

UNE TRANSFORMEE DE FOURIER MODIFIEE ADAPTEE A L'IMAGERIE PAR INTERFEROMETRIE

Stéphane PUECHMOREL - Pierre THIBAUT

GAPSE / ENSEEIHT, 2 rue Camichel, 31071 Toulouse, France

RÉSUMÉ

ABSTRACT

Une nouvelle technique d'imagerie satellitaire dans le domaine des hyperfréquences, appelée radiométrie interférométrique, basée sur la mesure du spectre en fréquences spatiales angulaires de la scène observée, permet d'envisager l'observation de la terre à 1.4 GHz, avec des résolutions spatiales voisines de 10 kilomètres. L'inversion de ce spectre par la transformée de Fourier classique donne une image déformée géométriquement qu'il faut corriger. Il est proposé dans cet article une transformée de Fourier modifiée intégrant directement ce recalage géométrique dans l'inversion. Cette transformée linéaire permet en outre de redéfinir les opérateurs usuels de filtrage et de convolution.

In remote sensing of the earth from low orbits in the microwave domain, a new instrument called "aperture synthesis radiometer" or "interferometer", based on the acquisition of the angular spatial spectrum of the observed scene, is under investigation. The inversion of this spectrum by the mean of the classic Fourier transform provides a profile of brightness temperatures geometrically distorted. It is presented in the article a modified Fourier transform which takes directly into account the geometrical considerations of our problem and avoids doing geometrical corrections. This modified Fourier transform will permit us to define new operators of filtering and convolution.

1- INTRODUCTION

En imagerie satellitaire micro-onde, une nouvelle technique dite "radiométrie interférométrique" ou "radiométrie à synthèse d'ouverture" est étudiée dans le but de réduire de manière significative le couple volume-poids d'un radiomètre classique opérant à la fréquence $f = 1.4 \text{ GHz}$. A cette fréquence, l'encombrement d'un radiomètre classique est prohibitif si l'on désire atteindre des résolutions spatiales inférieures à 10 kilomètres. L'interférométrie permet de diminuer cet encombrement au détriment d'une charge de calcul accrue.

La radiométrie à synthèse d'ouverture consiste à créer un réseau d'antennes non nécessairement uniformément réparties (nous nous intéresserons ici à un réseau unidimensionnel bien que l'extension bidimensionnelle soit possible) dans lequel on regroupe les antennes par paires.

(une antenne peut appartenir à plusieurs paires).

La résolution spatiale est, comme pour les radiomètres classiques, donnée par le rapport de la longueur d'onde sur la taille du réseau d'antennes.

En multipliant les signaux issus de 2 antennes appartenant à une paire donnée, on obtient un échantillon du spectre en fréquences spatiales angulaires de la scène.

Le spectre reconstitué est appelé "fonction de visibilité", noté $V(d_i)$ dans lequel d_i est la distance séparant les antennes de la $i^{\text{ème}}$ paire. Les échantillons de la fonction de visibilité sont acquis simultanément. La scène est reconstruite ligne par ligne par inversion de la fonction de visibilité.

L'objet du présent article est de décrire une technique d'inversion optimisée de la fonction de visibilité.



2- FORMULATION DU PROBLEME

Le schéma suivant donne la géométrie du système et définit les notations qui ont été choisies.

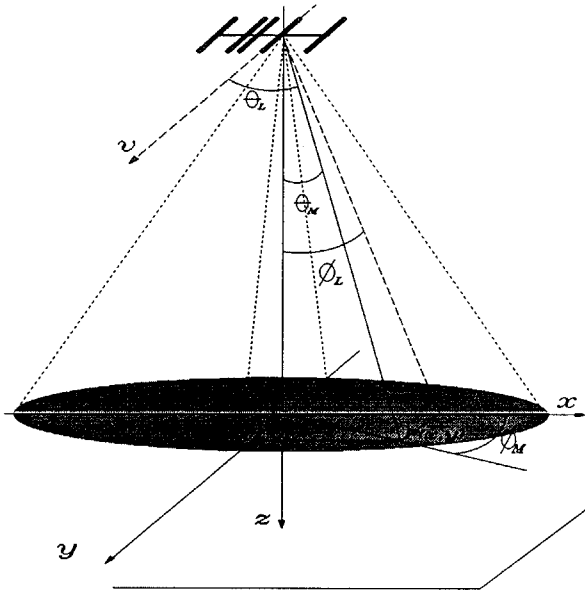


Fig 1 : Conditions d'observation

v est le vecteur déplacement du satellite

La scène observée à un instant t est représentée en noir.

L'expression simplifiée (on considère des diagrammes d'antenne unitaires) de la fonction de visibilité est alors la suivante :

$$V(d_i) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} T_B(\phi) \cdot e^{i2\pi \frac{d_i}{\lambda} \sin \phi} d\phi \quad \text{Eq.1}$$

expression dans laquelle ϕ est l'angle entre la direction de visée du point considéré de la cible et la verticale, λ la longueur d'onde d'observation. $T_B(\phi)$ est le profil de température de brillance que l'on cherche à reconstituer. Dans la suite, on prendra d_i multiple de $\frac{\lambda}{2}$. L'exponentielle s'exprimera alors sous la forme $e^{in\pi \sin \phi}$.

La reconstruction de la scène observée peut être obtenue après inversion de Fourier classique. Le profil de température obtenu est alors $T_B(\phi)$. Il s'agit donc du profil sphérique 1 tel qu'on le voit sur le schéma suivant. L'obtention du profil recherché 2 c'est à dire du profil

linéaire, est obtenu après projection. L'échantillonnage étant régulier angulairement, l'échantillonnage sur l'axe des x , résultant de la projection, sera quant à lui non régulier.

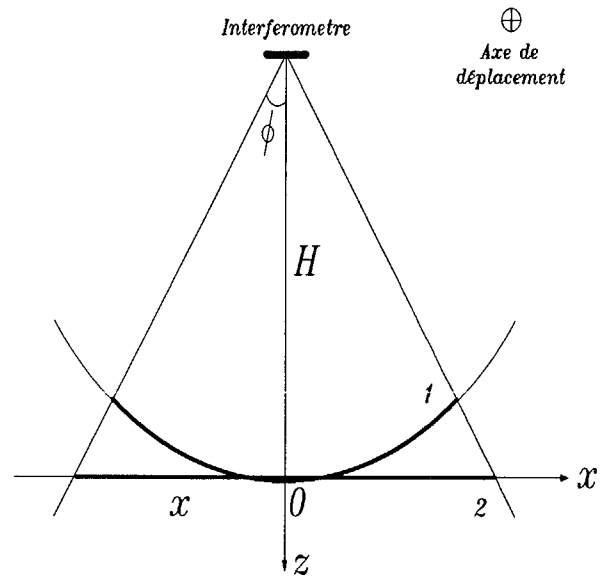


Fig 2 : Géométrie de la mesure

L'instrument se trouvant à l'altitude H , le point d'abscisse x est vu par l'instrument sous un angle ϕ . On a donc $\sin(\phi) = \sin\left(\arctg\left(\frac{x}{H}\right)\right) = \frac{x}{H\sqrt{1+\frac{x^2}{H^2}}}$

Nous présentons ici une nouvelle approche permettant une reconstruction exacte du profil de température 2 au moyen d'une transformée de Fourier modifiée sans corrections géométriques ultérieures.

3- LA FONCTION DE VISIBILITE COMME TRANSFORMEE DE FOURIER DU PROFIL DE TEMPERATURE

3.1 Cadre de travail

L'équation Eq.1 peut être vue de façon plus générale, après changement de variable, comme faisant partie de la classe des opérateurs intégraux de la forme :

$$\mathcal{F}(f)(\omega) = \int_{\mathbb{R}} f(t) e^{i\omega \phi(t)} d\mu(t) \quad \text{Eq.2}$$

où $\phi(t)$ est une fonction strictement croissante en t , s'annulant pour $t=0$, et admettant une limite finie en $+\infty$ et $-\infty$. $d\mu(t)$ est une mesure intégrale qui dépend de la fonction $\phi(t)$ (ce point sera précisé ultérieurement). Enfin, $\bar{R}$ est le compactifié de R .

Afin de simplifier les développements qui vont suivre, nous supposons que $\phi(t) = \arctg(t)$. Il sera facile de vérifier que ce qui va être fait dans ce cas particulier peut être généralisé.

3.2 Généralités et définitions

La fonction $\arctg(t)$ sera dans toute la suite la fonction définie sur $\bar{R}$ à valeurs dans $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ telle que :

$$-\arctg(t) = \tg^{-1}(t), \quad \forall t \in R$$

$$-\arctg(+\infty) = \frac{\pi}{2}$$

$$-\arctg(-\infty) = -\frac{\pi}{2}$$

Notons que cette fonction permet de munir $\bar{R}$ d'une distance :

$$d(x, y) = |\arctg(x) - \arctg(y)|, \quad \forall (x, y) \in \bar{R}^2$$

3.3 Une loi de composition

En considérant la fonction $\overline{\tg}(t)$ qui est définie par :

$$-\overline{\tg}(t) = \tg(t), \quad \forall t \in]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$$

$$-\overline{\tg}\left(\frac{\pi}{2}\right) = +\infty$$

$$-\overline{\tg} \text{ est périodique de période } \pi$$

Nous pouvons construire une loi de composition additive sur $\bar{R}$, notée $\oplus$, en posant :

$$x \oplus y = \overline{\tg}(\arctg(x) + \arctg(y))$$

Cette définition pose un problème; en effet $\overline{\tg}$ n'est pas l'application réciproque de $\arctg$. Ceci impose de changer d'espace de travail. Nous considérerons maintenant l'espace quotient de $\bar{R}$ dont les classes d'équivalence sont les singletons de $\bar{R}$ excluant les points à l'infini et la paire $\{-\infty; +\infty\}$ (l'espace quotient admet donc un seul point à l'infini noté α). Ce nouvel espace sera noté $\tilde{R}$.

L'application $\arctg(t)$ est alors modifiée en $\overline{\arctg}(t)$ définie sur $\tilde{R}$ et à valeurs dans $C(0, \pi)$, le cercle de R de centre 0 et de rayon π :

$$-\overline{\arctg}(t) = \arctg(t), \quad \forall t \in R$$

$$-\overline{\arctg}(+\infty) = \frac{\pi}{2}$$

Les définitions posées avec $\arctg$ restent cohérentes avec $\overline{\arctg}$.

3.4 Le groupe $\tilde{R}$

La loi $\oplus$ munit $\tilde{R}$ d'une structure de groupe abélien. En effet, on peut vérifier que la loi $\oplus$ est associative, admet 0 comme élément neutre; de plus, tout élément t admet $-t$ comme inverse (α est son propre inverse).

Le groupe $\tilde{R}$ admet une mesure invariante, $\frac{dx}{1+x^2}$.

On peut donc redéfinir les espaces L^p sur $\tilde{R}$ en posant :

$$f \in L^p \Leftrightarrow \int_{\tilde{R}} |f(x)|^p \frac{dx}{1+x^2} < +\infty$$

Remarque : Les fonctions constantes sont intégrables.

3.5 Produit de convolution et transformée de Fourier

-Produit de convolution :

$$f * g(x) = \int_{\tilde{R}} f(y)g(x \oplus y) \frac{dx}{1+x^2}$$

($\oplus$ est une notation simplifiée pour désigner la composition de x avec l'inverse de y)

- Transformée de Fourier :

La transformation de Fourier se définit à partir des caractères de $\tilde{R}$ qui sont les solutions continues des équations :

$$-|\chi(x)| = 1$$

$$-\chi(x \oplus y) = \chi(x)\chi(y)$$

Les caractères sont alors $\chi_a(x) = e^{-2i\pi\overline{\arctg}(x)}$. La transformée de Fourier des fonctions de L^1 est :

$$\hat{f}(n) = \mathcal{F}(f)(n) = \int_{\tilde{R}} f(x)\chi_a(x) \frac{dx}{1+x^2}$$

L'inverse de cette transformation est :



$$\mathcal{F}^{-1}(\hat{f})(x) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \hat{f}(n) \chi_n^*(x)$$

Il est à remarquer qu'une reconstruction exacte est obtenue à partir de séries, comme dans le cas de la transformée de Fourier sur un intervalle : ce fait surprenant s'explique par les propriétés des fonctions définies sur $\tilde{\mathbb{R}}$: elles admettent des limites en $+\infty$ et $-\infty$ et ces limites sont égales.

Enfin, il est à noter que la transformée de Fourier sur $\tilde{\mathbb{R}}$ transforme le produit de convolution en produit ordinaire.

3.6 Retour au problème initial

Dans notre cas la fonction $\sin\left(\arctg\left(\frac{x}{H}\right)\right) = \frac{x}{H\sqrt{1+\frac{x^2}{H^2}}}$

remplace la fonction $\arctg$ du cas précédent. Tous les résultats restent valides, la transformation de Fourier inverse étant alors :

$$f(x) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} V(n) e^{-i\pi n x \sin\left(\arctg\left(\frac{x}{H}\right)\right)}$$

Il est à noter que cette définition de la transformation de Fourier permet d'envisager une utilisation plus vaste tout d'abord en introduisant un filtrage dans $\tilde{\mathbb{R}}$ via la convolution et par la suite en étendant le travail effectué au cas des signaux aléatoires. En particulier, l'influence d'un bruit perturbateur additif sur la fonction de visibilité sera traité prochainement.

4- RESULTATS DE SIMULATION

Afin de mettre en évidence les qualités de cette transformée de Fourier modifiée pour l'inversion des données d'interférométrie, une scène artificielle composée de 7 impulsions unitaire régulièrement espacées a été utilisée (cf fig 3). Il a été simulé une réponse simplifiée de l'instrument c'est à dire une fonction de visibilité telle qu'elle a été décrite dans l'Eq.1. Les figures 4 et 5 montrent la reconstruction de la scène initiale en utilisant la transformée de Fourier classique dans un premier temps puis la transformée de Fourier modifiée. Des hypothèses simplificatrices ont été faites en ce qui concerne la simulation instrumentale. Un réseau de 40 antennes de gain unitaire a été simulé. La scène observée s'étend sur 2000 km avec une résolution spatiale de 1 km.

On constate que l'inversion par TFD déforme géométriquement la scène initiale et que la TDF modifiée permet de s'affranchir de ces déformations.

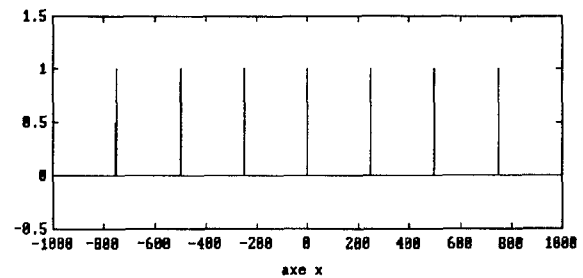


Fig 3 : Scène initiale

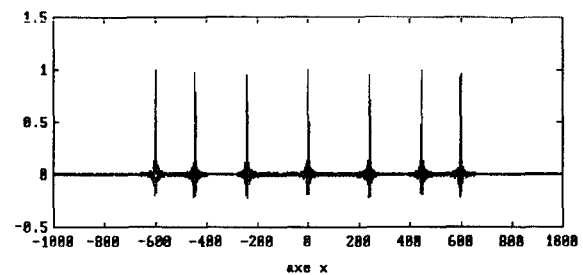


Fig 4 : Reconstitution par TFD

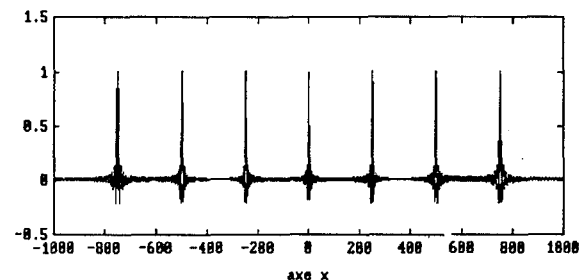


Fig 5 : Reconstitution par TFD modifiée

Références:

- [1] Sugiura M (1990). "Unitary Representations and Harmonic Analysis", North Holland.
- [2] Ruf C.S, Swift C.T, Tanner A.B, Levine D.M (1988). "Interferometric Synthetic Aperture Microwave Radiometry for the remote sensing of the Earth", IEEE Trans on Geoscience and Remote Sensing, vol 26, n°5, September.