



# Solutions pour l'Auto-Calibration d'Antennes Remorquées de Grande Dimension

Alain Marsal et Sylvie Marcos

Laboratoire des Signaux et Systèmes, CNRS-ESE,  
Plateau de Moulon, 91192 Gif-sur-Yvette, France

## RÉSUMÉ

En acoustique sous-marine, l'utilisation d'une antenne remorquée de grande dimension rend incertaine la connaissance de la forme réelle de cette antenne. L'objet de cette communication est d'étendre la méthode d'estimation de la forme de l'antenne, introduite par J. Munier et S. Marcos en 1989, et basée sur un critère de moindre dispersion des modules, dans le but de se passer de certaines hypothèses contraignantes en pratique.

## 1 Introduction

La mise en œuvre de méthodes d'analyse spatiale requiert la connaissance du modèle de propagation (allure des fronts d'onde, dynamique des capteurs, forme de l'antenne, etc.). Pour certaines applications, comme l'acoustique sous-marine, où des antennes rectilignes très longues sont tractées par des bateaux, la position d'un capteur est d'autant plus incertaine qu'il est éloigné du point de remorquage. De nombreuses méthodes ont été proposées depuis plusieurs années pour reconstruire la forme de l'antenne. Une classification en a été présentée dans [1]. Ces méthodes sont assez contraignantes en pratique, aussi bien en ce qui concerne le coût de calcul que les hypothèses requises (sources coopératives, faibles déformations, etc.). La méthode de moindre dispersion des modules (MDM) [2] s'est avérée très avantageuse pour estimer la forme d'une antenne distordue. Elle requiert cependant que la position d'un nombre de capteurs égal au nombre de sources ( $P$ ) soit connue.

Dans cette communication, nous proposons trois extensions de cette méthode<sup>1</sup> qui permettent de rendre robuste à l'hypothèse considérée, l'estimation de la forme de l'antenne. Deux de ces extensions utilisent la technique d'auto-calibration introduite par Weiss et Friedlander (WF) [3] (section 4 et 5), tandis que la troisième utilise une procédure de correction de l'antenne par application d'une transformation géométrique optimale (section 6). Nous rappellerons, dans la section 2.1, les propriétés du Propagateur nécessaires à cette communication ainsi que le principe et les limitations pratiques des méthodes MDM et WF, pour la reconstruction de la forme d'une antenne (sections 2.2 et 3

## ABSTRACT

In underwater acoustics, the shape of large towed sensor arrays may not be accurately known. The aim of this paper is to extend the array shape estimation method introduced by J. Munier and S. Marcos in 1989, and based upon a *moduli* dispersion criterion. Some extensions to this method are proposed in order to deal with the required hypothesis which are restrictive in practice.

respectivement). Enfin, toutes les méthodes évoquées sont comparées, sur des simulations, en termes de performances, de domaine de validité et de complexité.

## 2 La méthode de moindre dispersion des modules

### 2.1 Brefs rappels sur le Propagateur

La méthode MDM utilise les propriétés d'un opérateur linéaire, appelé Propagateur [4]. Cet opérateur ne dépend que des paramètres du modèle de propagation et des directions d'arrivées (DDA) des sources (il ne dépend pas des amplitudes complexes des sources). Sa définition découle exclusivement des propriétés algébriques de la matrice des vecteurs directionnels de dimension  $(M, P)$  :

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_P], \quad (1)$$

où  $M$  est le nombre de capteurs. Considérons la partition suivante :

$$\mathbf{a}_p = \left[ \begin{array}{c} \mathbf{a}_p^{(1)} \\ \mathbf{a}_p^{(2)} \end{array} \right] \left. \begin{array}{l} \} P \\ \} M - P \end{array} \right\} \quad \forall p \in [1, P], \quad (2)$$

où  $\mathbf{a}_p^{(1)}$  et  $\mathbf{a}_p^{(2)}$  contiennent respectivement les  $P$  premières et les  $M - P$  dernières composantes du vecteur directionnel  $\mathbf{a}_p$ . Sous l'hypothèse que les vecteurs  $(\mathbf{a}_1^{(1)}, \dots, \mathbf{a}_P^{(1)})$  sont indépendants, le Propagateur est l'opérateur linéaire unique  $\mathbf{P}$  de  $\mathbb{C}^{M-P}$  dans  $\mathbb{C}^P$ , de dimension  $(M - P, P)$ , défini par :

$$\mathbf{P}^* \mathbf{a}_p^{(1)} = \mathbf{a}_p^{(2)} \quad \forall p \in [1, P], \quad (3)$$

où  $*$  représente l'opérateur de transposition hermitienne.

<sup>1</sup>Cé travail est financé par la "Direction des Constructions Navales" sous le contrat n° C92486030014058348 du CERDSM



Notons que dans le cas d'une antenne rectiligne uniforme à capteurs équidistants, où la matrice des vecteurs sources est une matrice de Vandermonde, toute sous matrice de dimension  $(P, P)$  est non singulière pourvu que deux sources ne soient pas vues dans la même direction. D'autre part, la partition des vecteurs directionnels (2) ainsi que la définition du Propagateur (3) sont valables pour n'importe quel modèle de propagation et en particulier pour n'importe quelle forme d'antenne.

Il existe plusieurs techniques pour l'estimation du Propagateur [5, 6, 7], et nous ne les rappellerons pas ici.

## 2.2 Estimation de la forme de l'antenne

Nous présentons ici la méthode du Propagateur qui a été introduite dans [8] pour estimer la forme géométrique de l'antenne. Cette méthode repose sur la constatation suivante : si le modèle de propagation est connu pour un nombre de capteurs égal au nombre de sources  $P$ , c'est à dire, si un modèle pour  $\mathbf{a}_p^{(1)}$  est connu, et si le Propagateur est connu, alors le modèle de propagation pour les  $M - P$  autres capteurs, c'est à dire pour  $\mathbf{a}_p^{(2)}$ , se déduit de (3). Remarquons que les sorties de capteurs peuvent être réordonnées en fonction de l'information dont on dispose sur la position de certains capteurs. Cette propriété du Propagateur est évidemment d'autant plus intéressante que le nombre de sources est petit devant le nombre de capteurs.

Soit  $\mathbf{a}(\theta, \mathbf{r})$  un vecteur d'analyse, dépendant d'un paramètre angulaire  $\theta$  et d'un vecteur des paramètres de position des capteurs  $\mathbf{r}$ , et que l'on partitionne selon (2) :

$$\mathbf{a}(\theta, \mathbf{r}) = \left[ \begin{array}{l} \mathbf{a}^{(1)}(\theta, \mathbf{r}^{(1)}) \\ \mathbf{a}^{(2)}(\theta, \mathbf{r}^{(2)}) \end{array} \right] \left. \begin{array}{l} \} P \\ \} M - P \end{array} \right\} \quad (4)$$

où  $\mathbf{r} = [\mathbf{r}^{(1)}, \mathbf{r}^{(2)}]$  contient les paramètres de position  $\mathbf{r}^{(1)}$  et  $\mathbf{r}^{(2)}$  respectivement des  $P$  premiers et  $M - P$  derniers capteurs, où  $\mathbf{a}^{(1)}(\theta, \mathbf{r}^{(1)})$  est le vecteur d'analyse correspondant à la sous antenne dont on suppose connus les paramètres du modèle de propagation  $\mathbf{r}^{(1)}$ , et où  $\mathbf{a}^{(2)}(\theta, \mathbf{r}^{(2)})$  est inconnu. On peut construire à partir de  $\mathbf{P}$  et de  $\mathbf{a}^{(1)}(\theta, \mathbf{r}^{(1)})$ , la variété des fronts d'onde possibles

$$\mathcal{V}_P = \{\mathbf{a}(\theta, \mathbf{r}) : \mathbf{a}^{(2)} = \mathbf{P}^* \mathbf{a}^{(1)}(\theta, \mathbf{r}^{(1)}); \theta \in ] - \pi, + \pi ]\}. \quad (5)$$

Autrement dit, les vecteurs sources que l'on cherche appartiennent à la variété (5) pourvu que l'on connaisse la position des  $P$  premiers capteurs ( $\mathbf{r}^{(1)}$ ).

Afin d'identifier les vecteurs sources  $\mathbf{a}_p$  parmi les vecteurs de la variété (5), la méthode proposée suppose que les modules des composantes de  $\mathbf{a}_p$  sont les mêmes d'un capteur à l'autre ; ceci entraîne que les modules des gains des capteurs sont supposés égaux. Dans ce cas, les vecteurs sources recherchés sont identifiés comme étant les vecteurs appartenant à la variété (5) des fronts d'onde possibles et dont la dispersion des modules est minimale. Les détails de cette procédure sont donnés dans [2] et ne sont pas repris ici. On définit la dispersion des modules des vecteurs sources possibles  $\mathbf{a}(\theta, \mathbf{r})$  comme la fonction

$$\sigma(\theta) = \frac{\sqrt{M \sum_{m=1}^M |a_m|^2 - \left( \sum_{m=1}^M |a_m| \right)^2}}{\sum_{m=1}^M |a_m|}, \quad (6)$$

où  $a_m$  est la  $m^{\text{ième}}$  composante du vecteur  $\mathbf{a}(\theta, \mathbf{r})$  de (4) appartenant à la variété (5). Ce critère donne autant de

minima qu'il y a de sources<sup>2</sup>, et par là-même une première estimation  $\hat{\theta}_p$  des DDA des fronts d'ondes [2, 8].

Pour chaque estimation  $\hat{\theta}_p$ , une estimation de la forme  $\hat{\mathbf{r}}_p$  de l'antenne peut être obtenue en identifiant  $\mathbf{a}^{(2)}(\hat{\theta}_p, \hat{\mathbf{r}}_p^{(2)})$  et  $\mathbf{P}^* \mathbf{a}^{(1)}(\hat{\theta}_p, \mathbf{r}^{(1)})$ .

L'ensemble des estimations de la forme de l'antenne réalisées pour toutes les DDA estimées fournit une estimation moyenne de la forme de l'antenne. Ceci permet de construire un vecteur d'analyse exploitable pour l'estimation des directions d'arrivées par une méthode à haute résolution (par exemple Music [9]).

Cette méthode nécessite explicitement la connaissance de la forme de l'antenne pour au moins  $P$  capteurs. Pour des antennes très longues ( $M \gg P$ ), tractées par un bateau, on peut considérer que les  $P$  premiers capteurs sont alignés avec le cap du bateau. Cependant, de faibles incertitudes sur la position de ces capteurs engendrent un biais sur l'estimation des coordonnées des autres capteurs. Pour compenser les erreurs sur les positions des  $P$  capteurs de référence, nous introduisons des pré ou post-traitements à la méthode MDM. Dans tous les cas, nous supposons que les déformations des  $P$  capteurs restent relativement faibles.

## 3 La méthode de Weiss–Friedlander

Cette méthode est basée sur l'algorithme Music multidimensionnel (MD-Music) [10], où l'on cherche le vecteur des DDA  $\hat{\theta} = [\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_P]^T$ , tel que

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \sum_{p=1}^P \|\mathbf{V}_B^* \mathbf{a}(\theta_p)\|^2, \quad (7)$$

où  $\mathbf{V}_B$  est la matrice de dimension  $(M, M - P)$ , des  $M - P$  vecteurs propres de la matrice interspectrale des signaux reçus sur l'antenne, correspondant aux valeurs propres minimales.

Il s'agit, dans un premier temps, d'étendre cette optimisation aux paramètres du modèle. On aboutit ainsi à une fonction de coût dont le *minimum* global est atteint pour les vraies valeurs des DDA  $\theta = [\theta_1, \dots, \theta_P]$  et des paramètres du modèle  $\mathbf{r}$  :

$$F(\theta, \mathbf{r}) = \sum_{p=1}^P \|\mathbf{V}_B^* \mathbf{a}(\theta_p, \mathbf{r})\|^2. \quad (8)$$

Dans un deuxième temps, on transforme cette minimisation globale en deux minimisations exécutées de façon alternée, tantôt sur l'espace des  $\theta$ , tantôt sur l'espace des  $\mathbf{r}$  et jusqu'à la convergence. La deuxième minimisation, sur l'espace des  $\mathbf{r}$ , est initialisée par le résultat de la première minimisation. Elle consiste en la recherche du *minimum* global d'une fonction multidimensionnelle. Ceci peut être réalisé par un algorithme de type gradient ou Newton, mais au prix d'un coût élevé. Weiss et Friedlander proposent dans [3], sous l'hypothèse que les déformations sont suffisamment faibles, d'approximer la fonction (8) par une fonction quadratique en  $\mathbf{r}$ . Ils en déduisent une expression analytique pour le vecteur  $\mathbf{r}$  correspondant au *minimum* de  $F$ . Après plusieurs itérations, l'algorithme converge vers le couple  $(\theta, \mathbf{r})$  minimisant (8).

La principale limitation de cette méthode est que la formule directe pour l'estimation des positions des capteurs n'est valable que pour de faibles déformations. En terme

<sup>2</sup>Nous avons démontré cette conjecture dans le cas d'une antenne rectiligne à capteurs équirépartis éclairée par deux sources. L'extension à un cas plus général est à l'étude

de complexité de calcul, chaque itération de l'algorithme nécessite le calcul d'un pseudo-spectre et l'inversion d'une matrice de dimension  $(P, P)$ .

#### 4 Pré-traitement à l'aide de la méthode de Weiss-Friedlander (extension 1)

La première extension de la méthode MDM consiste à estimer la position des  $P$  premiers capteurs en utilisant la technique WF valable uniquement pour de faibles déformations. Une fois la position des  $P$  premiers capteurs estimée, on utilise la méthode MDM pour retrouver la position des  $M - P$  capteurs restants. En pratique, cette extension n'est intéressante que si les déformations touchant l'antenne sont suffisamment importantes pour mettre en échec la méthode WF. Mais dans ces conditions, un compromis devra être fait pour fixer la longueur de la sous-antenne que l'on va recouvrir : si la sous-antenne est trop longue, alors les estimations de la méthode WF pourront être erronées, tandis que si la sous-antenne est trop courte, le rapport signal sur bruit (RSB) pourra être insuffisant. De toute manière, la méthode WF impose, dans le cas d'une analyse mono-fréquence, que le nombre de capteurs de la sous-antenne soit au moins égal à  $P + 2$  [3].

Le tableau 1 illustre ce compromis en montrant comment la méthode WF estime les  $P$  premiers capteurs de l'antenne selon la longueur de la sous-antenne et le RSB. Ces simulations ont été établies à partir de 100 essais, pour

RSB	0 dB			20 dB		
Long.	5	10	20	5	10	20
reqm <sub>xy(P)</sub>	-4	-2	-3	-19	-25	0.6

Tableau 1: reqm sur l'estimation des  $P$  premiers capteurs

une antenne de 20 capteurs déformée selon un arc de cercle centré sur la normale au premier capteur (le rayon est ici fixé à  $30^3$ ). Nous ajoutons à cette déformation déterministe une déformation aléatoire de loi gaussienne, centrée et d'écart-type 0.05, sur les coordonnées des capteurs. L'antenne est éclairée par trois sources respectivement à  $-30$ ,  $5$  et  $40$  degrés, et 100 réalisations du vecteur d'observation ont été utilisées. La variable reqm<sub>xy(P)</sub> désigne la racine carrée de l'erreur quadratique moyenne (reqm) sur les abscisses et les ordonnées des  $P$  premiers capteurs. Elle est exprimée en décibels (dB) et normalisée par rapport à l'erreur entre les coordonnées réelles des  $P$  premiers capteurs et leurs coordonnées nominales.

Il est à noter que, dans les conditions de cette simulation, les déformations maximales autorisées par la méthode WF (une demi-longueur d'onde) sont atteintes et dépassées à partir du huitième capteur. C'est à dire qu'une sous-antenne de 20 capteurs est trop déformée et que dans ce cas, la méthode WF converge vers un mauvais *minimum*. De plus le tableau 1 montre clairement que le pré-traitement est fortement influencé par le RSB. Dans la recherche d'une méthode à moindre coût, et au vue des performances comparables quant à l'utilisation des 5 ou des 10 premiers capteurs, nous choisirons une sous-antenne de 5 capteurs pour tester le pré-traitement.

<sup>3</sup>toutes les unités de longueur sont données en distance inter-capteurs (demi-longueur d'onde)

#### 5 Post-traitement à l'aide de la méthode de Weiss-Friedlander (extension 2)

La seconde extension de la méthode MDM consiste à supposer que l'erreur sur l'estimation de la forme de l'antenne subsistant après la méthode MDM (alors que la position des  $P$  premiers capteurs n'était pas parfaitement connue) reste faible. De cette façon, on peut utiliser comme post-traitement l'approche WF pour compenser les erreurs résiduelles. Il s'agit d'une extension assez naturelle, au regard des contraintes d'utilisation de la méthode WF. Ses performances sont données dans le tableau 2.

#### 6 Post-traitement à l'aide d'une transformation géométrique (extension 3)

La troisième extension vise à limiter la complexité de mise en œuvre qui apparaît dans la deuxième extension. La figure 1 montre, dans un cas typique, la forme de l'antenne estimée par la méthode MDM (lorsque les  $P$  premiers capteurs sont distordus mais supposés alignés), comparée à sa forme réelle. Nous constatons que mis à part les  $P$  premiers capteurs, l'allure de l'antenne est conservée et qu'une rotation de celle-ci autour du premier capteur permettrait une bonne correction. L'angle  $\alpha$  de cette transformation est

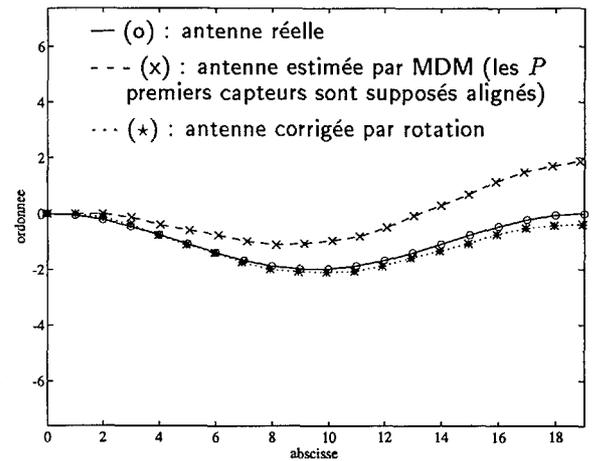


Figure 1: Mise en évidence de l'erreur en rotation 3 sources à 20 dB ( $-30$ ,  $5$  et  $40$  degrés), 20 capteurs, 100 réalisations

recherché *a posteriori* à l'aide de la fonction de contraste :

$$S(\alpha) = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \left( \mathbf{a}^*(\theta, \alpha) \mathbf{V}_B \mathbf{V}_B^* \mathbf{a}(\theta, \alpha) \right)^{-2} \cos \theta \, d\theta, \quad (9)$$

où  $\mathbf{a}(\theta, \alpha)$  tient compte des coordonnées des capteurs estimées par la méthode MDM, auxquelles on applique la rotation.  $\alpha$  étant en général faible, et d'autre part, la courbe représentative de  $S(\alpha)$  étant unimodale, la maximisation de  $S(\alpha)$  pourra se faire en une itération par un algorithme de type Newton.

Kopp et Aiach [11] ont notamment montré que les fonctions de contraste étaient maximales pour les vraies valeurs des paramètres du modèle. Toutefois, cette méthode n'est valable que si les déformations sont isotropes (c'est à dire indépendantes des DDA). Si ces déformations restent faibles (ce qu'on peut espérer après la MDM), on peut, en première approximation, les considérer comme isotropes [12].

En pratique, la position théorique du second capteur est choisie comme centre de la rotation. Ceci induit une erreur résiduelle, à laquelle nous ne pouvons pas échapper étant



Méthodes	MDM+Music				Extension 1				Extension 2				Extension 3			
	0 dB		20 dB		0 dB		20 dB		0 dB		20 dB		0 dB		20 dB	
Rayon	20	50	20	50	20	50	20	50	20	50	20	50	20	50	20	50
reqm $_{\theta}$	-14	-12	-18	-13	-17	6	-38	-16	-26	-19	-30	-20	-8 (-39)	-14 (-20)	-20 (-29)	-17 (-16)
reqm $_{xy}$	-14	-9	-17	-7	-13	13	-31	-16	-22	-21	-40	-40	-7 (-35)	-10 (-26)	-19 (-31)	-12 (-28)
coût	12	13	12	13	13	12	14	14	231	48	94	37	24	25	24	25

Tableau 2: Performances comparées des extensions proposées

donné qu'une rotation autour du premier capteur laisserait invariante la fonction de contraste  $S(\alpha)$ .

Lors de la reconstruction de l'antenne, pour éviter une ambiguïté en rotation, nous supposons connue l'ordonnée du deuxième capteur. C'est à dire que les déformations sur ce capteur n'affectent que son abscisse. On peut donc espérer qu'une homothétie centrée sur le premier capteur améliore l'estimation de la forme de l'antenne. Ceci conduirait à la minimisation d'une fonction à deux variables (angle de la rotation et rapport de l'homothétie), que nous n'avons pas mise en œuvre dans cette communication.

Une fois les positions des capteurs ainsi corrigées, on pourra appliquer Music, ou toute autre méthode d'analyse spatiale, pour estimer les DDA. Il est à noter que contrairement à la méthode WF, utilisée dans les deux extensions précédentes, la méthode du maximum de contraste, exploitée ici, ne nécessite aucune itération supplémentaire.

## 7 Résultats de simulations

Pour comparer les performances des diverses extensions proposées, et pour mesurer leurs apports respectifs, nous avons réalisé des simulations sur 100 essais dans des conditions identiques à celles décrites dans la section 4. Les résultats sont rassemblés dans les tableaux 2 et 3, pour différents RSB et différents rayons de courbure. La variable

Méthodes	MDM seule				WF (sur 20 capteurs)			
	0 dB		20 dB		0 dB		20 dB	
Rayon	20	50	20	50	20	50	20	50
reqm $_{\theta}$	-17	-15	-19	-13	-16	-17	-14	-34
reqm $_{xy}$	-14	-9	-17	-7	0.4	-16	-7	-29
coût	1.7	1.7	1.7	1.7	633	51	53	46

Tableau 3: Performances des méthodes MDM et WF seules

reqm $_{\theta}$  désigne la reqm sur toutes les DDA. Elle est exprimée en dB et normalisée par la reqm sur les DDA estimées par la méthode Music en supposant l'antenne rectiligne. Cette normalisation permet uniquement de mesurer le gain apporté par chacune des méthodes testées, mais ne permet pas de comparer les performances d'une même méthode relativement à différentes déformations ou à différents RSB. Nous mesurons aussi le coût rapporté par chacune de ces méthodes, en millions d'opérations flottantes par seconde. Ce coût ne tient pas compte de l'estimation de la matrice interspectrale des signaux reçus, opération commune à toutes les méthodes. La méthode de WF est appliquée, pour le sous-traitement, sur une sous-antenne de 5 capteurs.

Le tableau 3 montre les bonnes performances de la méthode MDM, et ce malgré les déformations sur les  $P$  premiers capteurs. On s'aperçoit, de plus, en comparant les tableaux 2 et 3, du peu d'apport de la méthode Music appliquée comme complément à la méthode MDM pour

«affiner» l'estimation des DDA. Ceci est du ajustement à l'erreur de rotation induite par la méthode MDM. Le tableau 2 confirme que la première extension est limitée par le RSB. La seconde améliore sensiblement les performances de la MDM, mais au prix d'un coût très élevé. La troisième extension, bien que moins coûteuse que l'extension 2, ne donne que des performances moyennes. Ceci est du au fait que les déformations ne sont pas exactement isotropes ; ainsi, la rotation estimée par la maximisation d'une fonction de contraste  $S(\alpha)$  n'est pas optimale. Les valeurs entre parenthèses représentent les reqm atteignables si l'on corrige l'antenne par la rotation optimale au sens des moindres carrés.

## Références

- [1] A. Marsal et al., «Classification des Méthodes de Calibration et d'Auto-Calibration d'Antenne», *Revue du Traitement du Signal*, en cours d'expertise.
- [2] S. Marcos, «Calibration of a Distorted Towed Array Using a Propagation Operator», *Journal of Acoustical Society of America*, (4), pp. 1987-1994, April 1993.
- [3] A.J. Weiss, B. Friedlander, «Array Shape Calibration Using Eigenstructure Methods», *Signal Processing*, vol. 22, pp. 251-258, April 1991.
- [4] J. Munier, G.Y. Delisle, «Spatial Analysis Using New Properties of the Cross-spectral Matrix», *IEEE Transactions on ASSP*, vol. 39, 3, pp. 746-749, March 1991.
- [5] S. Marcos, M. Benidir, «On a High Resolution Array Processing Method Non-based on the Eigenanalysis Approach», *Proceedings of ICASSP*, pp. 2955-2958, Albuquerque, 1990.
- [6] A. Marsal, S. Marcos, «Rapprochement de la Méthode du Propagateur et de Music pour la Localisation de Sources», *Actes du Colloque GRETSI*, pp. 681-684, Juan-les-Pins, Sept. 1991.
- [7] L. Fa-Long et al., «Real-Time Implementation of «Propagator» Bearing Estimation Algorithm by Use of a Neural Network», *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol.17, no. 4, pp. 320-325, October 1992.
- [8] S. Marcos, J. Munier, «Source Localization Using a Distorted Antenna», *Proceedings of ICASSP*, pp. 2756-2759, Glasgow, 1989.
- [9] G. Bienvenu, L. Kopp, «Optimality of High Resolution array Processing Using Eigenstructure Approach», *IEEE Transactions on ASSP*, vol. 31, no. 5, pp. 1235-1247, October 1983.
- [10] J.A. Cadzow, «A High Resolution direction-of-Arrival algorithm for Narrow-Band Coherent and Incoherent Sources», *IEEE Transactions on ASSP*, vol. 36, no. 7, pp. 965-979, July 1988.
- [11] L. Kopp, M. Aiach, «Traitement Spatial avec des Antennes Déformées», *Actes du Colloque GRETSI*, pp. 365-370, Nice, Juin 1981.
- [12] F. Florin, G. Kervern, D. Bardet, «Autofocalisation d'une Antenne Active d'Imagerie Sous-Marine», *Actes du Colloque GRETSI*, pp. 695-700, Juan-les-Pins, Juin 1991.