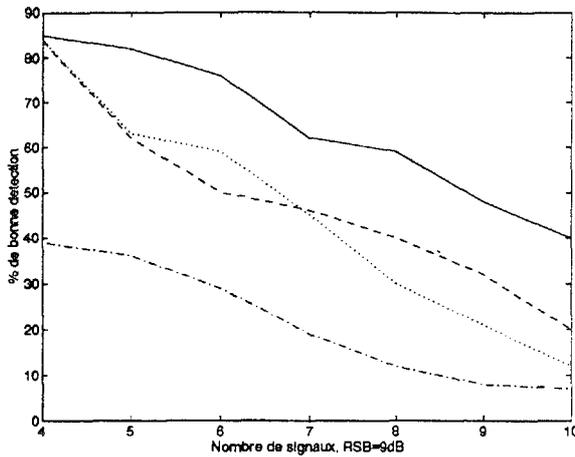


Figure 2: Pourcentage de bonne détection en fonction du nombre de signaux, pour un RSB donné. — FICCo, ..FICG, - - FICCo, -.- FICCl

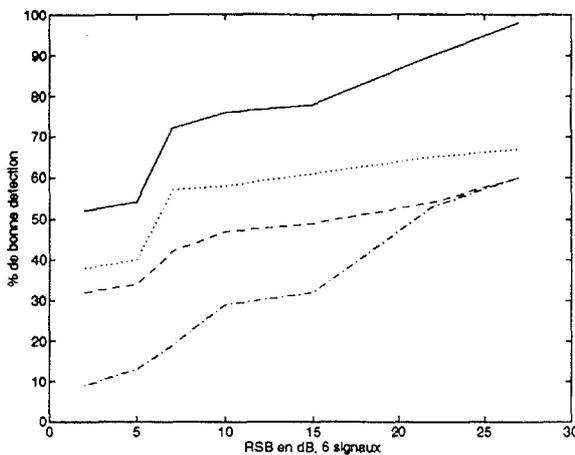


Figure 3: Pourcentage de bonne détection en fonction du RSB, pour un nombre de signaux donné. — FICCo, ..FICG, - - FICCo, -.- FICCl

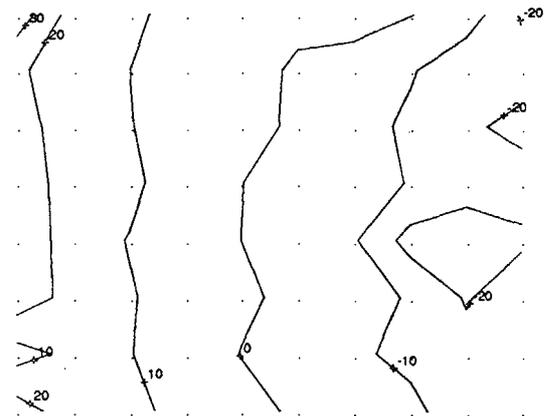


Figure 5: Représentation de la propagation droite-gauche d'un PA. Unité: un échantillon

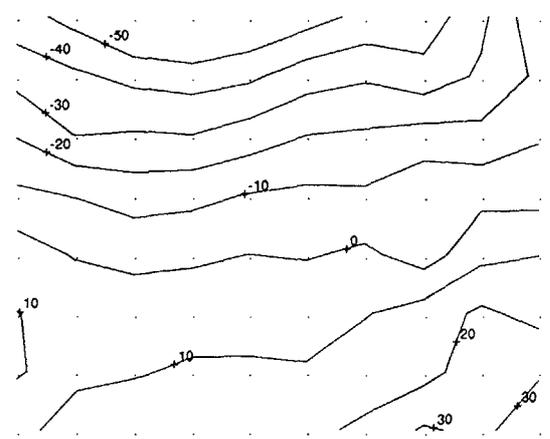


Figure 6: Représentation de la propagation haut-bas d'un PA. Unité: un échantillon