

CARACTÉRISATION DE LA TEXTURE TRABÉCULAIRE OSSEUSE PAR MODÉLISATION FRACTALE

Gérard JACQUET*, Rachid HARBA*, Rachid JENNANE*, Laurent BENHAMOU**, Eric LESPESSAILLES**, Dominique TOURLIÈRE**.

*Laboratoire d'Electronique Signaux Images, E.S.P.E.O., Université d'Orléans.

**Pôle d'Activité Rhumatologie, C.H.R. Orléans-La Source.

RÉSUMÉ

L'analyse de la texture trabéculaire osseuse obtenue par radiographie pourrait permettre de caractériser l'architecture interne de l'os. Celle-ci est constituée de plusieurs réseaux de travées qui se superposent par projection lors de la radiographie. L'image texturée ainsi obtenue possède de fortes variations de contraste et de luminosité. L'analyse par un modèle fractal orienté basé sur le mouvement brownien fractionnaire permet de s'affranchir, en partie, des problèmes de non-stationnarité et d'anisotropie. Le résultat de l'analyse est représenté sur un diagramme polaire donnant la valeur du paramètre H (avec $H = 2 - \text{dimension fractale}$) en fonction de l'angle d'analyse. En ne conservant que quelques valeurs de la transformée de Fourier polaire de ce diagramme on obtient des paramètres représentatifs de la texture et de son orientation. Ces coefficients sont différents suivant les os radiographiés.

1. INTRODUCTION

Les propriétés de résistance mécanique de l'os sont en partie liées à l'agencement de la micro-architecture trabéculaire. Sa caractérisation pourrait déboucher sur de nouvelles méthodes quantitatives de mesure qualifiant le tissu osseux.

Parmi toutes les techniques d'imagerie envisageables, seule l'utilisation de radiographie X permet d'accéder, avec une résolution suffisante, à la structure trabéculaire qui présente des grandeurs caractéristiques de l'ordre de $100\mu\text{m}$. Cette structure est alors vue comme une projection de l'architecture tri-dimensionnelle. Elle constitue sur le cliché une texture complexe. L'analyse de cette texture peut être effectuée par traitement d'images. Ceci permet de caractériser une zone de l'image par des paramètres de texture.

Les images obtenues présentent de grandes variations de luminosité et de contraste d'une zone à l'autre ; de plus, la texture osseuse possède une anisotropie liée aux directions des réseaux de travées. Les caractéristiques précédentes nous ont conduit à utiliser un modèle non-stationnaire fractal : le mouvement brownien fractionnaire, dont nous avons mis en oeuvre une implémentation orientée pour rendre compte de l'anisotropie. Nous mesurons le paramètre principal de ce modèle, noté usuellement H, suivant une direction particulière d'analyse. Ce paramètre est relié à la dimension fractale D par la relation $H = 2 - D$ dans le cas d'une fonction à une variable. Le résultat de cette analyse, réalisée suivant plusieurs directions, est alors représenté sous la forme d'un diagramme polaire $H = f(\theta)$. Ce diagramme polaire est ensuite décomposé

ABSTRACT

Internal bone architecture is constituted by several complex networks of trabeculae. By projection, a textured image of these networks is obtained on a radiograph. The analysis of the image texture can allow to characterize the architecture. The textured images show important variations in contrast and luminosity. An oriented fractal model based on the fractional brownian motion is used to analyse the images. This model allows to avoid the problems of non stationarity and anisotropy. The analysis results are represented on a polar diagram. A polar Fourier transform on this diagram provides few parameters which are representative of the texture and of its orientation. These coefficients and there ratios are different dependind on the bones. They could be related to privileged directions of mechanical competence.

par une transformée de Fourier polaire pour ne conserver que quelques paramètres (3 à 5) caractéristiques de la texture et de son anisotropie. Ces paramètres sont utilisés pour discriminer les textures de différents os (calcanéum, radius...).

2. METHODE D'ANALYSE

L'analyse est basée sur l'utilisation du mouvement brownien fractionnaire [1,2], noté FBM, considéré comme un modèle pour les profils de niveaux de gris de l'image. Le FBM a été défini par Mandelbrot [3] comme un processus aléatoire statistiquement auto-similaire, c'est à dire dont les propriétés statistiques sont identiques, à un facteur prêt, à toutes les échelles d'analyse. C'est un processus non stationnaire au second ordre. En pratique, Il est plus aisé d'utiliser le bruit gaussien fractionnaire (noté FGN) qui est l'incrément du FBM, tel que $\text{FGN}[i] = \text{FBM}[i] - \text{FBM}[i-1]$. Ce processus stationnaire est gaussien centré. Sa densité de probabilité dépend du paramètre H, elle peut s'écrire :

$$p(x; H) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{N}{2}} |R|^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2} x^T R^{-1} x\right) \quad (1)$$

où R est la matrice de covariance : $[R]_{ij} = r_x[|i - j|]$, et x, le vecteur FGN.

Le paramètre H intervient dans la fonction d'autocorrélation :

$$r_x[k] = \frac{\sigma^2}{2} (|k+1|^{2H-2} |k|^{2H} + |k-1|^{2H}) \quad (2)$$

σ^2 étant la variance de x.



A partir des propriétés de ce modèle nous pouvons mesurer la dimension fractale d'une fonction. Pour cela, nous avons choisi d'utiliser un estimateur du maximum de vraisemblance appliqué au paramètre H [4]. L'estimateur de H par maximum de vraisemblance, noté \hat{H}_{MLE} , est calculé par une méthode numérique. En effet, le maximum de la probabilité $p(x;H)$ n'est pas connu analytiquement. Le paramètre H variant dans $]0, 1[$, intervalle dans lequel $p(x;H)$ ne présente qu'un maximum, une méthode de recherche dichotomique basée sur une division de l'intervalle par segments proportionnels au nombre d'or a paru la plus efficace. Le calcul de la matrice R^{-1} et du déterminant de R est fait par l'algorithme de Levinson.

Pour tenir compte de l'anisotropie de la texture, une procédure d'analyse angulaire orientée est mise en place [5]. Cette analyse est effectuée en prenant des lignes d'orientation identique sur toute la surface utile de l'image. L'opération est répétée suivant plusieurs directions. La valeur $\hat{H}_{MLE}(\theta)$, prise comme estimation de H dans une direction θ donnée, est la moyenne de plusieurs centaines d'évaluations faites sur des lignes successives. Ceci permet de réduire considérablement les variations statistiques. Les valeurs $\hat{H}_{MLE}(\theta)$ sont ensuite reportées sur un diagramme polaire présentant les résultats de manière plus visuelle.

Les paramètres caractéristiques de la texture sont ensuite déterminés par une décomposition en série de Fourier du diagramme polaire, celui-ci étant considéré comme une fonction périodique 2π de la variable θ :

$$H(\theta) = \sum_{m=-M}^M C_m e^{im\theta} \quad , \quad 0 \leq \theta < 2\pi \quad (3)$$

Les diagrammes polaires étant relativement réguliers, la valeur de M choisi peut être assez faible.

Les coefficients C_m , ainsi obtenus, caractérisent complètement la texture fractale. Il peut être attribué une signification précise à chaque coefficients [6],[7]. Les premiers coefficients correspondent à la forme globale du diagramme polaire (ellipticité, orientation...). Le coefficient C_0 est le rayon du cercle moindre carré passant par les données. Le coefficient C_1 , ainsi que tous les coefficients d'indice impair, sont nuls du fait de la symétrie intrinsèque du diagramme polaire (aux erreurs d'évaluation de H prêtes). Le coefficient C_2 définit l'ellipse moindre carré, la taille du grand axe étant égale à $C_0 + \text{module}(C_2)$, celle du petit axe à $C_0 - \text{module}(C_2)$, l'orientation de l'ellipse est donné par l'argument de C_2 , telle que l'orientation de l'ellipse soit égale à $-1/2 \arg(C_2)$. Une signification géométrique peut être donnée aux autres coefficients, mais leur importance décroît rapidement du fait de la forme régulière du diagramme polaire.

Le calcul pratique des coefficients significatifs s'effectue sur un échantillonnage du diagramme polaire. Celui-ci est constitué de N valeurs de H estimées pour des angles θ régulièrement répartis sur 2π . Si le nombre N d'angles est une puissance de 2, ces coefficients sont obtenus par transformée de Fourier discrète rapide (FFT).

Pour les évaluations suivantes nous avons utilisé une décomposition du diagramme polaire avec 32 échantillons.

3. VALIDATION SUR DES IMAGES SYNTHETIQUES

L'utilisation de cette méthode sur des textures fractales synthétiques va permettre non seulement de valider la méthode, mais aussi d'interpréter les significations des différents coefficients de la décomposition en terme de géométrie de la texture.

Les images synthétiques sont générées par une méthode basée sur des transformations successives d'une image constituée d'échantillons indépendants de répartition gaussienne.

Dans le cas unidimensionnel [4], la génération d'un vecteur FGN à H donné est faite par multiplication d'un vecteur gaussien indépendant wgn par une matrice, permettant ainsi de corréler les échantillons entre eux :

$$FGN = L wgn \quad (4)$$

Où L est la matrice triangulaire inférieure calculée par décomposition de Cholesky de la matrice de covariance R telle que $R = L L^T$.

Le passage au FBM est ensuite effectué par simple intégration du vecteur FGN.

Cette méthode est étendue en dimension 2 en travaillant successivement en lignes puis en colonnes. Les images sont alors définies par 2 dimensions fractales différentes suivant 2 orientations orthogonales. Des images fractales orientées de 256×256 pixels sont obtenues par décalage des pixels à partir d'images de tailles 512×512 dont on définit les dimensions fractales en lignes et en colonnes. On peut voir figure 1 une image fractale orientée de dimension 1.4 à 45° ($H=0.6$) et 1.7 à 135° ($H=0.3$). L'image obtenue n'est pas à proprement parler une image fractale dans toutes les directions, surtout si les deux valeurs de H sont très différentes. Mais ses caractéristiques sont suffisantes pour valider la méthode d'analyse.

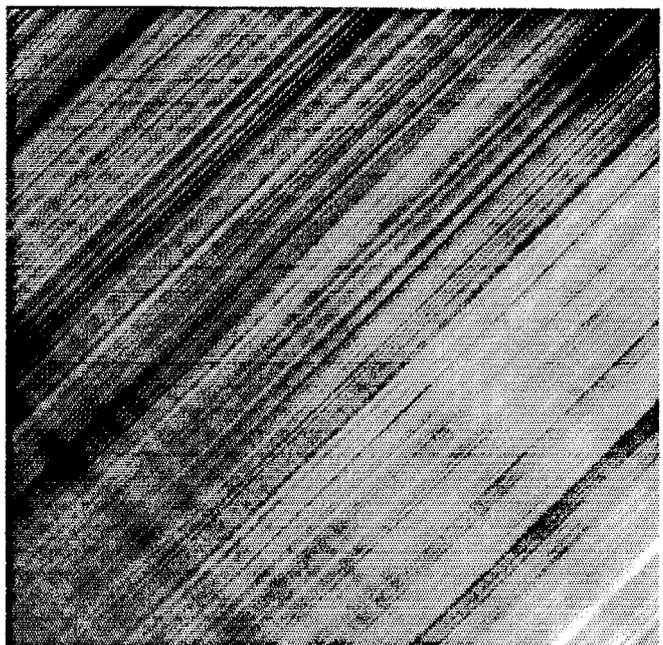


Figure 1: image de synthèse ($H=0.6 / H=0.3$).

L'analyse de l'image est ensuite réalisée : on obtient le diagramme polaire figure 2 où les directions privilégiées sont très visibles.

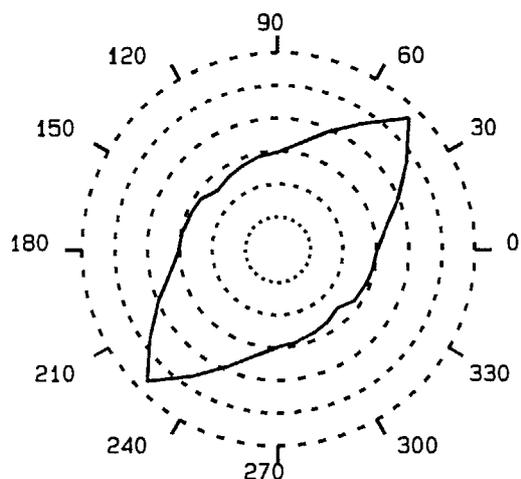


Figure 2 : diagramme polaire de la texture synthétique.

C_n	module	Arg en deg.
C_0	0.344	
C_1	0.001	-12.2
C_2	0.052	-44.86
C_3	0.002	16.2
C_4	0.023	88.1
C_5	0.000	NS
C_6	0.014	42.66
C_7	0.000	NS
C_8	0.005	-1.1

Tableau I : coefficients de Fourier de la texture synthétique.

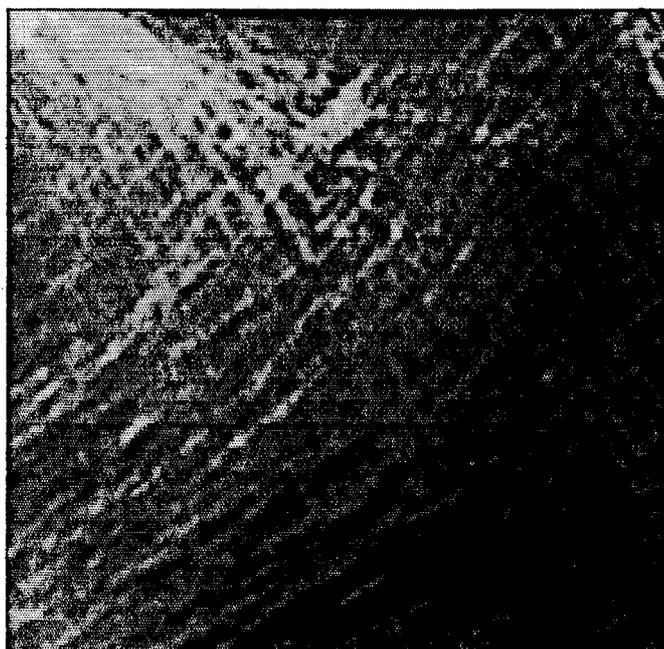
La décomposition en série de Fourier est donnée tableau I. La valeur moyenne de H est de 0.344, valeur proche de 0.3 car le diagramme est assez allongé. Le coefficient C_1 est pratiquement nul. Le coefficient C_2 permet de calculer le grand axe (0.396) et le petit axe (0.292) de l'ellipse moindre carré ainsi que l'angle d'orientation (43.8°). Les coefficients C_4 et C_6 ont eu aussi une influence sur la forme du diagramme, permettant ainsi de retrouver la forme plus allongée du diagramme.

4. ANALYSE DE LA TEXTURE OSSEUSE.

La méthode d'analyse précédente est ensuite appliquée à des images de texture osseuse. Celle-ci sont obtenues par

radiographies X de différents os (radius, calcaneum, fémur). La résolution d'acquisition est de $105\mu\text{m}$, la dynamique et le niveau de gris moyen de l'image sont adaptés manuellement pour obtenir un bon rapport signal-bruit sans saturation. Ces opérations n'ont aucune influence sur la valeur du paramètre H , car la méthode est insensible à toute modification linéaire des niveaux de gris. La zone d'analyse est choisie suivant les indications d'un médecin dans une partie de l'os où la structure trabéculaire est riche et uniforme.

Les figures 3 et 4 représentent respectivement, une image de texture osseuse de la partie centrale d'un calcaneum et d'un radius.



Figures 3 : image de texture d'un calcaneum.

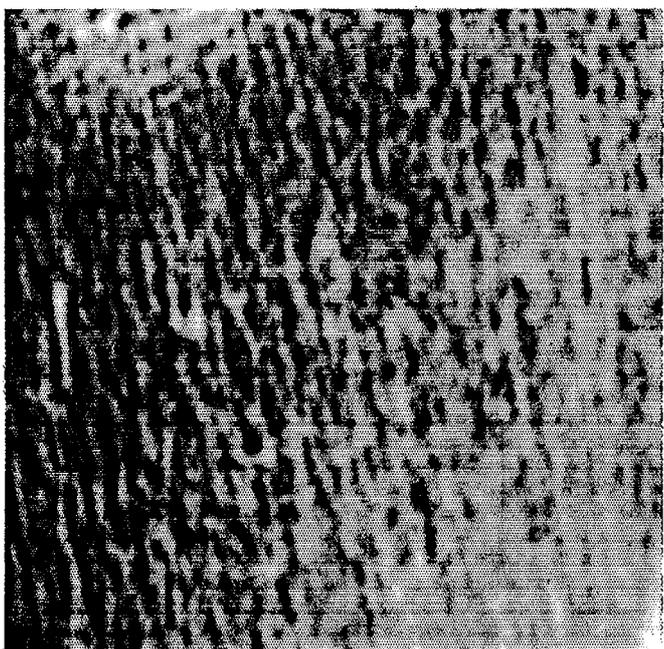


Figure 4 : image de texture d'un radius



Les diagrammes polaires caractéristiques des deux images précédentes sont présentés ci-dessous.

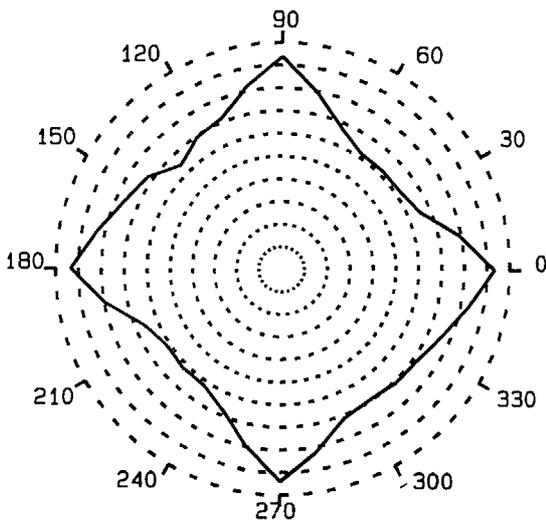


Figure 5 : diagramme polaire d'un calcanéum.

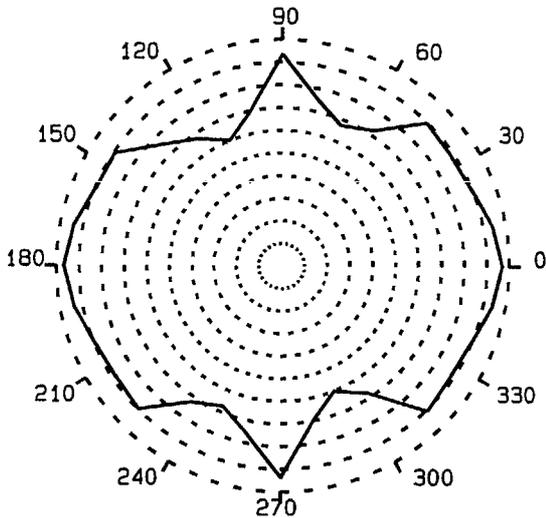


Figure 6 : diagramme polaire d'un radius.

Les coefficients de Fourier des deux diagrammes sont ensuite calculés. Les résultats sont regroupés dans les tableaux II et III.

C_n	module	Arg en deg.
C_0	0.742	
C_2	0.021	-41.8
C_4	0.062	-2.79
C_6	0.003	-68.5
C_8	0.022	1.0

Tableau II : coefficients de Fourier d'un calcanéum.

C_n	module	Arg en deg.
C_0	0.826	
C_2	0.058	5.3
C_4	0.020	-13.7
C_6	0.032	88.5
C_8	0.035	-0.3

Tableau III : coefficients de Fourier d'un radius.

Les deux diagrammes ont une forme différente avec une plus forte anisotropie pour celui du radius. On retrouve ces différences dans les valeurs des coefficients. Pour le calcanéum c'est le coefficient C_4 qui est prépondérant, d'où la forme en carré du diagramme. Pour le radius C_2 est le plus grand, avec des valeurs encore significatives pour C_4 , C_6 et C_8 la forme du diagramme étant plus complexe.

5. CONCLUSION

Nous avons présenté une méthode de caractérisation de textures s'appuyant sur un modèle fractal statistique. La prise en compte de l'anisotropie est réalisée par la mise en oeuvre d'un estimateur de la dimension fractale suivant différentes orientations. Les résultats sont représentés suivant un diagramme polaire dont on peut extraire des paramètres, en nombre réduit, par transformée de Fourier. Ces paramètres caractérisent alors la texture. Ils peuvent être interprétés en terme de directions privilégiées. L'application de cette méthode à l'analyse de la texture osseuse trabéculaire permet d'obtenir des grandeurs significatives qui pourraient être liées à des paramètres physiques de l'os.

6. BIBLIOGRAPHIE

- [1] B. Mandelbrot : The fractal geometry of nature. Freeman, 1982, New York.
- [2] J. Feder : Fractals, pp 163-184. Plenum Press, 1988, New York.
- [3] B. Mandelbrot, J. Van Ness : Fractional Brownian Motion, fractional noises and applications. SIAM vol. 10, 422-438 (1968).
- [4] T. Lundahl, W. Ohley, S. Kay, R. Siffert : Fractional Brownian Motion : a maximum likelihood estimator and its application to image texture. IEEE Trans. on Med. Imaging, MI-5, 152-160 (1986).
- [5] G. Jacquet, W. Ohley, M. Mont, R. Siffert, R. Schmuckler : Measurement of bone structure by use of fractal dimension. Proc. Annual Conf. of IEEE-EMBS, 12, 1402-1403 (1990).
- [6] C. Léger, J. Thiel, R. Lédée, F. Patat, L. Pourcelot: Left ventricle modeling by discrete polar Fourier transform using echocardiographic images. Proc. 14th IEEE EMBS, Paris, 1992, 410-411.
- [7] C. Léger, J. Thiel, R. Lédée, G. Lamarque, C. Bonciu, F. Patat, L. Pourcelot : Modèle de Fourier du ventricule gauche pour l'échocardiographie 3D. 1er coll. AGI, La Rochelle, 1993.