Comparaison de la concentration et de la résolution de quelques représentations temps-fréquence et de leurs versions modifiées par la technique de réallocation.

F. Auger

Laboratoire d'Automatique de Nantes, Unité associée au C.N.R.S. n° 823,
Ecole Centrale de Nantes, Université de Nantes, 1 rue de la Noë, 44072 Nantes Cedex 03.
Membre du GdR 134 CNRS "Traitement du Signal et des Images".

Résumé

La réallocation est une méthode simple d'amélioration des qualités descriptives des représentations temps-fréquence. Elle consiste à déplacer les valeurs d'une représentation des points (t,ω) où elles sont calculées vers d'autres points afin de produire une meilleure concentration des composantes du signal dans le plan temps-fréquence. Pour montrer l'efficacité de cette méthode, et pour mettre en évidence les bénéfices tirés de son utilisation, on a comparé quelques représentations temps-fréquence et leurs versions modifiées suivant deux critères objectifs classiques. Le premier concerne la concentration d'un signal dans le plan temps-fréquence, et le second la capacité à distinguer deux composantes proches d'un signal.

Abstract

The reassignment method, which was recently proposed, is an easy way to improve the readability of the most common time-frequency and time-scale representations. Its basic principle, which is briefly recalled in this paper, is to change the attribution point of the representation value from the (t,ω) point where it is computed to another point, in order to produce a better concentration of the signal components in the representation space. So as to show the efficiency of this method and to promote its use, a concentration and a resolution comparison of three classical time-frequency representations and their modified versions is proposed here.

Introduction

Grâce à de nombreux travaux récents [1-3], les propriétés théoriques et les possibilités d'utilisation pratique des représentations temps-fréquence de la classe de Cohen sont aujourd'hui mieux cernés. Leurs avantages, que se soit en acoustique [4], en analyse de la parole [5], en mécanique [6] ou dans bien des champs d'application du traitement du signal se sont incontestablement avérés très supérieurs aux difficultés techniques de leur mise en oeuvre. Cependant, leur "lisibilité", qui découle de la facilité à interpréter les images qu'elles produisent, constitue un point critique majeur qui rend nécessaire l'adéquation du type de représentation choisi à la structure du signal analysé et la recherche d'un compromis entre la réduction des termes d'interférence et la concentration des termes propres.

Pour tenter d'améliorer cette lisibilité, plusieurs recherches ont été effectuées récemment en suivant des directions très variées. Si quelques travaux poursuivent avec succès la voie classique de la recherche de nouveaux éléments de la classe de Cohen [7,8], la plupart associent une méthode temps-fréquence classique avec un traitement heuristique particulier dépendant du signal. Une première possibilité intéressante [9,10] consiste à décomposer de façon appropriée le signal analysé en une somme de composantes élémentaires, et d'utiliser la somme des représentations des composantes comme représentation du signal. Une autre possibilité [11,12,13] consiste à reconnaître puis éliminer les termes d'interférence d'une représentation temps-fréquence, en utilisant notamment des techniques de reconnaissance de formes utilisées en traitement d'image qui s'appuient sur la géométrie particulière ou le caractère oscillant de ces termes. Les résultats obtenus sont également satisfaisants si le signal analysé et la représentation utilisée ne conduisent pas à la superposition de termes propres et de termes d'interférence. Enfin, une dernière approche étudiée récemment consiste à "adapter" la représentation au signal analysé en optimisant sa concentration soit en tout point (t,ω) du plan temps-fréquence [14], soit à chaque instant [15], soit globalement sur toute la longueur de l'enregistrement du signal [16,17].

Ces différents travaux se rapprochent alors dans leurs principes à ceux effectués quinze ans plus tôt par MM. Kodera, Gendrin et de Villedary [18,19,20]. Plutôt que de chercher d'autres méthodes de représentation temps-fréquence plus satisfaisantes [21], ceux-ci ont en effet cherché à améliorer les qualités descriptives des spectrogrammes par un traitement exploitant l'information portée par la phase de la transformée de Fourier court-terme. Bien que de nombreux exemples aient montré les avantages pratiques de cette méthode, notamment sur des signaux d'origine géophysique [18], celle-ci n'a semble t-il pas été très utilisée, du fait probablement de certaines difficultés de mise en oeuvre et du manque de preuves théoriques démontrant sa réelle efficacité. Une nouvelle réflexion sur ce sujet [22] a permis récemment de réfuter ces arguments défavorables et d'étendre le champ d'application de cette méthode à l'ensemble des représentations de la classe de Cohen, et même aux représentations temps-échelle bilinéaires [23]. On a alors également pu mettre en évidence la simplicité de la mise en oeuvre de cette méthode et la possibilité de conserver le jeu des propriétés théoriques usuelles pour caractériser les nouvelles représentations obtenues.

Dans le présent article, on va montrer que les bénéfices tirés de l'utilisation de cette méthode peuvent également être évalués sur des critères quantitatifs précis. Dans une première partie, on rappelle brièvement le principe général de la réallocation, et plus particulièrement son application aux représentations temps-fréquence abordées dans cette étude. Puis on compare ces représentations et leurs versions modifiées en termes de concentration et de résolution. Ces deux critères permettent ainsi d'apprécier objectivement et séparément l'amélioration de la capacité à localiser et à distinguer les composantes d'un signal apportée par cette méthode.

I) La méthode de réallocation.

Pour présenter succinctement le principe de cette méthode, on peut prendre comme point de départ l'expression générale de tout élément de la classe de Cohen en fonction de la distribution de Wigner-Ville [1,2,3] :

$$\mathrm{RTF}(x;t,\omega) = \iint \phi_{TF}(u,\Omega)\ \mathrm{WV}(x;t-u,\omega-\Omega)\ du\ \frac{d\Omega}{2\pi} \qquad (1)$$

$$\text{avec}\quad \mathrm{WV}(x;t,\omega) = \int x(t+\tau/2).x^*(t-\tau/2)\ e^{-j\omega\tau}\ d\tau$$

où $\phi_{TF}(u,\Omega)$ est le noyau caractéristique de cet élément exprimé dans le plan temps-fréquence. Cette expression fait alors apparaître la valeur de la représentation au point (t,ω) comme une moyenne pondérée des valeurs de la distribution de Wigner-Ville contenues dans un domaine délimité par le support de $\phi_{TF}(u,\Omega)$. Lorsque ce dernier correspond à un filtre passe-bas bidirection-nel, ce moyennage produit d'une part une réduction de l'amplitude et du nombre des termes d'interférence et d'autre part une diminution de la concentration des termes propres. De ces deux phénomènes, seul le premier cependant est souhaitable pour obtenir une meilleure analyse. Mais on peut tenter de réduire les termes d'interférence sans diminuer la concentration des termes propres en faisant suivre ce lissage par une opération supplémentaire de réallocation. Celle-ci consiste à affecter la valeur de la représentation calculée au point (t,ω) au centre de gravité des valeurs pondérées de la distribution de Wigner-Ville qui la constituent :

$$\hat{t}(x;t,\omega) = t - \frac{\iint u.\phi_{TF}(u,\Omega)\ \mathrm{WV}(x;t-u,\omega-\Omega)\ du\ \frac{d\Omega}{2\pi}}{\iint \phi_{TF}(u,\Omega)\ \mathrm{WV}(x;t-u,\omega-\Omega)\ du\ \frac{d\Omega}{2\pi}} \qquad (2.a)$$

$$\hat{\omega}(x;t,\omega) = \omega - \frac{\iint \Omega.\phi_{TF}(u,\Omega)\ \mathrm{WV}(x;t-u,\omega-\Omega)\ du\ \frac{d\Omega}{2\pi}}{\iint \phi_{TF}(u,\Omega)\ \mathrm{WV}(x;t-u,\omega-\Omega)\ du\ \frac{d\Omega}{2\pi}} \qquad (2.b)$$

Cette réallocation des valeurs de la représentation conduit alors à la construction d'une version modifiée dont la valeur en (t',ω') est égale à la somme de toutes les valeurs de la représentation aux points (t,ω) qui sont déplacées vers (t',ω') [20,22] :

$$\mathrm{RTFM}\ (x;t',\omega') = \iint \mathrm{RTF}(x;t,\omega)\ \delta(t'-\hat{t}(x;t,\omega))\ \delta(\omega'-\hat{\omega}(x;t,\omega))\ dt\ \frac{d\omega}{2\pi} \qquad (3)$$

Cette nouvelle représentation présente quatre caractéristiques théoriques importantes [22] :

- Elle n'est plus bilinéaire, et n'appartient donc plus à la classe de Cohen.
- Elle vérifie cependant les propriétés d'invariance par translation temporelle et fréquentielle et de conservation de l'énergie du signal, et conserve donc la notion de distribution d'énergie.
- Quel que soit le noyau caractéristique de la représentation, l'opération de réallocation réalisée par les expressions (2.a) et (2.b) fournit une représentation parfaitement localisée pour un signal modulé linéairement en fréquence ou pour une impulsion. Cette propriété, qui rappelons-le [24] n'est vérifiée au sein de la classe de Cohen que par la distribution de Wigner-Ville, constitue une preuve conséquente de l'efficacité de la méthode de réallocation.

Une autre caractéristique importante de cette méthode est sa simplicité de mise en oeuvre pour un grand nombre de représentations temps-fréquence, ce que l'on va montrer pour les trois représentations "à un seul degré de liberté" utilisées dans les prochains paragraphes. Dans le cas tout d'abord du spectrogramme, on montre [22] que les opérateurs de réallocation (2.a) et (2.b) peuvent être calculés à l'aide de transformées de Fourier court-terme particulières, et correspondent également aux dérivées partielles de la phase de la transformée de Fourier court-terme [18,19] :

$$\mathrm{SP}_h(x;t,\omega) = |\mathrm{FCT}_h(x;t,\omega)|^2 \qquad (4)$$

$$\text{avec}\ \mathrm{FCT}_h(x;t,\omega) = \int x(u).h^*(t-u)\ e^{-j\omega u}\ du = M_h(x;t,\omega)\ e^{j\phi_h(x;t,\omega)}$$

$$\hat{t}(x;t,\omega) = t - \mathcal{R}\left\{\frac{\mathrm{FCT}_{\mathcal{T}h}(x;t,\omega).\mathrm{FCT}^*_h(x;t,\omega)}{|\mathrm{FCT}_h(x;t,\omega)|^2}\right\} = -\frac{\partial}{\partial\omega}\left[\phi_h(x;t,\omega)\right] \qquad (5.a)$$

$$\hat{\omega}(x;t,\omega) = \omega + \mathcal{I}m\left\{\frac{\mathrm{FCT}_{\mathcal{D}h}(x;t,\omega).\mathrm{FCT}^*_h(x;t,\omega)}{|\mathrm{FCT}_h(x;t,\omega)|^2}\right\} = \omega + \frac{\partial}{\partial t}\left[\phi_h(x;t,\omega)\right] \qquad (5.b)$$

$$\text{avec}\ \mathcal{D}h(t) = h'(t) = \frac{dh}{dt}(t) \quad \text{et} \quad \mathcal{T}h(t) = t.\ h(t)$$

Pour la représentation pseudo Wigner-Ville [1,2,3], l'absence de lissage temporel permet de réaliser la réallocation par un déplacement uniquement fréquentiel, calculé à l'aide d'une représentation pseudo Wigner-Ville particulière [22] :

$$\mathrm{PWV}_h(x;t,\omega) = \int h(\tau)\ x(t+\tau/2).x^*(t-\tau/2)\ e^{-j\omega\tau}\ d\tau \qquad (6)$$

$$\hat{t}(t,\omega) = t \qquad \text{et} \qquad \hat{\omega}(t,\omega) = \omega + j\,\frac{\mathrm{PWV}_{\mathcal{D}h}(x;t,\omega)}{\mathrm{PWV}_h(x;t,\omega)} \qquad (7)$$

$$\mathrm{MPWV}_h(x;t',\omega') = \int \mathrm{PWV}_h(x;t',\omega)\ \delta(\omega'-\hat{\omega}(x;t',\omega))\ \frac{d\omega}{2\pi} \qquad (8)$$

Outre les propriétés énoncées précédemment, la représentation pseudo Wigner-Ville modifiée vérifie les propriétés sur les marginales et les moments temporels qui conduisent donc respectivement à la puissance instantanée et à la fréquence instantanée du signal [22].

Enfin, dans le cas de la représentation pseudo Margenau-Hill [25,13], les opérations de réallocation sont construits sur le principe des expressions (2.a) et (2.b), mais en remplaçant la distribution de Wigner-Ville par la distribution de Rihaczek. La réallocation est alors réalisée uniquement par un déplacement fréquentiel calculé à l'aide d'une transformée de Fourier court-terme particulière [22] :

$$\mathrm{PMH}_h(x;t,\omega) = \mathcal{R}\left\{x(t).\mathrm{FCT}^*_h(x;t,\omega).e^{-j\omega t}\right\} \qquad (9)$$

$$= \int \frac{h(\tau)}{2}\ \{x(t).x^*(t-\tau)+x(t+\tau).x^*(t)\}\ e^{-j\omega\tau}\ d\tau$$

$$\hat{t}(x;t,\omega) = t \quad \text{et} \quad \hat{\omega}(x;t,\omega) = \omega + \mathcal{I}m\left\{\frac{\mathrm{FCT}_{\mathcal{D}h}(x;t,\omega).\mathrm{FCT}^*_h(x;t,\omega)}{|\mathrm{FCT}_h(x;t,\omega)|^2}\right\} \qquad (10)$$

On obtient alors une nouvelle distribution temps-fréquence qui vérifie les propriétés sur les marginales et les moments temporels, ainsi que la propriété de conservation des valeurs nulles [13,25]. Elle n'est cependant parfaitement localisée que pour des sinusoïdes et des impulsions [22].

II) Comparaison en termes de concentration.

Différents critères objectifs peuvent être utilisés pour tenter d'évaluer l'efficacité de la technique de réallocation. La concentration des signaux, c'est à dire l'étendue de la surface où ils se localisent dans le plan temps-fréquence, constitue l'un des plus simples. Dans cette étude, seules les spectrogrammes et les représentations pseudo Wigner-Ville et pseudo Margenau-Hill ont été retenues, car ils permettent d'une part de conduire les calculs jusqu'à leur terme, et d'autre part de représenter facilement sur un graphique l'évolution de la concentration d'un signal en fonction de la largeur du lissage utilisé, qui est une fonction gaussienne, $h(u) = K \exp(-u^2/(2T_h^2))$, où K dépend de la représentation choisie et des contraintes imposées par la propriété de conservation de l'énergie.

Dans le cas tout d'abord d'une modulation d'amplitude par une fonction gaussienne, le critère de concentration retenu est la racine carrée du produit des moments temporels et fréquentiels du second ordre calculés à l'origine :

$$x(t) = e^{-t^2/(2T^2)} \qquad C = \sqrt{\Delta t^2(0).\Delta\omega^2(0)} \tag{11}$$

$$\Delta t^2(\omega) = \left(\int t^2 \, RTF(x;t;\omega)\, dt\right).\left(\int RTF(x;t;\omega)\, dt\right)^{-1} \tag{12}$$

$$\Delta\omega^2(t) = \left(\int \omega^2 \, RTF(x;t;\omega)\, \frac{d\omega}{2\pi}\right).\left(\int RTF(x;t;\omega)\, \frac{d\omega}{2\pi}\right)^{-1} \tag{13}$$

Ce choix est rendu possible par le fait que dans le cas de ce signal et de ces représentations, ces deux moments sont des grandeurs réelles positives. Les calculs des différentes représentations de ce signal conduisent alors aux expressions suivantes :

$$C_{SP} = \frac{1+(T_h/T)^2}{2\, T_h/T} \qquad C_{PWV} = \frac{\sqrt{2+(T_h/T)^2}}{2\, T_h/T} \qquad C_{PMH} = \frac{1+(T_h/T)^2}{T_h/T\,\sqrt{2+(T_h/T)^2}}$$

$$C_{SPM} = \frac{T_h/T}{2(1+(T_h/T)^2)} \qquad C_{PWVM} = \frac{T_h/T}{2\sqrt{2+(T_h/T)^2}} \qquad C_{PMHM} = \frac{T_h/T}{\sqrt{2+(T_h/T)^2}}$$

La figure 1, présentant l'évolution de ces différentes fonctions de concentration en fonction du rapport T_h/T, montre que le plus important gain de concentration est obtenu pour le spectrogramme. Tandis que ce dernier passe d'une mauvaise localisation fréquentielle à une mauvaise localisation temporelle en passant par un minimum (qui correspond au filtre adapté), sa version modifiée passe de la représentation temps-fréquence instantanée à celle de retard de groupe-fréquence en passant par un maximum. Pour des largeurs importantes de la fenêtre d'analyse, la représentation PWV et sa version modifiée tendent toutes les deux vers la distribution de Wigner-Ville, de même que la représentation PMH et sa version modifiée tendent vers la représentation de Margenau-Hill. L'utilisation de la méthode de réallocation n'est donc pas justifiée pour $T_h/T>10$. Ces différentes courbes montrent également que la plus faible concentration est obtenue par la version modifiée de la représentation PWV, pour $T_h/T<0.7$. Enfin, il faut également souligner que les versions modifiées du spectrogramme et de la représentation PWV fournissent toujours une concentration inférieure au produit BT du signal, égal à 1/2. La possibilité d'un tel résultat doit sans doute être imputée à la non-bilinéarité de ces représentations.

Enfin, pour une modulation linéaire de fréquence, le critère de concentration retenu se rattache au moment du second ordre en fréquence, et s'écrit pour les différentes représentations

$$x(t) = e^{j\alpha t^2/2} \qquad C = \frac{\Delta\omega^2(0)}{|\alpha|} \tag{14}$$

$$C_{SP} = \frac{1+\alpha^2.T_h^4}{|\alpha|.T_h^2} \qquad C_{PWV} = \frac{1}{|\alpha|.T_h^2} \qquad C_{PMH} = \frac{1}{|\alpha|.T_h^2}$$

$$C_{SPM} = 0 \qquad C_{PWVM} = 0 \qquad C_{PMHM} = \frac{|\alpha|^3.T_h^6}{(1+\alpha^2.T_h^4)^2}$$

Comme il a été mentionné précédemment, les versions modifiées de la représentation PWV et du spectrogramme sont parfaitement localisées sur la droite de la fréquence instantanée du signal, ce qui se traduit donc par des fonctions de concentration nulles. La figure 2 présente l'évolution des autres fonctions de concentration en fonction de $|\alpha|.T_h^2$. On retrouve alors les résultats présentés dans [26], montrant que la concentration du spectrogramme passe par un minimum pour $|\alpha|.T_h^2=1$, tandis que celle de la représentation PWV tend vers 0. Le résultat obtenu par la représentation PMH est identique à celui de la représentation PWV, mais ce résultat mathématique traduit mal la différence de lisibilité entre ces deux représentations sur le plan pratique. enfin, sa version modifiée passe de la représentation temps-fréquence instantanée à la représentation de Margenau-Hill, fournissant un gain de concentration important pour $|\alpha|.T_h^2<1$ et négligeable pour $|\alpha|.T_h^2>10$.

III) Comparaison en termes de résolution.

L'étude précédente montre que la méthode de réallocation permet d'obtenir une meilleure concentration des deux signaux étudiés, confirmant de façon objective la meilleure localisation des différentes composantes d'un signal constatée dans la pratique. Mais la localisation des termes propres n'est pas le seul facteur conditionnant la lisibilité d'une représentation, et il serait souhaitable de prendre également en compte l'existence des termes d'interférence. C'est pourquoi le critère de résolution, correspondant au souhait de distinguer aisément deux composantes proches d'un signal, est un élément de comparaison complémentaire du précédent, où intervient à la fois la concentration des termes propres et la position et l'amplitude des termes d'interférence. Contrairement à [27], on s'est plus particulièrement intéressé à la résolution fréquentielle des représentations, choisissant alors comme signal une sinusoïde réelle :

$$x(t) = \cos(\omega_0 t) = \frac{1}{2}\left(e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}\right) \tag{15}$$

La figure 3 montre en fonction de la largeur T_h/T_e de la fenêtre d'analyse de la valeur l'évolution de la fréquence normalisée $\lambda_0=\omega_0 T_e/2\pi$ pour laquelle les deux composantes ω_0 et $-\omega_0$ peuvent être distinguées, c'est à dire pour laquelle la représentation présente à l'instant $t=0$ deux maxima proches de ω_0 et $-\omega_0$ séparés par un minimum, avec un rapport entre valeurs maximales et minimales supérieur à $\sqrt{2}/2$. Ce critère semble plus proche du besoin de distinguer deux composantes proches sur une image temps-fréquence que le critère utilisé dans [27] basé seulement sur l'existence de deux maxima. La figure 3 montre que l'on obtient un gain de résolution proche de 2 pour la représentation PWV, et légèrement inférieur pour les autres représentations. Un tel gain, très certainement appréciable pour de nombreuses applications, peut paraître faible si l'on considère que les termes d'interférence et les termes d'interférence sont parfaitement localisés lorsqu'on les réalloue séparément. Mais la co-éxistance de plusieurs termes dans les opérateurs de déplacement fréquentiels (du type 2.b) ne permet bien évidemment pas d'avoir un pouvoir de séparation infini.

Conclusion

Après avoir rappelé brièvement le principe de la réallocation, on a montré que celle-ci conduit à une amélioration de la concentration des représentations des deux signaux monocomposantes étudiés. Malgré la simplicité de ces signaux, et la subjectivité portée par les critères de concentration retenus, force est de constater cependant que ces résultats sont en accord avec les multiples résultats expérimentaux réalisés. Ils montrent également que l'utilisation de cette méthode est particulièrement justifiée lorsque la fenêtre d'analyse est petite par rapport aux caractéristiques de la composante du signal, situation que l'on adopte très souvent pour réduire les interférences entre composantes éloignées. On a montré ensuite que la réallocation apporte un gain non-négligeable dans la capacité à distinguer deux composantes proches. Il serait donc souhaitable de poursuivre la mise en évidence des avantages pratiques de cette méthode au delà de ces deux premiers critères, pour analyser notamment son comportement vis à vis de signaux bruités.

Bibliographie

[1] W.F.G. Mecklenbrauker ed, "The Wigner Distribution, Theory and Applications in Signal Processing", Elsevier Science, 1993.

[2] F. Hlawatsch, G.F. Boudreaux-Bartels, "Linear and Quadratic Time Frequency Signal Representations", IEEE SP Magazine, pp 21-67, Avril 1992.

[3] L. Cohen, "Time-Frequency Distributions - A Review", Proceedings IEEE, Vol 77, n° 7, pp 941-981, Juillet 1989.

[4] P. Flandrin, J.P. Sessarego, "Méthodes temps-fréquence en acoustique", Colloque de Physique, Colloque C2, supplément au n° 2, Tome 51, pp 707-716, Février 1990.

[5] C. d'Allessandro, C. Demars, "Représentation temps-fréquence du signal de parole", Traitement du Signal, Vol 9, n° 2, pp 153-173, 1992.

[6] D. Garreau, P. Flandrin, "Le Non-Stationnaire en Mécanique, position du problème et point sur quelques méthodes existantes", Colloque traitement du signal en mécanique, pp 75-96, Senlis 1990.

[7] J. Jeong, W. J. Williams, "Kernel Design for Reduced Interference distributions", IEEE Trans on SP, Vol 40, n° 2, pp 402-412, 1992.

[8] A. Papandreou, G.F. Boudreaux-Bartels, "Generalisation of the Choi-Williams Distribution and the Butterworth Distribution for Time-Frequency analysis", IEEE Trans on SP, Vol 41, n° 1, pp 463-472, Janvier 1993.

[9] S. Qian, J.M. Morris, "Wigner Distribution decomposition and cross-terms deleted representation", Signal processing, Vol 27, n° 2, pp 125-144, 1992.

[10] S. Mallat, Z. Zhang, "Adaptive Time-Frequency Decomposition with Matching Pursuits", IEEE SP Int Symposium on Time-Frequency and Time-Scale Analysis, pp 7-10, 1992.

[11] M. Sun, C.C. Li, L.N. Sekhar, R.J. Sclabassi, "Elimination of the cross-components of the discrete pseudo Wigner-Ville distribution via image processing", Proc IEEE ICASSP, pp 2230-2233, 1989.

[12] F. Auger, C. Doncarli, "Un algorithme d'élimination des termes d'interférence de la transformée de Wigner-Ville", Colloque Gretsi 89, pp 99-102, 1989.

[13] F. Auger, Représentation temps-fréquence des signaux non-stationnaires : Synthèse et Contribution.Thèse de Doctorat de l'Université et de l'Ecole Centrale de Nantes, Déc 1991.

[14] D.L. Jones, T.W. Parks, "A High Resolution Data-Adaptive Time-Frequency Representation", IEEE Trans on ASSP, Vol 38, n° 12, pp 2127-2135, Déc 90.

[15] D.L. Jones, R.G. Baraniuk, "A simple scheme for adapting time-frequency representations", proc IEEE International symposium on time-frequency and time-scale analysis, Oct 1992.

[16] R.G. Baraniuk, D.L. Jones, "A Radially Gaussian, Signal Dependent Time-Frequency Representation", IEEE Int Conf on ASSP, pp 3181-3184, Mai 1991.

[17] R.G. Baraniuk, D.L. Jones, "Signal-dependent time-frequency analysis using a radially gaussian kernel", Signal Processing, Vol 32, n° 2, 1993.

[18] K. Kodera, C. de Villedary, R. Gendrin, "A New Method for the Numerical Analysis of Time-Varying Signals with Small BT Values", Physics of the Earth and Planetary Interiors, n° 12, pp 142-150, 1976.

[19] K. Kodera, R. Gendrin, C. de Villedary, "Analysis of Time-Varying Signals with Small BT Values", IEEE Trans on ASSP, Vol 34, n° 1, pp 64-76, Fév 78.

[20] K. Kodera, "Analyse numérique de signaux géophysiques non-stationnaires", Thèse de doctorat, Paris VI, Janvier 1976.

[21] B. Escudié, J. Gréa, Sur une formulation générale de la représentation en temps et en fréquence dans l'anayse des signaux d'énergie finie, Comptes rendus Acad Sc, Vol 283, pp 1049-1051, 1976.

[22] F. Auger, P. Flandrin, "Improving the Readability of Time-Frequency and Time-Scale Representations by the Reassignment Method", rapport interne LAN 93-05, soumis à la revue "IEEE Transactions on Signal Processing".

[23] O. Rioul, P. Flandrin, Time-Scale Energy Distributions : A General Class Extending Wavelet Transforms, IEEE trans on SP, Vol 40, n° 7, pp 1746-1757, Juillet 92.

[24] P. Flandrin, Représentation temps-fréquence des signaux non-stationnaires, Thèse de doctorat d'état, INPG, Mai 1987.

[25] R.D. Hippenstiel, P.M. de Oliveira, "Time Varying Spectral Estimation using the Instantaneous Power Spectrum (IPS)", IEEE Trans on ASSP, Vol 38, n° 10, pp 1752-1759, Oct 1990.

[26] P. Flandrin, B. Escudié, An Interpretation of the Pseudo Wigner-Ville Distribution, Signal Processing, Vol 6, n° 1, pp 27-36, 1984.

[27] D.L. Jones, T.W. Parks, A Resolution Comparison of Several Time-Frequency Representations, IEEE Trans on ASSP, Vol 40, n° 2, pp 413-420, Février 92.