

UNE MÉTHODE RAPIDE ET EFFICACE POUR LA TRAJECTOGRAPHIE PASSIVE PAR MESURES DE PLUSIEURS AZIMUTS

Christian MUSSO (*) - Didier DUBOIS (+)

(*) ONERA/DES/STD
Fort de Palaiseau - Chemin de la Hunière et des Joncherettes
91120 PALAISEAU

(+) DCN INGENIERIE SUD/LAS/DT
DCN Toulon
83800 TOULON NAVAL

RÉSUMÉ

Une nouvelle méthode de trajectographie est proposée pour l'estimation des éléments buts d'un bruiteur évoluant en mouvement rectiligne uniforme à partir de mesures d'azimuts issues d'un réseau de senseurs évoluant également en mouvement rectiligne uniforme.

La méthode d'estimation itérative proposée, basée sur une fusion des mesures d'azimuts sur un capteur de référence, est une solution approchée de l'équation de l'estimateur du maximum de vraisemblance. Nécessitant la minimisation d'une fonctionnelle non linéaire par rapport à une seule variable, elle présente un coût de calcul relativement faible. Sous l'hypothèse que, pendant l'intervalle d'observation, les distances inter-capteurs restent faibles devant la distance séparant le bruiteur du réseau d'antennes, l'estimateur proposé est quasiment non biaisé et efficace (sa matrice de covariance est proche de la borne de Cramer-Rao).

INTRODUCTION

La méthode proposée permet d'estimer les éléments buts d'un bruiteur à partir de mesures d'azimuts issues de différents capteurs dont le nombre peut être quelconque. Basée sur une fusion des mesures d'azimuts sur un capteur de référence, elle apparaît comme une solution approchée de l'équation du maximum de vraisemblance. Elle nécessite un calcul itératif en l'occurrence une minimisation d'une fonction non linéaire à une seule variable. Le temps de calcul est donc considérablement réduit par rapport à un estimateur de maximum de vraisemblance classique qui exige la minimisation d'une fonction non linéaire à quatre variables. La méthode d'estimation proposée est quasi-efficace dans le sens où la matrice de covariance de l'estimateur est voisine de la borne de Cramer-Rao.

Les hypothèses de base reposent sur le fait que pendant l'intervalle de temps d'observation $[t_1 ; t_n]$, les distances inter-capteurs restent faibles par rapport à la distance séparant le porteur du bruiteur. Cette méthode ne peut être mise en oeuvre dans le cas où le cap du bruiteur est proche de la ligne de visée. Elle généralise l'estimation linéaire (TP2A) [1] de la trajectoire d'un bruiteur à l'aide de deux séries d'azimuts. La fusion des données proposée se base sur un choix adéquat du vecteur d'état.

Des simulations Monte-Carlo représentatives montrent les performances de ce nouvel estimateur concernant son biais et sa matrice de covariance qui est comparée à la borne de Cramer-Rao.

ABSTRACT

This paper presents a new quick estimation method for bearing-only target motion analysis. The bearing are measured with an array of sensors moving with constant velocity. The trajectory of the target is also assumed to have a linear uniform motion. The number of sensors can be supposed greater or equal than two. We assume that, during the observation period, the range between source and observer is large compared with the range separating the sensors.

The iterative estimation method, based on a bearing measurements fusion on a reference sensor is an approximation of the maximum likelihood estimator equation. Based on a non-linear minimisation with respect to one variable, the estimation method requires few computation. The estimator is unbiased and efficient (its covariance matrix is close to the Cramer-Rao lower bound).

1. POSITION DU PROBLÈME

On dispose de N capteurs solidaires ($C_1, C_2 \dots C_N$) se déplaçant en mouvement rectiligne uniforme et mesurant simultanément à des instants d'observation $t \in [t_1 ; t_n]$ des azimuts ($z^1(t), z^2(t), \dots, z^N(t)$) relatifs à un bruiteur évoluant en mouvement rectiligne uniforme :

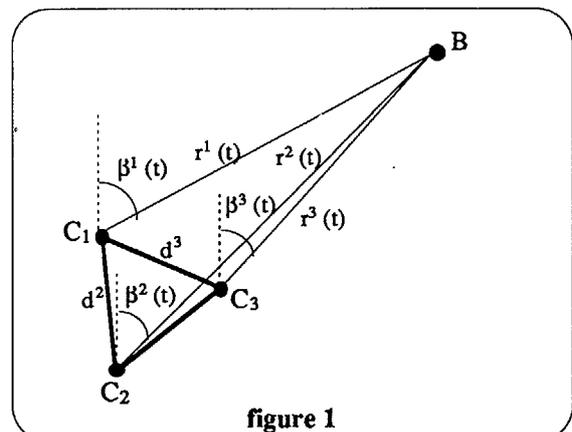
$$z^n(t) = \beta^n(t) + \varepsilon^n(t) \quad (n = 1 \dots N) \quad (1)$$

avec :

$$\beta^n(t) = \frac{\pi}{2} - \text{Arg}(r^n(t)) \quad (2)$$

où $\varepsilon^n(t)$ sont des bruits blancs indépendants centrés d'écart-type σ_n et $r^n(t)$ est le vecteur joignant le bruiteur au capteur C_n .

Les capteurs peuvent être disposés d'une manière quelconque pourvu que la distance inter-capteur soit faible par rapport à la distance source-capteur. La figure 1 illustre un exemple de géométrie avec trois capteurs (C_1, C_2, C_3) où B représente le bruiteur.





2. PRINCIPE DE LA FUSION

A l'aide d'une translation temporelle, on peut reporter les azimuts mesurés sur chaque capteur sur un capteur de référence C₁ choisi arbitrairement. L'observateur et le bruiteur étant en route rectiligne uniforme, il existe un temps $\tau^{n1}(t)$ appelé retard tel que le capteur C₁ "mesure" à l'instant $t - \tau^{n1}(t)$ l'azimut $\beta^n(t)$ issu du capteur C_n à l'instant t , ie :

$$\beta^n(t) = \beta^1(t - \tau^{n1}(t)) \quad (3)$$

On remarque cette propriété à l'aide de la figure 2 où B(t) représente la position du bruiteur à l'instant t.

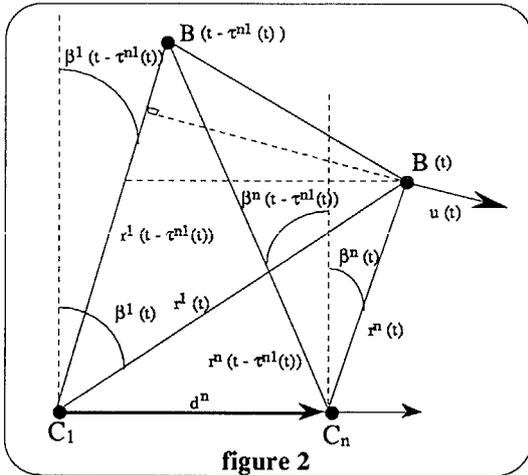


figure 2

On observe sur cette figure où les capteurs sont alignés sur l'axe X que :

$$\tau^{n1}(t) = \frac{d^n \cos \beta^n(t)}{\langle \dot{r}^n(t), u(t) \rangle} \quad (4)$$

où d^n est le vecteur joignant le point C₁ au point C_n et le vecteur $u(t)$ est défini par :

$$u(t) = [\cos \beta^n(t) \quad - \sin \beta^n(t)]^T \quad (5)$$

Dans le cas général, compte-tenu de (3), on peut écrire :

$$\frac{\dot{r}_x^n(t)}{\dot{r}_y^n(t)} = \frac{\dot{r}_x^1(t - \tau^{n1}(t))}{\dot{r}_y^1(t - \tau^{n1}(t))} = \frac{d_x^n + \dot{r}_x^n(t - \tau^{n1}(t))}{d_y^n + \dot{r}_y^n(t - \tau^{n1}(t))} = \frac{d_x^n + \dot{r}_x^n(t) - \tau^{n1}(t) \ddot{r}_x^n}{d_y^n + \dot{r}_y^n(t) - \tau^{n1}(t) \ddot{r}_y^n} \quad (6)$$

Ce qui donne :

$$\tau^{n1}(t) = \frac{d_x^n \dot{r}_y^n(t) - d_y^n \dot{r}_x^n(t)}{\dot{r}_x^n(t) \dot{r}_y^n(t) - \dot{r}_y^n(t) \dot{r}_x^n(t)} = \frac{\langle d^n, u(t) \rangle}{\langle \dot{r}^n(t), u(t) \rangle} \quad (7)$$

Le retard $\tau^{n1}(t)$ peut être exprimé de la manière suivante en fonction de la vitesse angulaire par rapport au capteur C_n :

$$\tau^{n1}(t) = \frac{d_x^n \cos \beta^n(t) - d_y^n \sin \beta^n(t)}{\dot{r}_x^n(t) \cos \beta^n(t) - \dot{r}_y^n(t) \sin \beta^n(t)} = \frac{d_x^n \cos \beta^n(t) - d_y^n \sin \beta^n(t)}{|r^n(t)| \dot{\beta}^n(t)} \quad (8)$$

En utilisant le fait que $|r^n(t)|^2 \dot{\beta}^n(t) = |r^n(t_0)|^2 \dot{\beta}^n(t_0)$ où t_0 est un instant quelconque, on obtient :

$$\tau^{n1}(t) = \frac{d_x^n \cos \beta^n(t) - d_y^n \sin \beta^n(t)}{|r^n(t_0)| \dot{\beta}^n(t_0)} \cdot \frac{|r^n(t)|}{|r^n(t_0)|} \quad (9)$$

L'expression (9) montre que si la distance $|r^n(t)|$ est connue, alors $\tau^{n1}(t)$ est entièrement déterminé par les azimuts provenant du capteur C_n.

Le retard $\tau^{n1}(t)$ n'est pas défini si le cap du bruiteur est dans la ligne de visée ou plus précisément si la vitesse angulaire par rapport au capteur C_n est nulle.

De manière réciproque, il existe un temps $\tau^{1n}(t)$ tel que :

$$\beta^1(t) = \beta^n(t - \tau^{1n}(t)) \quad (10)$$

Ce retard $\tau^{1n}(t)$ peut être exprimé de la manière suivante :

$$\tau^{1n}(t) = \frac{-d_x^n \cos \beta^1(t) + d_y^n \sin \beta^1(t)}{\dot{r}_x^1(t) \cos \beta^1(t) - \dot{r}_y^1(t) \sin \beta^1(t)} = \frac{-d_x^n \cos \beta^1(t) - d_y^n \sin \beta^1(t)}{|r^1(t)| \dot{\beta}^1(t)} \quad (11)$$

On en déduit la relation suivante entre $\tau^{n1}(t)$ et $\tau^{1n}(t)$:

$$\tau^{n1}(t) = -\tau^{1n}(t - \tau^{n1}(t)) \quad (12)$$

3. MÉTHODE D'ESTIMATION

Si l'on note X le vecteur d'état à estimer, par exemple le vecteur d'état cartésien ($X = [x(t_s) \quad y(t_s) \quad \dot{x} \quad \dot{y}]^T$ où t_s est un instant quelconque), l'estimateur du maximum de vraisemblance conformément à (1) est solution de :

$$\text{Min}_X Q = \text{Min}_X \left[\sum_{n=1}^N \frac{1}{\sigma_n^2} \sum_{t=t_n}^{t_{n+1}} (z^n(t) - \beta^n(t, X))^2 \right] \quad (13)$$

On procède tout d'abord, pour chaque capteur, à une réduction de données en utilisant l'estimateur quasi-exhaustif de trajectographie partielle [2] donné par :

$$\hat{\beta}^n(T_i) = \frac{1}{\|\Phi_i\|^2} \sum_{t=t_i}^{t_{i+1}} \Phi_i(t) z^n(t) \quad \text{pour } \begin{cases} i=0, 1, 2 \\ n=1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (14)$$

où les instants T_i ($i = 0, 1, 2$) sont définis comme les racines du polynôme orthogonal à $(1, t, t^2)$ sur l'intervalle $[t_1; t_2]$ avec le

produit scalaire $\langle \Phi_i(t), \Phi_j(t) \rangle = \sum_{t=t_i}^{t_{i+1}} \Phi_i(t) \Phi_j(t)$ et les polynômes $\Phi_i(t)$ ($i = 0, 1, 2$) sont les polynômes d'interpolation de Lagrange de degré 2 définis par :

$$\Phi_i(T_j) = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq j \\ 1 & \text{si } i = j \end{cases} \quad (15)$$

On considère alors les mesures suivantes :

$$\hat{\beta}^n(T_i) = \beta^n(T_i) + \frac{\eta^n(T_i)}{\|\Phi_i\|} \quad i=0, 1, 2 \quad (16)$$

où $\eta^n(t)$ sont des bruits blancs indépendants centrés d'écart-type σ_n .

Compte-tenu de (16), l'expression du critère Q devient :

$$Q = \sum_{n=1}^N \left[\frac{1}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^2 \|\Phi_i\|^2 (\hat{\beta}^n(T_i) - \beta^n(T_i))^2 \right] \quad (17)$$

D'après (10), en faisant une interpolation de Lagrange (qui en fait est une extrapolation [3]), justifiée par le fait que l'azimut varie peu au cours du temps, on peut écrire :

$$\beta^n(T_i) = \beta^1(T_i - \tau^{n1}(T_i)) = \sum_{k=0}^2 \Phi_k(T_i - \tau^{n1}(T_i)) \beta^1(T_k) \quad (18)$$

En utilisant cette expression de $\beta^n(T_i)$ dans (17), on obtient :

$$Q = \sum_{n=1}^N \left[\frac{1}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^2 \|\Phi_i\|^2 \left(\hat{\beta}^n(T_i) - \sum_{k=0}^2 \Phi_k(T_i - \tau^{n1}(T_i)) \beta^1(T_k) \right)^2 \right] \quad (19)$$

Si l'on note $\theta = [\beta^1(T_0) \quad \beta^1(T_1) \quad \beta^1(T_2)]^T$, on remarque que si les $\tau^{n1}(T_i)$ sont connus, alors le gradient du critère Q est linéaire par rapport à θ . Ce dernier a pour expression :

$$\frac{\partial Q}{\partial \beta^1(T_m)} = -2 \sum_{n=1}^N \left[\frac{1}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^2 \|\Phi_i\|^2 \left(\hat{\beta}^n(T_i) - \sum_{k=0}^2 \Phi_k(T_i - \tau^{n1}(T_i)) \beta^1(T_k) \right) \Phi_m(T_i - \tau^{n1}(T_i)) \right] \quad (20)$$



L'expression (20) peut s'écrire de la manière suivante :

$$\frac{\partial Q}{\partial \beta^1(T_m)} = \sum_{k=0}^2 \alpha(k, m) \beta^1(T_k) - \gamma(m) \quad (21)$$

avec :

$$\begin{cases} \alpha(k, m) = 2 \sum_{n=1}^N \left[\frac{1}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^2 \|\Phi_i\|^2 \Phi_k(T_i - \tau^{n1}(T_i)) \Phi_m(T_i - \tau^{n1}(T_i)) \right] \\ \gamma(m) = 2 \sum_{n=1}^N \left[\frac{1}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^2 \|\Phi_i\|^2 \Phi_m(T_i - \tau^{n1}(T_i)) \hat{\beta}^n(T_i) \right] \end{cases} \quad (22)$$

Si les $\tau^{n1}(T_i)$ sont connus, la minimisation du critère Q se fera par régression linéaire par rapport à θ . Le problème consiste à choisir un vecteur d'état complet et à estimer les retards $\tau^{n1}(T_i)$.

4. CHOIX DU VECTEUR D'ÉTAT ET ESTIMATION DES RETARDS

On pourrait évaluer chaque retard $\tau^{n1}(T_i)$ à l'aide d'une trajectographie partielle effectuée sur chaque capteur C_n . Les estimateurs $\hat{\beta}^n(T_0) \hat{\beta}^n(T_1) \hat{\beta}^n(T_2)$ de TPPA permettraient d'estimer les termes $\cos \beta^n(T_i)$ et $\sin \beta^n(T_i)$, les rapports des distances $\frac{|r^n(T_1)|}{|r^n(T_0)|}$ et $\frac{|r^n(T_2)|}{|r^n(T_0)|}$ ainsi que les vitesses angulaires $\hat{\beta}^n(T_0)$. Ceci n'est pas envisageable car l'estimation des inverses des vitesses angulaires $\hat{\beta}^n(T_0)$ est mauvaise, on a en effet :

$$\text{Var} [1/\hat{\beta}^n(T_0)] \approx 1/[\hat{\beta}^n(T_0)]^4 \text{Var} [\hat{\beta}^n(T_0)] \quad (23)$$

et $\hat{\beta}^n(T_0)$ est en général assez faible.

L'estimation de chaque retard $\tau^{n1}(t)$ est possible en choisissant μ_0 le quatrième paramètre du vecteur d'état, homogène à l'inverse d'une vitesse de la manière suivante :

$$\mu_0 = 1 / [|r^1(T_0)| \hat{\beta}^1(T_0)] \quad (24)$$

μ_0 contient donc le paramètre difficile à estimer.

Chaque retard $\tau^{n1}(t)$ peut donc s'écrire :

$$\tau^{n1}(t) = \mu_0 \gamma^n(t) \quad (25)$$

avec :

$$\gamma^n(t) = - < d^n, u(t) > \frac{|r^1(t)|}{|r^1(T_0)|} \quad (26)$$

On pose donc comme vecteur d'état :

$$X = [\mu_0 \beta^1(T_0) \beta^1(T_1) \beta^1(T_2)]^T \quad (27)$$

Pour l'estimation des $\gamma^n(t)$, les estimateurs de TPPA $\hat{\beta}^n(T_0) \hat{\beta}^n(T_1) \hat{\beta}^n(T_2)$ pour chacun des capteurs $C_2, C_3 \dots C_N$ permettent d'estimer les termes $\cos \beta^n(t)$ et $\sin \beta^n(t)$.

L'estimation des rapports des distances $\frac{|r^1(t)|}{|r^1(T_0)|}$ qui est plus

délicate lorsque les vitesses angulaires $\hat{\beta}^n(T_0)$ sont très faibles se fait de la manière suivante :

$$\left(\frac{|r^1(t)|}{|r^1(T_0)|} \right) = \frac{\sum_{n=2}^N \frac{1}{\sigma_n^2} \left(\frac{|r^n(t)|}{|r^n(T_0)|} \right)}{\sum_{n=2}^N \frac{1}{\sigma_n^2}} \quad (28)$$

L'estimation des rapports des distances $\frac{|r^n(t)|}{|r^n(T_0)|}$ se fera à partir

des estimateurs $\hat{\beta}^n(T_0) \hat{\beta}^n(T_1) \hat{\beta}^n(T_2)$ de TPPA [2] sur chaque capteur C_n .

Connaissant $\tau^{n1}(t)$ pour tout t , on peut évaluer $\tau^{n1}(t)$ grâce à (12) puisque la fonction $\tau^{n1}(t)$ est solution de :

$$x = \tau^{n1}(t - x) \quad (30)$$

qui se résout simplement de la manière suivante par l'algorithme du point fixe :

$$x_{k+1} = \tau^{n1}(t - x_k^2) \quad (31)$$

Pour l'initialisation de l'algorithme x_0^n est déterminé à l'aide des TPPA. Cet algorithme est très rapide car pour μ_0 fixé, $\tau^{n1}(t)$ varie comme le rapport des distances, c'est à dire très lentement. En général, il suffit de deux itérations pour atteindre une précision suffisante.

5. DESCRIPTION DE L'ALGORITHME

L'estimation du vecteur de paramètres $X = [\mu_0 \beta^1(T_0) \beta^1(T_1) \beta^1(T_2)]^T$ s'effectue selon les étapes suivantes :

1) A partir des mesures $z^n(t)$, on effectue une trajectographie partielle sur chacun des capteurs $C_2, C_3 \dots C_N$:

$$\hat{\beta}^n(T_i) = \frac{1}{\|\Phi_i\|^2} \sum_{t=t_s}^{t_s} \Phi_i(t) z^n(t) \quad \text{pour } \begin{cases} i = 0, 1, 2 \\ n = 1, 2, \dots, N \end{cases}$$

2) Pour μ_0 fixé, on estime les retards $\tau^{n1}(t) = \mu_0 \gamma^n(t)$ avec :

$$\gamma^n(t) = - < d^n, u(t) > \frac{|r^1(t)|}{|r^1(T_0)|}$$

puis les retards $\tau^{n1}(t)$ par l'algorithme du point fixe :

$$x_{k+1} = \tau^{n1}(t - x_k^2)$$

3) Minimisation du critère

$$Q(\mu_0, \theta) = \sum_{n=1}^N \left[\frac{1}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^2 \|\Phi_i\|^2 \left(\hat{\beta}^n(T_i) - \sum_{k=0}^2 \Phi_k(T_i - \tau^{n1}(T_i, \mu_0)) \beta^1(T_k) \right)^2 \right]$$

Pour μ_0 fixé, la minimisation du critère $Q(\mu_0, \theta)$ par rapport à θ se fait par une régression linéaire qui conduit à $\hat{\theta}$.

La minimisation non linéaire du critère $Q(\mu_0, \hat{\theta})$ se fait alors par rapport à la variable μ_0 :

$$\tilde{Q}(\mu_0, \hat{\theta}) = \sum_{n=1}^N \left[\frac{1}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^2 \|\Phi_i\|^2 \left(\hat{\beta}^n(T_i) - \sum_{k=0}^2 \Phi_k(T_i - \tau^{n1}(T_i, \mu_0)) \hat{\beta}^1(T_k, \mu_0) \right)^2 \right]$$

où $\hat{\beta}^1(T_k)$ est solution de $\frac{\partial Q(\mu_0, \theta)}{\partial \beta^1(T_k)} = 0$

4) Reconstitution du vecteur d'état cartésien estimé à l'instant t_s $\hat{X}(t_s) = [\hat{x}(t_s) \hat{y}(t_s) \hat{x}(t_s) \hat{y}(t_s)]^T$ par résolution du système linéaire suivant :

$$\begin{cases} \hat{r}_x(t_s) - \text{tg } \hat{\beta}^1(T_1) \hat{r}_y(t_s) + (T_1 - t_s) \hat{r}_x(t_s) - \text{tg } \hat{\beta}^1(T_1) (T_1 - t_s) \hat{r}_y(t_s) = 0 \\ \hat{r}_x(t_s) \cos \hat{\beta}^1(T_0) - \hat{r}_y(t_s) \sin \hat{\beta}^1(T_0) = \frac{1}{\hat{\mu}_0} \end{cases}$$

Remarque Il n'est pas nécessaire de calculer les trois retards $\tau^{n1}(T_i)$ car ces temps ont la même propriété de symétrie [2] que les instants T_i à savoir :

$$\tau^{n1}(T_0) - \tau^{n1}(T_1) = \tau^{n1}(T_2) - \tau^{n1}(T_0) \quad (32)$$



6. SIMULATIONS

On considère une géométrie avec trois capteurs fixes alignés. La position des capteurs C₂ et C₃ est symétrique par rapport au capteur de référence C₁. La distance inter-capteur est de 300 mètres. La vitesse du bruiteur est de 10 m/s.

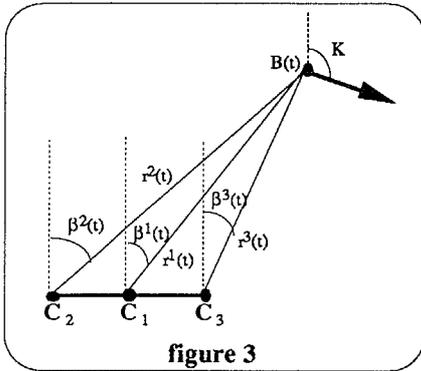


figure 3

Pour chacun des capteurs C₁, C₂ et C₃, la période de mesure est de 1 seconde, le nombre total de mesures est égal à 100, les écarts-type des bruits de mesure σ_1 , σ_2 et σ_3 sont fixés à 1°. Pour l'ensemble des simulations, on a fait varier les paramètres suivants :

- K : le cap du bruiteur de 0° à 315° par pas de 45°;
- $\beta^1(t_i)$: l'azimut initial sous lequel le capteur C₁ voit le bruiteur de 0° à 90° par pas de 45°;
- $|r^1(t_i)|$: la distance initiale séparant le capteur C₁ du bruiteur qui est égale soit à 10 km, soit à 30 km.

On obtient ainsi 48 géométries représentatives. Pour chacune d'elles, la simulation s'effectue avec un tirage de 100 répétitions de type Monte-Carlo.

Les tableaux 1 et 2 donnent pour chaque composante de l'estimateur $X = [\mu_0 \beta^1(T_0) \beta^1(T_1) \beta^1(T_2)]^T$, l'écart-type évalué de manière empirique (1^{ière} colonne), la borne de Cramer-Rao (2^{ième} colonne), le biais (3^{ième} colonne) et l'efficacité (4^{ième} colonne). Pour le paramètre μ_0 , les valeurs correspondantes à l'écart-type et au biais sont des valeurs relatives.

K	$\beta^1(t_i) = 0^\circ$	$\beta^1(t_i) = 45^\circ$	$\beta^1(t_i) = 90^\circ$
0°	$\mu_0 = \infty$.080 .078 .007 .97 .074 .073 .010 .98 .128 .104 .003 .82 .092 .101 .007 1.10	.667 .723 .010 1.08 .090 .086 .024 .96 .124 .109 .001 .88 .096 .109 .014 1.14
45°	.065 .068 .006 1.05 .079 .069 .009 .87 .136 .101 .017 .74 .105 .100 .020 .95	$\mu_0 = \infty$	1.04 1.13 .017 1.08 .090 .086 .015 .95 .123 .109 .004 .89 .096 .109 .015 1.14
90°	.053 .054 .002 1.02 .080 .007 .001 .92 .123 .103 .001 .84 .095 .103 .010 1.08	.079 .082 .001 1.03 .080 .074 .013 .92 .125 .103 .004 .82 .093 .104 .020 1.11	inobservable
135°	.058 .060 .004 1.04 .078 .069 .013 .89 .122 .101 .012 .83 .111 .102 .021 .92	.068 .070 .001 1.02 .084 .079 .011 .93 .121 .105 .002 .86 .09 .106 .018 1.17	idem que (K, $\beta^1(t_i)$) = (45°, 90°)
180°	$\mu_0 = \infty$.072 .074 .001 1.02 .080 .075 .013 .93 .119 .102 .003 .86 .096 .105 .015 1.09	idem que (K, $\beta^1(t_i)$) = (0°, 90°)
225°	idem que (K, $\beta^1(t_i)$) = (135°, 0°)	$\mu_0 = \infty$	idem que (K, $\beta^1(t_i)$) = (-45°, 90°)
270°	idem que (K, $\beta^1(t_i)$) = (90°, 0°)	.072 .071 .006 .98 .075 .074 .015 .98 .121 .104 .005 .85 .096 .103 .008 1.06	inobservable
315°	idem que (K, $\beta^1(t_i)$) = (45°, 0°)	.066 .065 .005 .99 .078 .078 .015 .99 .120 .106 .001 .88 .095 .104 .013 1.09	.851 .912 .015 1.07 .090 .086 .015 .96 .123 .109 .001 .88 .096 .109 .015 1.14

Tableau 1 : $|r^1(t_i)| = 10$ km

K	$\beta^1(t_i) = 0^\circ$	$\beta^1(t_i) = 45^\circ$	$\beta^1(t_i) = 90^\circ$
0°	$\mu_0 = \infty$.232 .231 .021 .99 .074 .074 .011 1.00 .128 .104 .003 .81 .102 .103 .011 1.00	6.40 6.46 .135 1.01 .091 .086 .021 .95 .117 .109 .003 .93 .101 .109 .010 1.08
45°	.160 .196 .030 1.22 .081 .069 .008 .85 .128 .101 .001 .79 .122 .101 .008 .83	$\mu_0 = \infty$	9.48 9.46 .082 1.00 .091 .086 .010 .95 .118 .109 .002 .93 .101 .109 .008 1.08
90°	.151 .161 .001 1.07 .079 .074 .009 .93 .115 .103 .005 .90 .101 .103 .015 1.02	.213 .234 .007 1.09 .081 .074 .010 .91 .122 .103 .002 .85 .105 .103 .014 .99	inobservable
135°	.157 .189 .02 1.20 .082 .069 .010 .84 .129 .101 .003 .79 .121 .101 .011 .83	.197 .206 .010 1.04 .082 .079 .011 .95 .113 .105 .001 .93 .095 .106 .018 1.11	idem que (K, $\beta^1(t_i)$) = (45°, 90°)
180°	$\mu_0 = \infty$.207 .226 .005 1.09 .080 .075 .013 .93 .119 .103 .001 .87 .105 .104 .013 .99	idem que (K, $\beta^1(t_i)$) = (0°, 90°)
225°	idem que (K, $\beta^1(t_i)$) = (135°, 0°)	$\mu_0 = \infty$	idem que (K, $\beta^1(t_i)$) = (-45°, 90°)
270°	idem que (K, $\beta^1(t_i)$) = (90°, 0°)	.229 .223 .020 .98 .075 .074 .015 .99 .128 .104 .005 .81 .103 .103 .008 1.00	inobservable
315°	idem que (K, $\beta^1(t_i)$) = (45°, 0°)	.202 .201 .020 .99 .078 .078 .016 1.02 .116 .106 .005 .90 .098 .105 .004 1.06	8.73 8.82 .023 1.01 .091 .086 .018 .94 .118 .109 .002 .93 .101 .109 .008 1.08

Tableau 2 : $|r^1(t_i)| = 30$ km

On remarque sur ces tableaux la bonne performance de l'estimateur. En règle générale, les biais sont faibles par rapport aux écarts-type. L'efficacité est rarement inférieure à 90%.

CONCLUSION

Nous avons présenté une méthode rapide de trajectographie par mesures de plusieurs azimuts. L'estimateur proposé est solution de l'équation du maximum de vraisemblance. Cependant, il est inopérant dans la situation où le cap du bruiteur est proche de la ligne de visée.

REMERCIEMENTS

Ce travail a été rendu possible suite à une étude concernant la TP2A menée au CERDSM de la DCN Toulon .

RÉFÉRENCES

[1] D. T. PHAM - C. MUSSO "Une méthode rapide et efficace pour la trajectographie passive de deux azimuts". Colloque GRETSI 1991.
 [2] D. T. PHAM "Some simple and efficient methods for bearing only target estimation". Signal Processing V, Proceedings of EUSIPCO 1990.
 [3] C. MUSSO - C. JAUFFRET "Linear maximum likelihood estimator". ICASP Toronto 1991.