

Une application du filtrage de Kalman à la fusion de données pour la localisation d'un robot mobile

Jan Opderbecke

Cécile Durieu

Laboratoire d'Electricité, Signaux et Robotique (L.E.Si.R.) U.R.A. C.N.R.S. D1375
E.N.S. Cachan 61, Avenue du Président Wilson 94235 Cachan Cedex France

RÉSUMÉ

Nous proposons dans cet article une méthode de fusion de données pour localiser un robot mobile. L'algorithme met en œuvre un filtre de Kalman afin de combiner la localisation relative avec un recalage absolu qui est effectué par rapport à des balises ponctuelles ou de type segment de droite. Ces repères sont artificiels ou des éléments caractéristiques de l'environnement du véhicule. Leur position peut être plus ou moins bien connue et un recalage de celle-ci est également proposé. Une analyse détaillée de l'algorithme ainsi qu'une étude de ses performances par simulations de Monte Carlo sont présentées.

I. Introduction

Le problème de la localisation, qui est fondamental en robotique mobile, est souvent résolu par les deux méthodes classiques complémentaires : localisation absolue ou localisation relative. La dernière technique, qui consiste à intégrer les déplacements élémentaires du véhicule, fait appel uniquement à des informations proprioceptives du robot et nécessite un modèle d'évolution. Ses limites sont dues à l'accumulation (par l'intégration) des erreurs. La localisation absolue exploite des informations sur la position cherchée du véhicule par rapport à son environnement. Cette position est souvent déterminée par triangulation ou en optimisant un critère de type moindres carrés ou maximum de vraisemblance [1] qui permet de prendre en compte l'incertitude sur les mesures.

L'algorithme que nous proposons combine la localisation absolue et la localisation à l'estime et réalise ainsi une fusion de données multisensorielles, sujet qui suscite beaucoup d'intérêt notamment en robotique mobile [2]. Le formalisme retenu est celui du filtrage de Kalman. Les repères pour le recalage absolu sont des balises ponctuelles ainsi que des éléments caractéristiques de l'environnement : coins, segments de droite... Une telle approche, cependant beaucoup moins générale, est utilisée par d'autres auteurs, citons par exemple Durrant-Whyte [3]. En effet, afin de lever des contraintes qui sont dues à la préparation du milieu (détermination de la position des repères) l'algorithme que nous proposons permet une localisation du robot avec des repères dont la position est mal connue. Un recalage de telles balises est de plus proposé, il met également en œuvre un filtre de Kalman.

Nous allons d'abord présenter l'algorithme (II). La fusion de données sera ensuite illustrée et étudiée par simulations de Monte Carlo (III).

ABSTRACT

In this paper we present a fusion method for the localisation of a mobile robot. The algorithm uses Kalman filtering in order to combine relative and absolute localisation. The fusion is done with punctual *beacons* or straight-line-segments which can be either artificial or specific elements in a structured environment. These references can have initially more or less well known positions and an algorithm is proposed to correct the position estimates. The method has been object to a detailed analysis and its performances are studied by Monte Carlo simulations.

II. Algorithme de localisation

II.1 Présentation du système

L'évolution de l'état d'un robot mobile (position, orientation, vitesse...), X_k , dépend de la structure mécanique du véhicule et elle est habituellement décrite par une équation dynamique aux différences de la forme :

$$X_{k+1} = F(X_k, u_k) + v_k \quad (1)$$

u_k correspond aux déplacements élémentaires du véhicule et représente l'entrée du système. Elle est généralement obtenue à partir de capteurs proprioceptifs. v_k est l'erreur de modèle et est due aux hypothèses simplificatrices émises pour écrire (1).

Les sorties du système étudié, qui servent au recalage absolu, sont des grandeurs géométriques telles que des distances ou des angles. Ces derniers sont mesurés par rapport à une référence connue (angle absolu) ou par rapport au cap du robot (angle relatif). Les observations sont effectuées soit par rapport à des balises ponctuelles (naturelles ou artificielles) soit par rapport à des segments de droite. Dans ce cas, l'observation est la distance robot-segment et l'angle entre le cap du véhicule et la normale au segment de droite. Le vecteur associé aux observations, $Y_k = G_k(X_k)$, comporte autant de composantes que l'on a de mesures, issues éventuellement de balises ou de capteurs différents.

Les équations d'état et de l'observation sont non linéaires. Les matrices de linéarisation sont :

$$A_k = \left. \frac{\partial F}{\partial X} \right|_{X_k} \quad \text{et} \quad C_k = \left. \frac{\partial G_k}{\partial X} \right|_{X_k}$$

Pour notre application l'état X_k est caractérisé par la position 2D (x,y) du véhicule et par son cap θ . Les distances parcourues par les deux roues motrices indépendantes sont mesurées par un odomètre et forment l'entrée u_k . La fonction de transition



de l'état, F , est formulée sous l'hypothèse d'une trajectoire localement assimilable à un arc de cercle. Le capteur extéroceptif embarqué sur notre robot est un télémètre laser avec balayage panoramique [4], les observations du filtre sont déduites des mesures du capteur après pré-traitement.

II.2 Position recalée par filtrage de Kalman

Le capteur proprioceptif fournit une mesure bruitée, u_k^* , de la commande u_k . Le bruit de commande est alors dû, d'une part, aux erreurs des mesures proprioceptives et, d'autre part, aux erreurs de modèle. La sortie du système mesurée par les capteurs, notée Y_k^* , est également bruitée. On suppose que les différents bruits sont additifs, centrés, blancs, décorrélés entre eux et décorrélés de l'état initial. On note Q_k et R_k les matrices de covariance des bruits d'état et d'observation.

Le filtrage de Kalman fournit à chaque instant la meilleure estimation (au sens de la minimisation de l'erreur quadratique moyenne) de l'état du robot qui tient compte de toutes les données antérieures. Le filtre réalise donc une fusion de données entre les informations issues des capteurs internes et des capteurs extéroceptifs. Les équations d'état et d'observation sont des fonctions non linéaires de l'état, le filtrage de Kalman étendu (au premier ordre) est mis en œuvre, fournissant ainsi un estimateur quasi-optimal de l'état du robot.

Dans une première étape, l'état du robot à l'instant $k+1$ est prédit à partir de la position estimée à l'instant k et de l'équation d'état. On note $\hat{X}_{k+1/k}$ cette prédiction et $P_{k+1/k}$ la matrice de covariance associée :

$$\hat{X}_{k+1/k} = F(X_{k/k}, u_k^*) \quad (2)$$

$$P_{k+1/k} = A_{k/k} P_{k/k} A_{k/k}^T + Q_k \quad (3)$$

A partir de cette position on prédit l'observation :

$$\hat{Y}_{k+1/k} = G_k(\hat{X}_{k+1/k}) \quad (4)$$

La position prédite, qui correspond à une localisation relative, est corrigée avec un terme qui est proportionnel à l'erreur de prédiction de la mesure et qui correspond à un recalage absolu :

$$\hat{X}_{k+1/k+1} = \hat{X}_{k+1/k} + K_{k+1} (Y_{k+1}^* - \hat{Y}_{k+1/k}) \quad (5)$$

$$K_{k+1} = P_{k+1/k} C_k^T (C_k P_{k+1/k} C_k^T + R_{k+1})^{-1} \quad (6)$$

$$P_{k+1/k+1} = (I - K_{k+1} C_k) P_{k+1/k} \quad (7)$$

Les matrices de covariances Q et R doivent être connues pour appliquer le filtrage de Kalman. Une modélisation des capteurs utilisés a été effectuée afin d'estimer ces grandeurs et est présentée dans [4]. L'algorithme y est également exposé plus en détail.

II.3 Incertitude sur la position de balises et recalage

Pour lever une partie des contraintes liées à la préparation du milieu, le cas de balises de position plus ou moins bien connue est envisagé. Ceci permet au système de perception d'identifier des points particuliers de l'environnement qui jouent alors le rôle de balises naturelles, la position de ces balises étant déterminée (grossièrement) au préalable par des méthodes classiques de type triangulation.

Jusqu'à présent l'algorithme de localisation du robot que nous avons présenté suppose que la position des repères servant au recalage absolu est connue sans erreur. Des informations provenant de balises de position plus ou moins bien connue peuvent cependant être prises en considération pour corriger la position prédite. Il faut alors tenir compte de la précision avec laquelle sont connues ces balises.

Soit Ω_k le vecteur des paramètres des balises pour le recalage absolu du robot à l'instant k . Pour une balise ponctuelle les paramètres sont ses coordonnées et pour une droite ce sont sa distance à l'origine et l'orientation de la normale. Ω_k est obtenu par concaténation des paramètres des balises prises en considération et on note $\hat{\Omega}_k$ sa valeur estimée.

L'erreur de prédiction de l'observation provient alors non seulement de l'erreur d'estimation de la position du robot mais également de celle des paramètres des balises mises en jeu. Lorsque l'on tient compte de l'incertitude sur les repères, la relation du gain du filtre devient :

$$K_{k+1}^{\Omega} = P_{k+1/k} C_{k+1}^T (C_k P_{k+1/k} C_k^T + R_{k+1} + D_{k+1} T_{k+1} D_{k+1}^T)^{-1}$$

D_k étant la matrice d'observation linéaire par rapport à Ω_k et T_k la matrice de covariance de $\hat{\Omega}_k$. Ainsi, si l'incertitude sur l'estimation de la position d'une balise est grande, la correction associée va être très faible. Il est alors intéressant d'améliorer l'estimateur de la position des balises mal connues.

L'algorithme de correction de la position estimée des repères de l'environnement met également en œuvre un filtre de Kalman. Le recalage des paramètres d'un repère est effectué à partir de positions du robot relativement bien connues et avec prise en compte de la précision associée. Les rôles joués par le robot et les balises sont alors inversés par rapport à ceux de l'algorithme de localisation du robot. L'algorithme est cependant plus simple car la matrice d'état est l'identité et le bruit d'état est nul. Notons qu'une balise est soit recalée, soit utilisée pour localiser le robot.

II.4 Test de cohérence des mesures

Un test de cohérence est effectué et il permet à la fois :

- d'associer une mesure à une balise,
- de vérifier que les mesures ne sont pas aberrantes,
- de s'assurer que le fonctionnement du filtre est correct.

La différence ε_k^{ij} entre une observation Y_k^{*i} et la prédiction \hat{Y}_k^j de l'observation de la balise B_j est étudiée : $\varepsilon_k^{ij} = Y_k^{*i} - \hat{Y}_k^j$. On introduit ensuite la distance de Mahalanobis d_k^{ij} :

$$d_k^{ij} = \varepsilon_k^{ijT} \Gamma_k^{ij-1} \varepsilon_k^{ij} \quad (8)$$

où Γ_k^{ij} est la matrice de covariance du terme ε_k^{ij} .

Le problème de l'association de données extéroceptives est résolu par le test suivant : si la condition $d_k^{ij} < d_0$ est vérifiée pour une seule balise B_j , alors la mesure Y_k^{*i} est attribuée cette balise. Ceci signifie de plus que toutes les informations sont cohérentes (observation et prédiction de l'état). Ce test permet de rejeter des observations aberrantes et/ou de détecter des erreurs de prédiction trop grandes dues à une divergence du filtre. Un bon compromis est obtenu pour d_0 de l'ordre de 9. Si aucune balise n'est retenue, seule l'étape de prédiction (2,3) de l'état du robot est effectuée.

Le problème d'association de données est abordé de manière plus générale par Y. Bar-Shalom dans [5].

III. Résultats

Les simulations illustrant la fusion ont été réalisées avec des bruits blancs d'écart type σ_d pour les mesures de distance et σ_a pour les mesures d'angle :



$$\sigma_d = \sqrt{\sigma_{d0}^2 + (\sigma'_a d)^2}, \quad \sigma_a = \sqrt{\sigma_{a0}^2 + \left(\frac{\sigma'_a}{d}\right)^2}$$

Le bruit odométrique (σ_o) est proportionnel à la distance parcourue. Les différents paramètres ont des valeurs qui correspondent à une application typique : $\sigma_{d0}=0.01\text{m}$, $\sigma'_a=0.01$, $\sigma_{a0}=0.01\text{rad}$, $\sigma'_a=0.01\text{rad m}$, $\sigma_o=0.01$.

III.1 Recalage absolu avec balises ponctuelles

Nous allons d'abord présenter la fusion des données odométriques avec des mesures par rapport à une balise ponctuelle de position connue située en (23,22). La figure 1.a correspond à un recalage absolu qui est effectué en utilisant la mesure de la distance robot-balise et la figure 1.b avec la mesure du gisement relatif de la balise. La trajectoire réelle est reportée en trait continu et les positions estimées, pour plusieurs réalisations de cette trajectoire, sont représentées par des points.

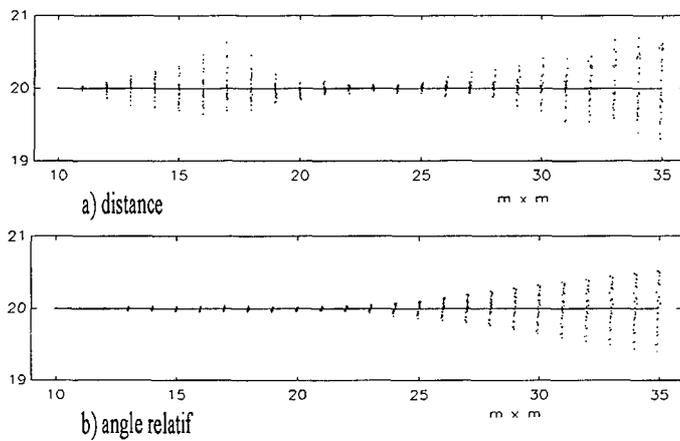


Fig. 1 : Position estimée avec balise

La correction apportée par la balise dépend de la nature de l'observation utilisée et de la position de la balise par rapport à l'état du robot.

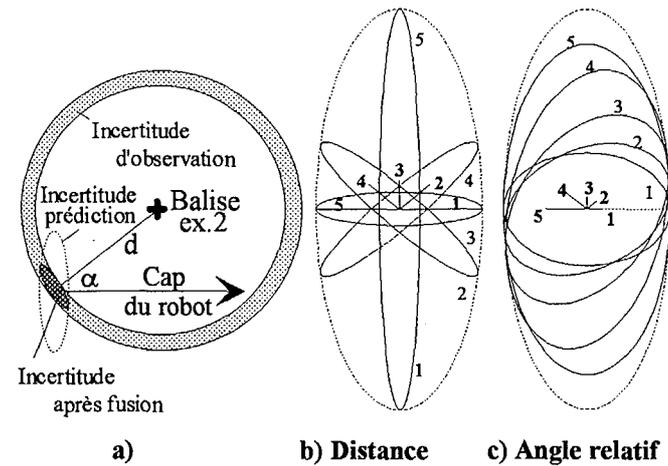


Fig. 2 : Incertitude après fusion

Ceci est illustré plus en détail sur la figure 2, où nous avons présenté les incertitudes avant (...) et après (-) la correction. La figure 2.b correspond à une correction avec une observation de distance et la figure 2.c à une mesure d'angle relatif. La balise est située à une distance d fixe, seul l'angle α sous lequel elle est vue la balise varie entre 0 (exemple 1) et π (exemple 5). Les ellipses représentent l'incertitude sur la position, et les traits partant du centre des ellipses désignent la direction (α) de la

balise, leur longueur étant proportionnelle à l'incertitude du cap estimé.

On constate que la correction avec une balise de distance est d'autant forte que la balise est dans la direction du grand axe de l'ellipse de la position prédite ($\alpha \approx \pi/2$). Très souvent ceci correspond à la normale au déplacement du véhicule. Une observation de distance corrige directement la prédiction de la position. L'état n'est pas observable à un instant donné et la correction du cap se fait par l'intermédiaire de la corrélation qui existe généralement entre les coordonnées x,y et le cap θ . La correction apportée par l'angle relatif est d'autant plus importante que le gisement de la balise est proche du cap du robot ($\alpha \approx 0$). La correction sur l'état croît avec la corrélation entre les composants de celui-ci.

La mise à jour de la matrice de covariance d'état (7) peut également se mettre sous la forme :

$$P_{k+1/k+1} = (P_{k+1/k}^{-1} + C_{k+1}^T R_{k+1}^{-1} C_{k+1})^{-1}$$

La quantité

$\eta = \sqrt{\det(I + P_{k+1/k} C_{k+1}^T R_{k+1}^{-1} C_{k+1})}$ représente le gain de la correction (rapport des aires des ellipsoïdes d'incertitude avant et après fusion). L'évolution de η en fonction du gisement de la balise observée est illustrée sur la figure 3. Ce rapport caractérise la complémentarité des informations et peut servir comme critère pour choisir des observations.

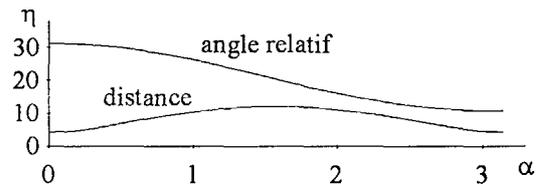
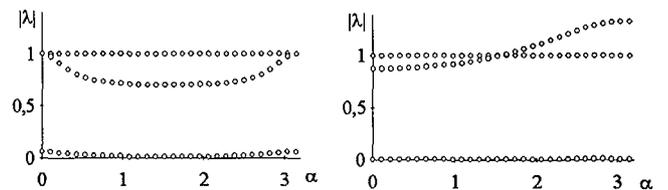


Fig. 3 : Information apportée par une observation

Cette quantité est également liée à la valeur des pôles instantanés du filtre ($A - KCA$) comme indiqué sur la figure 4.



a) Balise de distance b) Balise d'angle relatif

Fig. 4 : Pôles du filtre

Quand la correction avec une observation de distance est la plus efficace (direction robot-balise correspondant à la plus grande incertitude de la position prédite), les pôles se rapprochent de l'origine. La correction apportée par une observation du gisement relatif d'une balise est différente : quand la balise est située derrière le robot ($|\alpha| > \pi/2$), un des pôles sort du cercle unitaire. Ainsi, avec des mesures d'angles relatifs, il est préférable de choisir des balises qui sont devant le robot plutôt que derrière. En combinant plusieurs observations de type angle et distance leur complémentarité peut être exploitée.

III.2 Recalage avec des balises mal connues

L'incertitude sur la position de balises mal connues doit être prise en compte pour le recalage du robot. La figure 5.a correspond à un recalage de la position du robot qui est effectué avec une balise connue, B_1 , en (7,2) et une balise mal connue, B_2 , en (17,8). La position estimée de B_2 est connue avec une précision de 1 m. La trajectoire est toujours une ligne droite.

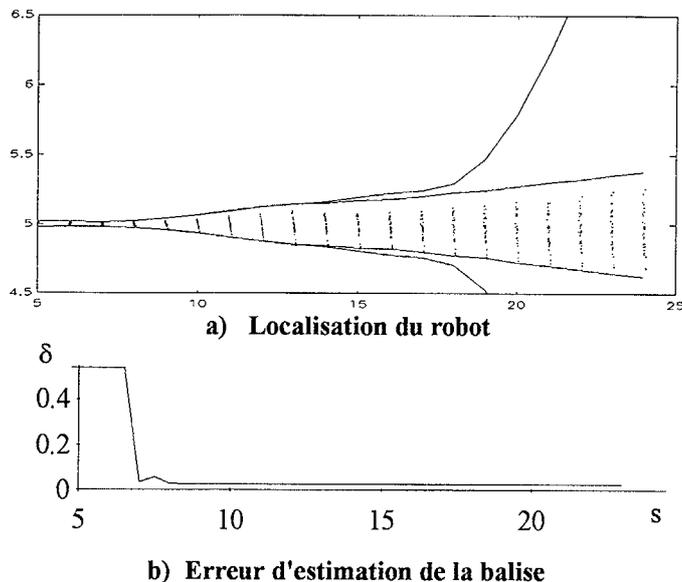


Fig. 5 : Localisation avec balises mal connues

La balise B_1 n'est plus dans le champ du capteur à partir de la position (18,5) du robot. L'erreur d'estimation de la position de la balise B_2 étant grande, la correction qu'elle apporte est faible et les erreurs s'accroissent (proche d'une localisation à l'estime). Ceci est illustré (fig. 5.a) par le trait continu qui représente l'enveloppe des positions estimées ($\pm 2,5$ fois l'écart type selon l'axe orthogonal au déplacement du robot). Avec correction de la balise, son erreur d'estimation devient faible (quelques cm) et cette balise va jouer un rôle important pendant la seconde phase de la trajectoire du robot. Les positions estimées du robot et l'enveloppe correspondante confirment ce résultat. La figure suivante (5b) représente l'évolution de l'erreur d'estimation, δ , de la balise (valeur initiale $\delta=0.5m$) lors d'une simulation de la trajectoire du robot.

III.3 Recalage dans un environnement structuré

Un exemple de localisation avec des balises naturelles de type segment de droite est présenté dans la figure ci-contre. Le point de départ est en (4,5;3). Un recalage absolu n'est possible qu'entre les deux segments de droite. Dans la partie supérieure de la trajectoire, seule une localisation à l'estime est effectuée et les erreurs s'accroissent. Puis la position estimée du robot est de nouveau recalée et l'erreur d'estimation décroît. Avec une telle méthode de localisation une préparation de l'environnement n'est pas nécessaire. Il suffit de disposer d'une carte du milieu.

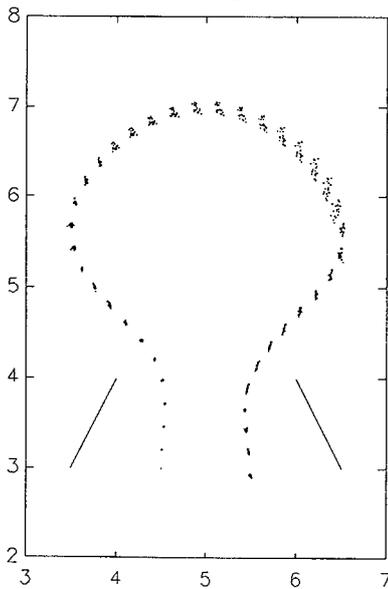


Fig 6 : Localisation dans un environnement structuré

localisation dans un environnement partiellement connu peut être ainsi réalisée.

IV. Conclusion

L'algorithme de localisation que nous proposons utilise les avantages d'un recalage absolu sur balise sans pour autant avoir les inconvénients dus au balisage. Les repères peuvent être des éléments caractéristiques de l'environnement : balises ponctuelles ou segments de droite. L'approche présentée ici est générale : la méthode de fusion de données peut être appliquée avec des capteurs proprioceptifs et extéroceptifs quelconques. L'algorithme présenté a été étudié en détail par simulations de Monte Carlo et il a été partiellement testé sur site réel. Une estimation satisfaisante de la position du robot peut être obtenue avec peu d'observations, réduisant ainsi les contraintes sur l'environnement. Le filtre est peu sensible aux erreurs de modélisation dynamique et statistique.

L'étude menée met en évidence l'intérêt d'une telle méthode de localisation qui exploite la complémentarité et la redondance des informations.

Références

- 1 **C. Durieu, H. Clergeot**
"Une approche statistique pour la localisation de robots mobiles dans un environnement balisé"
A.P.I.I., Vol. 25, n°5, 1991, pp 437-461.
- 2 **A. Zimmermann**
"Multi-Sensory Signal Fusion"
Analysis and Control - 6/1991, pp. 232-244
- 3 **J. Leonard, H. Durrant-Whyte**
"Mobile robot localization by tracking geometric beacons."
- I.E.E.E. Transactions on Robotics and Automation,
Vol.7, n°3, June 1991, pp 376-382.
- 4 **C. Durieu, J. Opderbecke**
"A data fusion application for location of a mobile robot using an odometer and a panoramic laser telemeter"
Proceedings of I.A.S. 3, 13-18 Feb.. 1993, Pittsburgh, pp 519-529
- 5 **Y.Bar-Shalom; T.E. Fortmann**
Tracking and data association.
New York Academic Press. 1988.

En appliquant l'algorithme de recalage des repères, il est même envisageable que le robot identifie, tout au long de son déplacement, ses balises et recalcule leur position. Une