



AUTOCALIBRATION ROBUSTE EN TRAITEMENT D'ANTENNE : RESOLUTION, CORRELATION ET REGULARISATION

A. FLIELLER, P. LARZABAL, H. CLERGEOT

L. E. Si. R. E.N.S. Cachan 61, Av. du président Wilson 94235 CACHAN Cedex FRANCE U.R.A. C.N.R.S. D1375
C.N.R.S., TdSI G.T.4, E.N.S.T., 46 rue Barrault, 75013 PARIS FRANCE

RESUME

Les méthodes de localisation de sources à haute résolution se dégradent fortement lorsque le modèle qu'elles utilisent s'éloigne de la réalité. En présence d'incertitudes sur les paramètres du modèle il faut donc autocalibrer. Un algorithme d'autocalibration a été proposé par B.Friedlander mais il n'est pas robuste vis à vis de fortes incertitudes sur le modèle. L'objet de cet article est d'en améliorer la robustesse. Dans le cas de sources proches de puissances différentes et fortement corrélées un algorithme original d'autocalibration du maximum de vraisemblance est introduit.

ABSTRACT

The performance of high resolution bearing estimation methods decreases when the used pattern move away from the reality. In case of bad knowledge of the model it is then necessary to autocalibrate. An autocalibration algorithm has been proposed by B.Friedlander but is not robust in the presence of high perturbations of the model. The aim of this paper is to improve its robustness. In the case of closed correlated nonequipowered sources we propose a original autocalibration algorithm of the maximum likelihood method.

1. INTRODUCTION

En théorie les méthodes de localisation à haute résolution fondées sur la décomposition propre de la matrice d'autocorrélation des signaux source sont très performantes. Dans la pratique, elles sont difficilement utilisables du fait de leur grande sensibilité aux perturbations. En particulier nous nous intéressons dans cet article aux perturbations sur le gain et la phase des capteurs. Cette étude est justifiée par le fait que de nombreuses perturbations dans la chaîne de réception peuvent se modéliser par des erreurs sur les gains et phases des capteurs. B.Friedlander a proposé [1] un algorithme fondé sur la décomposition en éléments simples de la matrice d'autocorrélation des signaux qui permet d'estimer simultanément les directions d'arrivée des sources et les gains complexes des capteurs. Malheureusement dans le cas de fortes perturbations la résolution de l'algorithme MUSIC n'est plus suffisante pour autocalibrer correctement. Il faut donc mettre en oeuvre d'autres techniques et éventuellement un autre algorithme.

Dans le paragraphe 2 nous mettons en évidence les dégradations de la méthode MUSIC en présence de perturbations sur la chaîne de réception. Le problème d'autocalibration est ensuite formulé dans le paragraphe 3. Nous y rappelons brièvement la méthode de B.Friedlander. Un premier palliatif aux dégradations du pouvoir de résolution entraîné par de fortes perturbations est proposé dans le paragraphe 4. Le paragraphe 5 expose une méthode de régularisation prenant en compte l'information a priori dont nous disposons sur les capteurs (obtenue expérimentalement). Enfin pour les cas où les sources sont proches, de puissances différentes et corrélées nous proposons au paragraphe 6 une autocalibration originale de la méthode du maximum de vraisemblance.

2. ROBUSTESSE EN DETECTION DE MUSIC

B.Friedlander a étudié [2] la robustesse de l'algorithme MUSIC en termes de biais et de variance dans un cas asymptotique. Dans cet article nous nous intéressons à sa robustesse en détection dans le cas non asymptotique. En effet la non détection du bon nombre de sources entraîne la divergence de l'algorithme d'autocalibration de B.Friedlander.

Pour cette étude des simulations ont été réalisées sur une antenne circulaire uniforme composée de 6 capteurs séparés d'une

demie longueur d'onde des signaux sources à bande étroite. Trois sources de même puissance sont situées à -30° , -5° et 35° . Un bruit décorrélé des sources de RSB égal à 30dB a été rajouté. Enfin la matrice d'autocorrélation est estimée avec $T=100$ observations. Ces conditions expérimentales sont exactement celles proposées par B.Friedlander dans [1]. Il sera ainsi plus aisé de comparer les résultats obtenus.

Les courbes des figures 1,2 et 3 représentent la probabilité de détection des sources (Probabilité d'en détecter une, deux ou trois) lorsque la variance σ des gains complexes des capteurs autour de leur valeur nominale augmente. Nous avons simulé une chaîne de réception dont le gain complexe suit une loi Gaussienne autour de la valeur nominale (gain $g_N = 1$ et phase $\varphi_N = 0$). Soient r et ψ deux variables uniformément réparties entre 0 et 1. Les gains complexes des capteurs $ge^{j\varphi}$ sont générés par:

$$ge^{j\varphi} = \sqrt{-\log(r)}e^{j2\pi\psi}$$

La dégradation en détection est étudiée en fonction de l'excursion possible du gain complexe autour de sa valeur nominale. La limitation en excursion est réalisée par troncature du gain et de la phase: $g_N - \Delta g < g < g_N + \Delta g$ et $\varphi_N - \Delta\varphi < \varphi < \varphi_N + \Delta\varphi$. La figure 1 représente le cas où $g = g_N$ et $\Delta\varphi$ varie de 0° à 90° (σ varie alors de 0 à 0.7). La figure 2 représente le cas où $\varphi = \varphi_N$ et Δg varie de 0 à 0.95.

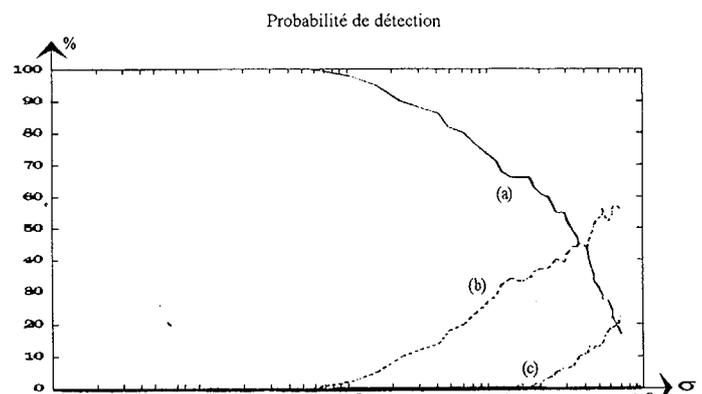


Fig.1: Probabilité d'observer: (a)3pics (b)2pics (c)1pic dans le spectre de MUSIC en fonction de la dispersion de la phase autour de sa valeur nominale. (Gain nominal)

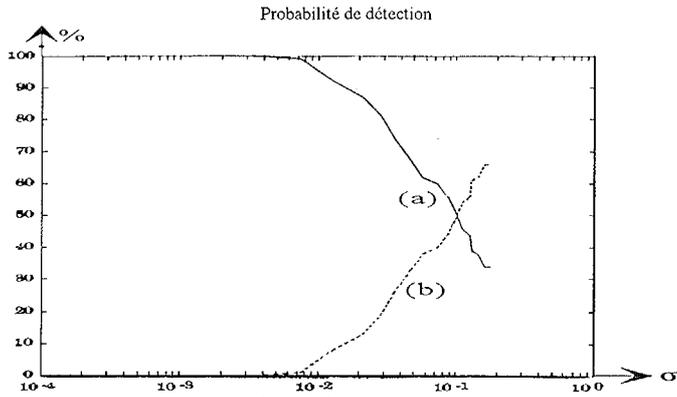


Fig.2: Probabilité d'observer: (a)3pics (b)2pics dans le spectre de MUSIC en fonction de la dispersion du gain autour de sa valeur nominale. (Phase nominale)

Enfin la figure 3 représente le cas où gain et phase varient conjointement, $\Delta\phi$ de 0° à 90° et Δg de 0 à 0.90.

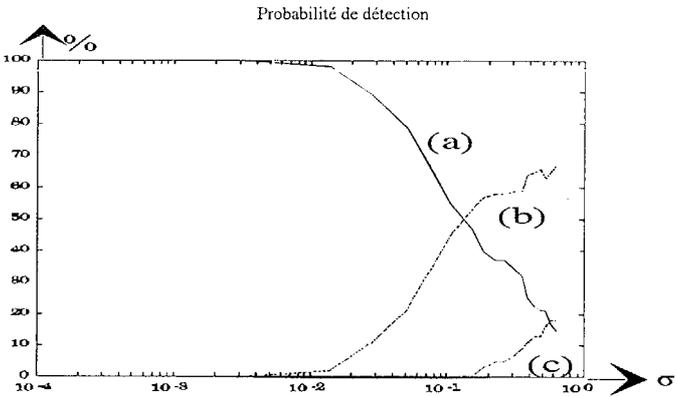


Fig.3: Probabilité d'observer: (a)3pics (b)2pics (c)1pic dans le spectre de MUSIC en fonction de la dispersion autour de la valeur nominale de la phase et du gain conjointement.

Ces résultats mettent bien en évidence la nécessité de rendre l'algorithme robuste au manque de résolution. Nous proposons des solutions au paragraphe 4.

3. AUTOCALIBRATION

3.1. Formulation du problème

Considérons N sources à bande étroite et une antenne constituée de M capteurs. Soit le modèle paramétrique:

$$\mathbf{x}_r(t) = \mathbf{A}_r(\theta, \delta) \cdot \mathbf{s}(t) + \mathbf{b}(t)$$

où \mathbf{x}_r est le vecteur des observations recueilli à la sortie des capteurs, \mathbf{s} le vecteur des signaux émis et \mathbf{b} le vecteur bruit supposé Gaussien

de variance σ_b^2 . L'élément ij de la matrice \mathbf{A}_r est la fonction de transfert entre la j^{ème} source et le i^{ème} capteurs. Ses paramètres sont θ , le vecteur des angles d'arrivée et δ , le vecteur des perturbations. Nous supposons que le gain complexe des chaînes de réception ne varie pas pendant une acquisition de données. Cela nous permet de poser le modèle suivant :

$$\mathbf{A}_r(\theta, \delta) = \Gamma \cdot \mathbf{A}(\theta)$$

où

$$\Gamma = \text{diag}\{\delta\} = \text{diag}\{1, g_2 e^{j\phi_2}, \dots, g_M e^{j\phi_M}\}$$

et

$$A_{mn} = e^{j2\pi(x(m)\sin(\theta_n) + y(m)\cos(\theta_n))}$$

Le front d'onde des signaux sources est supposé plan. $x(m)$ et $y(m)$ sont les coordonnées du m^{ème} capteur exprimées en longueur d'onde. L'origine du repère coïncide avec le premier capteur pris pour référence. g et

Le problème de l'autocalibration peut alors s'énoncer de la manière suivante: étant donné ce modèle et la matrice des observations concaténées \mathbf{X}_r il s'agit de déterminer les directions d'arrivée des ondes θ ainsi que les gains complexes des chaînes de réception δ .

3.2 Principe de l'algorithme de Friedlander

Les algorithmes d'autocalibration réalisent la minimisation d'une fonction coût dans un espace de grande dimension où à la fois les directions d'arrivée et les gains complexes des capteurs sont à rechercher. Cette optimisation est généralement très coûteuse d'où l'idée de réduire sa complexité par diverses hypothèses, contraintes ou techniques. L'algorithme de minimisation proposé par B.Friedlander se décompose en deux étapes. La première consiste à estimer les directions d'arrivée des sources $\{\theta_n\} n=1, \dots, N$ par l'algorithme MUSIC en supposant les gains et phases des capteurs connus (Pour l'initialisation δ sera le δ nominal, ensuite ce sera le δ de l'étape précédente). La deuxième consiste à estimer le vecteur δ en minimisant un critère j faisant intervenir les $\{\hat{\theta}_n\}$.

$$j = \sum_{n=1}^N \left\| \hat{\mathbf{U}}^H \Gamma \mathbf{a}(\hat{\theta}_n) \right\|^2$$

où $\hat{\mathbf{U}}$ est la matrice des vecteurs propres estimés de l'espace bruit et $\mathbf{a}(\theta_n)$ la n^{ème} colonne de la matrice $\mathbf{A}(\theta)$. Le critère j représente la somme des N minima de MUSIC. Ces minima tendent asymptotiquement vers zéro. j traduit la finesse des pics de MUSIC et peut aussi s'écrire sous la forme :

$$j^{(k+1)} = \delta^{(k+1)H} \mathbf{Q}_k \delta^{(k+1)}$$

avec

$$\mathbf{Q}_k = \sum_{n=1}^N \tilde{\mathbf{a}}(\theta_n^{(k)})^H \hat{\mathbf{U}} \hat{\mathbf{U}}^H \tilde{\mathbf{a}}(\theta_n^{(k)})$$

et

$$\tilde{\mathbf{a}}(\theta_n) = \text{diag}\{\mathbf{a}(\theta_n)\}$$

B.Friedlander minimise ce critère sous la contrainte $\delta^H \mathbf{w} = 1$ avec $\mathbf{w} = [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$. Cela conduit au résultat:

$$\delta^{(k+1)} = \frac{\mathbf{Q}_k^{-1} \mathbf{w}}{\mathbf{w}^T \mathbf{Q}_k^{-1} \mathbf{w}}$$

Lorsque dans la première étape MUSIC ne détecte pas le nombre exact de sources le modèle utilisé dans la deuxième étape pour déterminer δ n'est plus valide et l'algorithme de B.Friedlander diverge.

4. INITIALISATION DE SOURCES NON RESOLUES

Les courbes tracées au paragraphe 2 ont mis en évidence le manque de résolution de l'algorithme MUSIC lorsque la dispersion sur le gain complexe des capteurs augmente. Il s'agit alors de modifier l'algorithme d'autocalibration de B.Friedlander pour le rendre robuste à de telles dispersions. Une première idée consiste à initialiser artificiellement les sources non résolues avant de passer à la deuxième étape de l'algorithme d'autocalibration. Dans [3] diverses techniques d'initialisation de sources non résolues ont été proposées.

L'efficacité de cette méthode a été vérifiée sur des simulations, son bon comportement en sera la seule justification. Les conditions de simulation de la figure 4 sont celles du paragraphe 2. Les erreurs admissibles sont de $\Delta\phi = 30^\circ$ sur la phase et de $\Delta g = 0.30$ sur le gain. Dans tous les cas où MUSIC n'a résolu que deux sources alors que le spectre en contient trois, une 3^{ème} source a été initialisée à la valeur moyenne des deux sources détectées. Sur la figure 4 nous pouvons observer l'amélioration introduite par cette technique simple mais efficace. En effet dans un tel cas l'algorithme de B.Friedlander diverge.

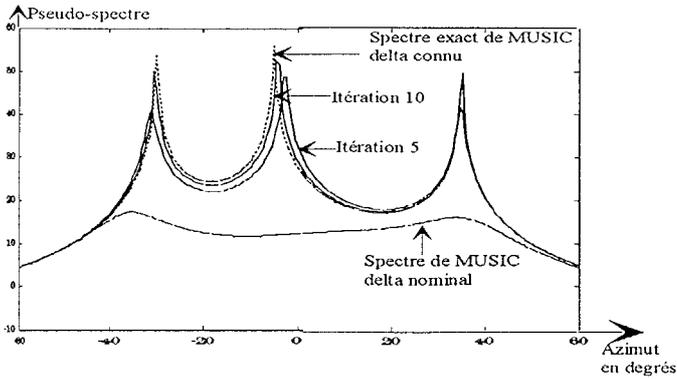


Fig.4: A partir de deux sources dans le spectre de MUSIC et par initialisation d'une troisième source l'algorithme d'autocalibration converge rapidement vers les bons angles d'arrivée.

La méthode a aussi été testée dans des cas où deux angles d'arrivée étaient proches et dans le cas où les rapports signaux à bruit n'étaient pas les mêmes. Dans une grande partie de ces cas l'algorithme d'autocalibration converge bien vers trois sources après initialisation, éventuellement répétée, de la source non résolue. Bien sûr, plus les sources sont rapprochées ou plus le rapport signal à bruit est petit, plus la probabilité pour que MUSIC ne voit pas les trois sources est grande. Dans les cas où malgré une initialisation répétée des sources non résolues l'algorithme ne converge pas il faut améliorer la solution. Nous en proposons une dans le paragraphe suivant.

5. INTRODUCTION D'UN TERME DE REGULARISATION

5.1. Principe

L'idée est d'introduire dans le critère J à minimiser pour obtenir δ , un terme de régularisation rendant compte des connaissances a priori sur les perturbations. Celles-ci pourraient être par exemple fournies expérimentalement. Ce terme de régularisation diminue au cours des itérations pour ne pas perturber la bonne convergence de l'algorithme. En effet il ne sert qu'à éviter la divergence de l'algorithme lors des premières itérations.

Les connaissances a priori dont nous disposons sont les gains et phases nominaux des capteurs ainsi qu'une estimée Ψ de la matrice de covariance de ces grandeurs autour de leur valeur nominale. Nous imposons, à l'aide de ce terme, lors des premières itérations que les gains et phases des capteurs obtenus pour les angles estimés par MUSIC ne s'éloignent pas trop de leurs valeurs nominales. En effet lors des premières itérations de MUSIC les angles estimés $\{\hat{\theta}_n\}$ $n=1, \dots, N$ peuvent être très éloignés de leurs vraies valeurs, à plus forte raison si l'une des sources est une source initialisée artificiellement. D'où le critère

$$J^{(k+1)} = \delta^{(k+1)H} Q_k \delta^{(k+1)} + d(k+1) (\delta^{(k+1)} - \delta_N)^H \Psi^{-1} (\delta^{(k+1)} - \delta_N)$$

avec δ_N le vecteur complexe des gains et phases nominaux et $d(k) = 1/k^2$ le facteur de décroissance à l'itération k . Le premier terme du critère traduit une fidélité aux données, le deuxième terme rend compte des connaissances a priori fournies par l'expérimentation. Le choix d'une décroissance en k^2 n'est pas optimal, il faudrait approfondir cette étude.

Il s'agit maintenant de minimiser ce critère. Nous choisissons la contrainte $\delta^H w = 1$. La méthode des Lagrangiens permet d'obtenir une expression analytique de $\delta^{(k+1)}$. Soit à minimiser

$$J^{(k+1)} = \delta^{(k+1)H} Q_k \delta^{(k+1)} + d(k+1) (\delta^{(k+1)} - \delta_N)^H \Psi^{-1} (\delta^{(k+1)} - \delta_N) + \lambda^{(k+1)} (1 - \delta^{(k+1)H} w)$$

$$\frac{\partial J^{(k+1)}}{\partial \delta} = 2Q_k \delta^{(k+1)} + 2\Psi^{-1} (\delta^{(k+1)} - \delta_N) - \lambda^{(k+1)} w = 0$$

d'où

$$\delta^{(k+1)} = \frac{1}{2} (Q_k + \Psi^{-1})^{-1} [\lambda^{(k+1)} w + 2\Psi^{-1} \delta_N]$$

De plus $\delta^{(k+1)H} w = 1$ ce qui permet de déterminer $\lambda^{(k+1)}$ à partir de l'expression précédente. Finalement l'expression analytique de $\delta^{(k+1)}$ s'écrit:

$$\delta^{(k+1)} = (Q_k + \Psi^{-1})^{-1} \left[\frac{1 - w^H (Q_k + \Psi^{-1})^{-1} \Psi^{-1} \delta_N}{w^H (Q_k + \Psi^{-1})^{-1} w} w + \Psi^{-1} \delta_N \right]$$

La figure 5 illustre la divergence de l'algorithme de B.Friedlander dans un cas où le terme de régularisation n'a pas été introduit.

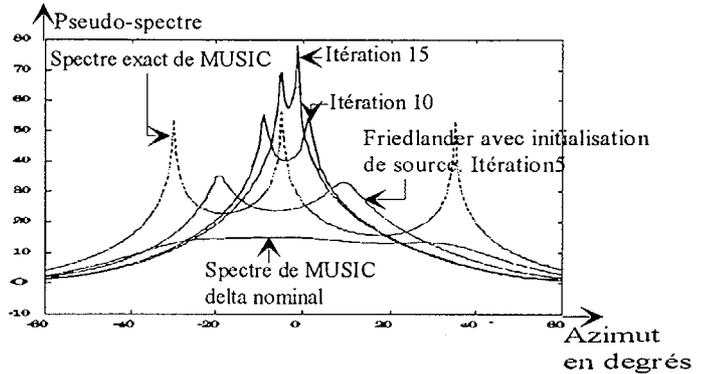


Fig.5: Algorithme de B.Friedlander avec initialisation de source.

Dans ce cas la perturbation est telle que l'algorithme diverge malgré le maintien artificiel de l'ordre du modèle à 3. Introduisons maintenant le terme de régularisation.

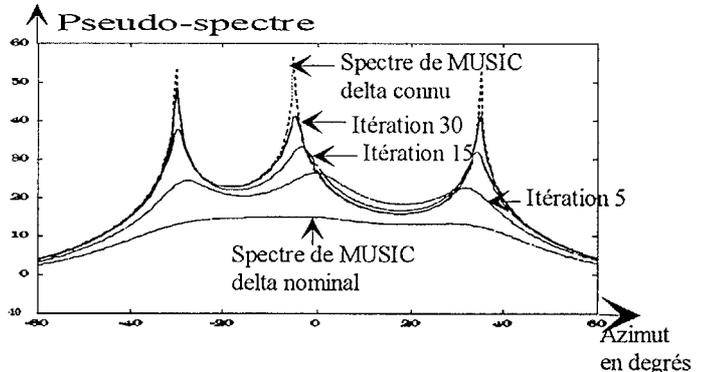


Fig.6: Résultat de l'algorithme faisant intervenir le terme de régularisation.

L'introduction d'un terme de régularisation dans le critère à minimiser améliore nettement la robustesse de l'algorithme face à de grandes perturbations et donne des résultats très corrects.

6. AUTO-CALIBRATION DE LA METHODE DU MAXIMUM DE VRAISEMBLANCE

6.1. Introduction

La méthode MUSIC se dégrade très rapidement en présence de sources proches et fortement corrélées, même sans perturbation du modèle. Il faut alors chercher à autocalibrer des méthodes potentiellement plus performantes. Dans cette optique nous proposons une autocalibration possible de la méthode du maximum de vraisemblance. Elle reste efficace même en présence de sources proches fortement corrélées et de puissances différentes.

Précisons que le manque de résolution de l'algorithme du maximum de vraisemblance se traduit par une égalité de certaines composantes du vecteur estimé. (L'algorithme d'optimisation aura convergé vers un axe de symétrie).



6.2. Critère utilisé

Dans l'étape de détermination des angles d'arrivée le maximum de vraisemblance déterministe est mis en oeuvre à l'aide de boucles de Gauss Newton [4]. (δ est le δ_N pour l'initialisation et celui de l'itération précédente dans les autres cas).

Dans l'étape de détermination de δ nous utilisons un nouveau critère $j_{MV}(\delta)$. Il s'agit du minimum global du maximum de vraisemblance obtenu pour le $\hat{\theta}^{(k)}$ de l'étape précédente. Nous allons montrer à l'aide d'une approximation qu'un tel critère peut se ramener à la formulation quadratique de B.Friedlander. L'approximation du maximum de vraisemblance que nous utilisons a été proposée par H.Clergeot [5]. Rappelons:

$$\hat{\theta}_{MV} = \operatorname{argmin}_{\theta} \left\{ \operatorname{Tr} \left\{ \Pi_B(\theta) \hat{\mathbf{R}}_x \right\} \right\}$$

Avec Π_B matrice de projection sur le sous espace bruit. En prenant l'espérance du critère:

$$\theta_{MV1} = \operatorname{argmin}_{\theta} \left\{ \operatorname{Tr} \left\{ \Pi_B(\theta) \mathbf{R}_Y \right\} \right\} \text{ avec } \mathbf{R}_Y = \mathbf{A}_r \mathbf{P} \mathbf{A}_r^H$$

\mathbf{P} est la matrice de corrélation des signaux sources. Notons $\{\mathbf{e}_i\}$ les vecteurs propres de \mathbf{R}_x et $\{\lambda_i\}$ ses valeurs propres classées par ordre décroissant. Alors:

$$\hat{\mathbf{R}}_Y = \sum_{i=1}^M (\lambda_i - \hat{\sigma}_b^2) \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^H \quad \hat{\sigma}_b^2 = \frac{1}{M-N} \sum_{i=N+1}^M \lambda_i$$

Une autre approximation [5] pour θ proche de la solution donne:

$$\hat{\theta}_{MV2} = \operatorname{argmin}_{\theta} \left\{ \operatorname{Tr} \left\{ \mathbf{A}_r(\theta) \hat{\Pi}_B \mathbf{A}_r(\theta)^H \mathbf{P} \right\} \right\}$$

Puis en utilisant les notations introduites au paragraphe 3:

$$j_{MV2} = \operatorname{argmin}_{\delta} \left\{ \delta^H \left[\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N P_{ij} \tilde{\mathbf{a}}(\theta_j^{(k)}) \tilde{\mathbf{a}}(\theta_j^{(k)})^H \hat{\mathbf{U}} \hat{\mathbf{U}}^H \tilde{\mathbf{a}}(\theta_i^{(k)}) \right] \delta \right\}$$

Remarquons que le critère obtenu est très semblable à celui de B.Friedlander, à une pondération en P_{ij} près. Si les sources sont décorréelées et de même puissance \mathbf{P} est proportionnelle à l'identité et nous retrouvons exactement le critère de B.Friedlander. La pondération en P_{ij} a pour effet d'améliorer la robustesse aux différences de puissance et à la corrélation. La matrice \mathbf{P} n'étant pas connue elle sera estimée itérativement à l'aide de la formule:

$$\mathbf{P}^{(k+1)} = \left(\mathbf{A}_r(\hat{\theta}^{(k)})^H \mathbf{A}_r(\hat{\theta}^{(k)}) \right)^{-1} \mathbf{A}_r(\hat{\theta}^{(k)})^H \hat{\mathbf{R}}_Y \mathbf{A}_r(\hat{\theta}^{(k)}) \left(\mathbf{A}_r(\hat{\theta}^{(k)})^H \mathbf{A}_r(\hat{\theta}^{(k)}) \right)^{-1}$$

6.3. Résultats de simulation. Limite de validité.

Les simulations ont été réalisées sur l'antenne présentée au paragraphe 2. La demi largeur du lobe d'une telle antenne est de 50°. Trois sources de puissances différentes sont situées en -40°, 10° et 40°. Leur corrélation est de 0.99999. Les bruits rajoutés sur chacune des sources ont pour RSB respectivement 45dB, 45dB et 50dB. Le vecteur de perturbation est

$$\delta = \left[1 \ 0.95e^{j5^\circ} \ 1.05e^{j5^\circ} \ 0.95e^{-j5^\circ} \ 1.05e^{-j5^\circ} \ 1.1e^{j10^\circ} \right].$$

Précisons que deux sources sont séparées d'un tiers de la largeur du lobe. Cet exemple draconien rend l'algorithme MUSIC totalement inefficace même sans perturbation de modèle. Au cours d'une itération de l'algorithme le critère du maximum de vraisemblance est minimisé par des boucles de Gauss Newton. Lors de la première itération celles-ci sont initialisées par MUSIC après dédoublement des pics obtenus [3].

Nous avons reporté sur la figure 7 le profil de convergence des trois composantes du vecteur θ au cours des itérations de l'algorithme d'autocalibration. Ces trois composantes peuvent au mieux converger vers la solution fournie par l'algorithme du maximum de vraisemblance mis en oeuvre avec le modèle exact (a priori inconnu) des gains et phases des capteurs. Les trois droites horizontales représentent cette solution. Le maximum de

vraisemblance utilisé sans autocalibration converge loin de la solution. L'autocalibration effectuée est réellement nécessaire.

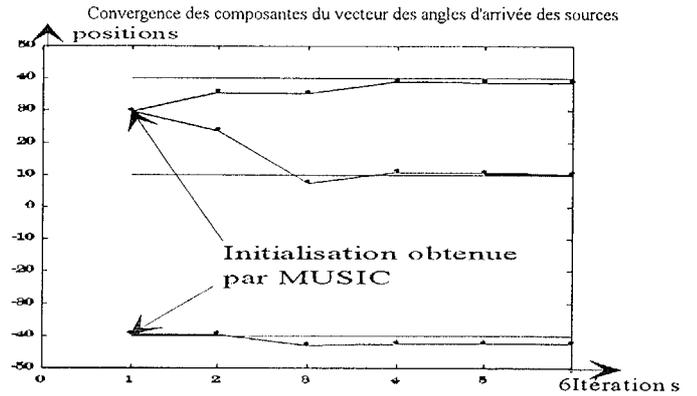


Fig7: Autocalibration du maximum de vraisemblance

Cette simulation met clairement en évidence l'amélioration apportée par rapport à MUSIC. Les nombreuses simulations effectuées souvent avec succès dans un contexte aussi draconien nous encourageant à approfondir cette technique d'autocalibration.

Dans le cas où les perturbations introduites par les gains complexes des capteurs sont plus néfastes que celles introduites par le bruit il faut reformuler le maximum de vraisemblance. (Jusqu'à présent le maximum de vraisemblance tenait uniquement compte d'un bruit blanc additif). En effet il est alors indispensable de tenir compte du vecteur des perturbations δ dans le critère de vraisemblance à maximiser $L(\theta, \sigma^2, \mathbf{A}, \delta)$.

7. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Le manque de résolution en détection des méthodes à hautes résolution en présence de fortes perturbations sur le modèle de signal a été mis en évidence. Nous avons alors introduit dans l'algorithme d'autocalibration de B.Friedlander un artifice pour maintenir l'ordre du modèle égal au nombre de sources ainsi qu'une technique de régularisation du problème. Ces deux techniques confèrent une bonne robustesse à l'algorithme d'autocalibration.

Dans le cas de sources proches et fortement corréelées l'algorithme du maximum de vraisemblance est le plus performant. Une autocalibration originale du maximum de vraisemblance a alors été proposée. Pour les cas extrêmement draconiens il faudrait reformuler le critère du maximum de vraisemblance en tenant compte du vecteur des perturbations.

8. REFERENCES

- [1] B.Friedlander et A.J.Weiss, "Eigenstructure methods for direction finding with sensor gain and phase uncertainties" In Proc ICASSP 1988, vol. 5, pp.2861-2864 April 1988
- [2] B.Friedlander, "A sensitivity analysis of the MUSIC algorithm" IEEE Trans. Acoust. Speech. Signal Processing, vol. 38, N°10, October 1990
- [3] P.Larzabal, "Application du maximum de vraisemblance au traitement d'antenne: radiogoniométrie et poursuite de cibles" Thèse de doctorat en Sciences Physiques Juin 92 Paris Sud
- [4] H.Clergeot, S.Tressens, "Comparisons of two efficient ML algorithms for high resolution sources tracking. Time recursive implementation" ICASSP 90.
- [5] H.Clergeot, S.Tressens et A.Ouamri, "A new maximum likelihood method for estimation of correlated sources. Comparison with existing methods" Proc. of EUSIPCO 87 Sept. 87, Florence, pp. 71-75.
- [6] H.Clergeot et S.Tressens, "Approximate maximum likelihood extension of MUSIC for correlated sources" Rapport interne LESiR 1988.