QUATORZIEME COLLOQUE GRETSI - JUAN-LES-PINS - DU 13 AU 16 SEPTEMBRE 1993

STATISTIQUES D'ORDRE SUPERIEUR DES SIGNAUX COMPLEXES STATIONNAIRES ET NON-STATIONNAIRES.

Pierre-Olivier Amblard et Jean-Louis Lacoume.

CEPHAG-ENSIEG-CNRS URA 346 - BP 46
38402 Saint Martin d'Hères Cédex. France
Tel : 76-82-62-64 Fax : 76-82-63-84 e-mail : amblard@cephag.observ-gr.fr

RÉSUMÉ

L'objet de cette communication est la présentation des définitions des outils d'ordre supérieur pour les signaux à valeurs complexes. Dans un premier temps, nous présentons les multi- corrélations et spectres pour les signaux stationnaires. Puis nous proposons une approche pour le traitement des signaux non-stationnaires basée sur les représentations temps-fréquences d'ordre supérieur que nous construisons. Enfin, nous montrons comment réduire la complexité de ces objets et déduisons de ces représentations une méthodologie pour détecter des transitoires noyés dans du bruit gaussien.

ABSTRACT

In this paper, we are interested in the definition of higher-order tools for complex valued signals. Firstly, we present the multi-correlations and spectra for stationary signals. Then, for non-stationary signals, we propose to use higher-order time-frequency distributions that we construct. Finally, we show how to reduce the complexity of those objects, and how to extract from them ideas to detect transients signals corrupted by additive gaussian noise.

1- INTRODUCTION

Les Statistiques d'Ordre Supérieur (SOS) ont permis ces dernières années la résolution de problèmes jusque là insolubles à l'ordre deux. Les SOS ont apporté une solution à la séparation de sources en aveugle, à l'identification de modèles linéaires à non minimum de phase, à l'égalisation et la déconvolution aveugle, à la détection de couplages quadratiques de phase, ... De plus, les SOS sont présentes naturellement dans le filtrage non-linéaire. Jusqu'à présent, ces SOS ont été étudiées principalement pour des signaux à valeurs réelles. L'objet de cette communication est de préciser les définitions des statistiques d'ordre supérieur pour les signaux à valeurs complexes, dans un premier temps en contexte stationnaire, puis en présentant un approche possible pour les signaux non-stationnaires.

Une analyse à l'ordre 2 examine les liens statistiques entre les valeurs à deux instants ou deux fréquences d'un signal. Ceci ne fournit qu'une description incomplète des propriétés statistiques du signal (sauf s'il est gaussien). Pour approfondir l'analyse, il faut envisager les liens entre trois, quatre, voire plus d'instants (ou fréquences). Soit donc $x(t)$ un signal aléatoire à valeurs complexes dont nous supposerons l'existence des moments à tout ordre. Nous définissons la multicorrélation de $x(t)$ d'ordre $p + q$ par

(1) $C_{x,p+q,p}(\mathbf{t}) = \mathrm{Cum}[x(t_0),\ldots,x(t_{p-1}),x^*(t_{p+1}), \ldots ,x^*(t_{p+q-1})]$

où $\mathbf{t}=(t_0,\ldots,t_{p+q-1})$ et où Cum[.] représente l'opérateur cumulant dont les principales propriétés sont :

- multilinéarité.
- nullité dans le cas gaussien sous réserve que $p + q > 2$.
- nullité si l'ensemble des arguments peut être scindé en deux sous-ensembles indépendants statistiquement.

Une analyse statistique de $x(t)$ à l'ordre N consistera donc en l'étude des $C_{x,p+q,p}(\mathbf{t})$ pour tout couple $(p, p + q)$ tel que $p+q \leq N$. D'une façon équivalente, l'étude pourra être faite dans le domaine fréquentiel. En remplaçant les $x(t_i)$ dans la multicorrélation par leurs représentations de Cramer, nous obtenons la définition du multispectre symétrique d'ordre $p + q$

(2a) $\Sigma_{x,p+q,p}(\nu) = \int C_{x,p+q,p}(\mathbf{t})\exp(-2i\pi(\sum_{i=0}^{p-1} t_i\nu_i - \sum_{i=p}^{p+q-1} t_i\nu_i))d\mathbf{t}$

(2b) $\mathrm{Cum}[dX(\nu_0), \ldots , dX(\nu_{p-1}), dX^*(\nu_p), \ldots , dX^*(\nu_{p+q-1})] = \Sigma_{x,p+q,p}(\nu)d\nu$

où $\nu=(\nu_0,\ldots,\nu_{p+q-1})$. Dans un premier temps, nous allons nous intéresser à l'influence de l'hypothèse de stationnarité sur les définitions précédentes, puis nous envisagerons les multi-corrélations et spectres de différents types de signaux. Dans un deuxième temps, nous lèverons cette hypothèse, et montrerons comment définir des descriptions d'ordre supérieur de signaux non-stationnaires. Ceci sera effectué en construisant des représentations pour des signaux déterministes, qui seront étendues aux signaux alétoires. Enfin, nous montrerons que de ces outils compliqués nous pouvons extraire des méthodologies de traitement en prenant comme exemple la détection de signaux transitoires noyés dans du bruit gaussien.

2- MULTICORRELATIONS, MULTISPECTRES ET STATIONNARITE.

Dans ce paragraphe, nous commençons par étudier l'influence de la stationnarité sur les multioutils définis précédemment. Dans la suite, nous examinerons ce que deviennent ces outils lorsque le signal appartient à certaines classes.

2.1 - *Stationnarité.*

Un signal est stationnaire strictement si toutes ses statistiques sont invariantes par translations temporelles. Une propriété plus faible consiste à envisager cette définition que jusqu'à un certain ordre. Soit donc $x(t)$ un signal stationnaire à l'ordre N. Il vient

(3) $C_{x,p+q,p}(\mathbf{t} + \tau \mathbf{1}) = C_{x,p+q,p}(\mathbf{t})\ \ \forall\ (p,q)\ /\ p+q \leq N$ et $\forall\ \tau$

Cette dernière relation montre que la multicorrélation n'est plus $p+q$ dimensionnelle mais seulement $p+q$-1 dimensionnelle. Posons par exemple

$$\forall\, i = 1, \dots, p-1 \qquad \tau_i = t_i - t_0$$
$$\forall\, i = p, \dots, p+q-1 \qquad \tau_i = -t_i + t_0$$

qui permet de réécrire (1) sous la forme (en posant $t = t_0$)

$$C_{x,p+q,p}(\tau) = \mathrm{Cum}[\, x(t), x(t+\tau_1), \dots, x(t+\tau_{p-1}), x^*(t-\tau_p), \dots, x^*(t-\tau_{p+q-1})\,] \tag{4}$$

où $\tau=(\tau_1,\dots,\tau_{p+q-1})$. On remarque que pour un terme non conjugué, le retard est ajouté à l'origine alors qu'il est retranché dans le cas d'un terme conjugué. Ce choix est fait pour conserver le théorême de Wiener-Kintchine étendu aux ordres supérieurs.

Remarque : la définition ne permet pas de conjuguer le terme $x(t)$. Mais, si l'on définit $C'_{x,p+q,p}(\tau)$ comme (4) en conjuguant $x(t)$, nous avons le relation $C_{x,p+q,q+1}(\tau) = C'_{x,p+q,p-1}(-\tau)^*$. Notre définition permet donc d'atteindre tous les cas possibles de conjugaisons.

Considérons maintenant l'influence de la stationnarité dans le domaine de Fourier. En effectuant dans la définition (2) le changement de variable déjà utilisé pour la définition de $C_{x,p+q,p}(\tau)$, il vient

$$\Sigma_{x,p+q,p}(\nu) = \int\!\!\int C_{x,p+q,p}(\tau)\, \exp(-2i\pi\, \tau^T \nu')\, \exp[2i\pi t\, (\nu_0 + \sum_{i=1}^{p-1} \nu_i - \sum_{i=p}^{p+q-1} \nu_i)dt_0 d\tau \tag{5}$$

où ν' contient les fréquences ν indexées de 1 à $p+q$-1. On retrouve ici la remarque faite à propos du théorême de Wiener-Kintchine : on définit le multispectre "stationnaire" de $x(t)$ d'ordre $p + q$ par

$$S_{x,p+q,p}(\nu') = \int C_{x,p+q,p}(\tau)\, \exp(-2i\pi\, \tau^T \nu')\, d\tau \tag{6}$$

La relation entre le multispectre symétrique et le multispectre stationnaire est alors obtenue en réalisant dans (5) la sommation selon t_0 qui conduit à

$$\Sigma_{x,p+q,p}(\nu) = S_{x,p+q,p}(\nu')\,\delta(\nu_0 + \sum_{i=1}^{p-1} \nu_i - \sum_{i=p}^{p+q-1} \nu_i) \tag{7}$$

Ceci montre qu'en stationnaire, le multispectre symétrique ne vit que sur l'hyperplan définit par

$$\nu_0 + \sum_{i=1}^{p-1} \nu_i - \sum_{i=p}^{p+q-1} \nu_i = 0$$

appelé multiplicité stationnaire.

De plus il possible de montrer que le multispectre sur cet hyperplan peut s'écrire selon

$$S_{x,p+q,p}(\nu') = \mathrm{Cum}[\, X(- \sum_{i=1}^{p-1} \nu_i + \sum_{i=p}^{p+q-1} \nu_i), X(\nu_1), \dots, X(\nu_{p-1}), X^*(\nu_p), \dots, X^*(\nu_{p+q-1})\,] \tag{8}$$

Remarques :

- dans ce qui a été présenté, nous avons choisi arbitrairement l'instant t_0 comme instant de référence, ce qui a impliqué la relation entre ν_0 et les autres fréquences. Il est bien évident que n'importe quel instant peut être pris comme référence, et le rôle de ν_0 sera joué par la fréquence associée à l'instant choisi.
- les définitons précédentes peuvent bien sûr s'appliquer aux signaux à valeurs réelles. Dans ce cas, les termes conjugués n'ont plus lieu d'apparaître, et l'on aura

$$C_{x,p}(\tau) = \mathrm{Cum}[\, x(t), x(t+\tau_1), \dots, x(t+\tau_{p-1})\,] \tag{9}$$

$$S_{x,p}(\nu') = \mathrm{Cum}[\, X(-\sum_{i=1}^{p-1} \nu_i), X(\nu_1), \dots, X(\nu_{p-1})\,] = \mathrm{Cum}[\, X^*(\sum_{i=1}^{p-1} \nu_i), X(\nu_1), \dots, X(\nu_{p-1})] \tag{10}$$

qui sont les définitions classiques.

2.2- *Signaux analytiques.*

Un signal $x(t)$ est dit analytique si sa transformée de Fourier vérifie $X(\nu) = 0$ pour $\nu < 0$. Donc, examinant (8), le multispectre $S_{x,p+q,p}(\nu)$ est non nul si l'intersection des hyperplans (où ν' est maintenant noté ν par simplicité)

i) $\nu_i > 0 \;\; \forall\, i = 1, \dots, p+q$-1 et ii) $- \sum_{i=1}^{p-1} \nu_i + \sum_{i=p}^{p+q-1} \nu_i > 0$

est non vide. Ainsi, dans le cas $q = 0$ (i.e. aucun terme conjugué), $S_{x,p,p}(\nu) = 0$ car l'intersection de i et ii est vide.

Ainsi, pour des signaux analytiques, les multispectres ne comprenant que des termes conjugués ou que des termes non conjugués sont nuls.

2.3- *Signaux circulaires* [1].

Une fonction aléatoire est circulaire strictement si toutes les variables aléatoires multidimensionelles qu'elles induit sont circulaires. Une fonction aléatoire est circulaire d'ordre n si les variables aléatoires multidimensionelles de dimension inférieure ou égale à n qu'elles induit sont circulaires [1].

Pour des vecteurs aléatoires, une caractérisation de la circularité est la suivante. Un vecteur aléatoire est circulaire si et seulement si ses tenseurs cumulants (ou moments) comportant un nombre différent de termes conjugués que de termes non conjugués sont nuls [1,2]. Donc, la définition de la circularité des fonctions aléatoires et la précédente caractérisation suffisent pour conclure que $C_{x,p+q,p}(\tau) = 0$ si $q \neq p$. Ainsi, pour un signal circulaire, seules les multicorrélations du type $C_{x,2p,p}(\tau)$ sont non nulles.

2.4- *Signaux modulés par des fréquences pures.*

Soit un signal $x(t)$ définit par $x(t) = z(t)\, e^{2i\pi \nu_0 t}$ où $z(t)$ est stationnaire. Dans le domaine fréquentiel, cette définition devient $X(\nu) = Z(\nu - \nu_0)$. Notons que $x(t)$ n'est pas strictement stationnaire (il est d'ailleurs cyclostationnaire). Toutefois, évaluons $S_{x,p+q,p}(\nu)$ pour ce signal. Il vient

$$S_{x,p+q,p}(\nu) = \mathrm{Cum}[\, Z(- \sum_{i=1}^{p-1} \nu_i + \sum_{i=p}^{p+q-1} \nu_i - \nu_0), Z(\nu_1 - \nu_0), \dots, Z(\nu_{p-1} - \nu_0), Z^*(\nu_p - \nu_0), \dots, Z^*(\nu_{p+q-1} - \nu_0)\,]$$

Or, $S_{z,p+q,p}(\nu)$ est nul si ν sort de la multiplicité stationnaire. Ainsi, pour que le multispectre de x soit non nul il faut

$$- \sum_{i=1}^{p-1} \nu_i + \sum_{i=p}^{p+q-1} \nu_i - \nu_0 = - \sum_{i=1}^{p-1} (\nu_i - \nu_0) + \sum_{i=p}^{p+q-1} (\nu_i - \nu_0)$$

qui implique immédiatement que q doit vérifier $q = p$. Encore une fois, $S_{x,p+q,p}(\nu)$ est non nul si il comporte autant de termes conjugués que non conjugués dans sa définition. De plus,

$$S_{x,2p,p}(\nu) = S_{z,2p,p}(\nu - \nu_0 \mathbf{1}) \tag{11}$$

Ainsi, $x(t)$ n'est pas strictement stationnaire, mais certaines de ses statistiques (ordre pair avec autant de conjugués que de non conjugués) sont "stationnaires".

3- DESCRIPTION D'ORDRE SUPERIEUR DES SIGNAUX NON-STATIONNAIRES

L'étude des statistiques d'ordre supérieur des signaux non-stationnaires est motivée par certains problèmes comme, à titre d'exemple, la détection de couplage quadratique de phases variant dans le temps. Nous allons montrer ici que l'approche des représentations temps-fréquence bilinéaires peut-être étendue aux ordres supérieurs.

3.1- *Distributions temps-fréquence d'ordre supérieur.*

La construction de ces représentations est effectuée pour des signaux déterministes. De plus, pour des raisons sur lesquelles nous reviendrons, nous construirons ces outils en utilisant des moments.Une forme générique que doit posséder une représentation d'ordre supérieur est

(12) $$R_{x,p+q,p}(t,\nu) = \int k(t,\nu,\mathbf{t})\, x(t_1)\dots x(t_p)\, x^*(t_{p+1})\dots x^*(t_{p+q})\, \mathbf{dt}$$

Cette définition est évidemment inutilisable. Toutefois, il existe deux propriétés qui permettent de la simplifier considérablement.

- invariance par translations temporelles : les représentations de deux événements identiques apparaissant à des dates différentes doivent être identiques, i.e.

(13) $$R_{x(t-\tau),p+q,p}(t,\nu) = R_{x(t),p+q,p}(t-\tau,\nu) \quad \forall \tau$$

- invariance par translations fréquentielles : cette propriété est plus délicate! En effet, nous avons vu au § 2.4 que l'invariance par translation fréquentielle dans le cas stationnaire requiert des multispectres d'ordre pair, avec un nombre égal de conjugués que de non conjugués. Nous allons donc montrer comment à partir de $R_{x,2p,p}(t,\nu)$ donné par (12) et des deux invariances nous pouvons construire des représentations utilisables. Toutefois, notons que pour des ordres impairs, la construction que nous allons faire est possible en envisageant des inter-représentations, qui seraient les extensions au non-stationnaire des inter-multispectres.

Mathématiquement, l'invariance par translation fréquentielle se traduit par

(14) $$R_{x(t)\exp(2i\pi f t),2p,p}(t,\nu) = R_{x(t),2p,p}(t,\nu - f\mathbf{1}) \quad \forall f$$

La section suivante est dédiée à la construction déductive des représentations temps-fréquence d'ordre supérieur.

3.2- *Construction déductive.*

Les deux invariances invoquées précédemment se traduisent par les relations (13) et (14). D'une façon équivalente, ces propriétés contraignent le noyau $k(t,\nu,\mathbf{t})$ dans (12) à suivre

(15a) $$k(t-\tau,\nu,\mathbf{t}-\tau\mathbf{1}) = k(t,\nu,\mathbf{t})$$

(15b) $$k(t,\nu - f\mathbf{1},\mathbf{t}) \exp\{-2i\pi f(\sum_{i=1}^{p} t_i - \sum_{i=p+1}^{2p} t_i)\} = k(t,\nu,\mathbf{t})$$

(15a) montre que le la dimension temporelle du noyau peut être réduite de 1, et (15b) permet de déduire que le noyau ne dépend des fréquences qu'à travers une exponentielle complexe [3]. Plus précisément, le noyau peut s'écrire

(16) $$F(t - \frac{1}{2p}\sum_{i=1}^{2p} t_i,\ \mathbf{t} - t_{2p}\mathbf{1})\ \exp\{-2i\pi(\sum_{i=1}^{p} \nu_i\,(t_i - t_{2p}) - \sum_{i=p+1}^{2p-1} \nu_i\,(t_i - t_{2p}))\}$$

De plus, en posant

(17a) $\forall i = 1, \dots, p \qquad \tau_i = t_i - t_{2p}$

(17b) $\forall i = p+1, \dots, 2p-1 \qquad -\tau_i = t_i - t_{2p}$

(17c) $\theta = \frac{1}{2p}\sum_{i=1}^{2p} t_i$

il vient

(18) $$R_{x,2p,p}(t,\nu) = \int F(t-\theta,\tau)\, x(t_1)\dots x(t_p)\, x^*(t_{p+1})\dots x^*(t_{2p})\ \exp\{-2i\pi\,\tau^T\nu\}\, d\tau\, d\theta$$

où les arguments des x(.) sont laissés en t_i par soucis de lisibilité. Toutefois, t_{2p} peut être obtenu en sommant (17a,b,c), puis (17a,b) donnent les autres t_i.

A titre d'exemple, la distribution d'ordre 4 est

(19) $$R_{x,4,2}(t,\nu) = \int F(t-\theta,\tau))\, e^{-2i\pi\tau^T\nu}\, x(\theta + \frac{3\tau_1+\tau_2-\tau_3}{4})\, x^*(\theta + \frac{-\tau_1-3\tau_2-\tau_3}{4})\, x(\theta + \frac{-\tau_1+\tau_2+3\tau_3}{4})\, x^*(\theta - \frac{\tau_1-\tau_2+\tau_3}{4})\, d\tau\, d\theta$$

Notons que θ défini en (17c) représente le barycentre des temps choisis. Ainsi, la fenêtre F est centrée autour de ce barycentre, ce qui est une idée légitime en non-stationnaire qui n'apparaît pas en stationnaire. L'expression (18) définit une classe générale de représentations temps-fréquence d'ordre $2p$ que nous appelons par extension classe de Cohen d'ordre $2p$. Les éléments de cette classe sont paramétrés par le noyau F qui définit les propriétés de la représentation. Un exemple de ces représentations est la distribution de Wigner-Ville obtenue en posant $F(t,\tau) = \delta(t)$, soit, à l'ordre 4

(20) $$WV_{x,4,2}(t,\nu) = \int x(t + \frac{3\tau_1+\tau_2-\tau_3}{4})\, x^*(t + \frac{-\tau_1-3\tau_2-\tau_3}{4})\, x(t + \frac{-\tau_1+\tau_2+3\tau_3}{4})\, x^*(t - \frac{\tau_1-\tau_2+\tau_3}{4})\ \exp\{-2i\pi\,\tau^T\nu\}\, d\tau$$

3.3- *Discussion. Cas aléatoire pour la distribution de Wigner-Ville.*

Le changement de variable (17) n'est pas fortuit, mais est justifié par le fait que l'espérance mathématique du produit $x(t_1) \dots x(t_p)\, x^*(t_{p+1}) \dots x^*(t_{2p})$ dans le cas aléatoire stationnaire donne la multicorrélation basée sur les moments. Nous arrivons ici à un point crucial. En effet, nous souhaitions retrouver la définition des multispectres dans le cas aléatoire stationnaire en effectuant un moyennage d'ensemble des $R_{x,2p,p}(t,\nu)$. Etant donné (18), il est manifeste que nous ne pouvons aboutir aux définitions de $S_{x,2p,p}(\nu)$ données au §2.1. Ainsi, nous pouvons définir le multispectre de Wigner-Ville de deux façons :

- prendre l'espérance de $WV_{x,2p,p}(t,\nu)$ qui conduit à une représentation basée sur les moments. Dans ce cas, les membres de la classe de Cohen d'ordre $2p$ apparaissent comme des estimateurs de ce multispectre.
- remplacer le produit $x(t_1) \dots x(t_p)\, x^*(t_{p+1}) \dots x^*(t_{2p})$ par le cumulant associé, soit $\mathrm{Cum}[x(t_1), \dots, x(t_p), x^*(t_{p+1}), \dots, x^*(t_{2p})]$. Dans ce cas, un estimateur est obtenu par une combinaison non-linéaire de membres des classes de Cohen d'ordre inférieur à $2p$. Cette définition semble satisfaisante puisqu'elle possède de bonnes propriétés dues aux propriétés des cumulants. Par exemple, en théorie, ce multispectre de Wigner-Ville ne fait pas apparaître d'interférence entre composantes indépendantes d'un signal, et est insensible aux pollutions additives gaussiennes. Toutefois, cette définition a le désavantage (en est-il un vraiment?) de ne pas être basée sur une approche déductive comme l'est la première définition.

Dans la suite, nous choisirons comme définition du multispectre de Wigner-Ville celle basée sur les cumulants.

3.4- *Réduction de complexité.*

Une des propriétés souhaitées des représentations ou spectres temps-fréquence d'ordre 2 est la bonne lisibilité. D'ailleurs, de nombreuses applications utilisent ces objets comme descripteurs et non comme quantificateurs. Il est évident que la lisibilité des représentations d'ordre supérieur est nulle!, notre vision se limitant à l'espace. De plus, leur évaluation est gourmande en temps de calcul et en place mémoire. Il faut donc trouver des moyens de réduire cette complexité. Une possibilité est de regarder certaines tranches de ces représentations (comme il est communément fait pour les multicorrélations et multispectres) [7]. Nous proposons une approche différente, dont les racines se trouvent dans le principe de contraction des tenseurs cumulants, utilisé notamment par J.F. Cardoso en séparation de source et traitement d'antenne utilisant les SOS [5]. Cette contraction permet de réduire la complexité tout en gardant l'information. Considérons

$$(21) \quad WV_{x,4,2}(t,\nu) = \int e^{-2i\pi \tau^T \nu}\, \mathrm{Cum}[x(t+\frac{3\tau_1+\tau_2-\tau_3}{4}), x^*(t+\frac{-\tau_1-3\tau_2-\tau_3}{4}), x(t+\frac{-\tau_1+\tau_2+3\tau_3}{4}), x^*(t-\frac{\tau_1-\tau_2+\tau_3}{4})]\, d\tau$$

Une façon de contracter cet objet est de sommer (21) sur deux fréquences, pour donner

$$(22) \quad WVC_{x,4,2}(t,\nu) = \int \mathrm{Cum}[x(t+\frac{3\tau}{4}), x^*(t-\frac{\tau}{4}), x(t-\frac{\tau}{4}), x^*(t-\frac{\tau}{4})] e^{-2i\pi \tau\nu}\, d\tau$$

3.5- *Exemple d'application.*

Nous montrons ici comment dégager des outils complexes définis précédemment une méthodologie de traitement en prenant comme exemple la détection de transitoires noyés dans du bruit gaussien. Une approche pour résoudre se problème est présentée dans [6] où les auteurs estiment un bispectre à court terme (ou bispectrogramme [3]) avant de construire une mesure dépendant du temps en sommant sur les deux composantes fréquentielles de l'objet (plus précisémment sur le module carré du bispectrogramme). Nous avons montré [4] que leur méthode s'inscrit dans le domaine d'application des représentations temps-fréquence d'ordre 3, puisque le bispectrogramme est un membre de la classe de Cohen d'ordre 3. Mais le bispectrogramme ne respecte pas le support temporel du signal et nous avons proposé d'utiliser une représentation qui possède cette propriété, comme la représentation de Wigner-Ville d'ordre 3. De plus, nous pouvons étendre cette méthode à l'ordre 4 pour obtenir le détecteur théorique suivant

$$(23) \quad d(t) = \int |WV_{x,4,2}(t,\nu)|^2 d\nu$$

Ce détecteur a son équivalent dans le domaine temporel si l'on remplace $WV_{x,4,2}(t,\nu)$ par sa transformée de Fourier inverse (selon ν) qui est appelée multicorrélation locale. La méthodologie est donc la suivante : estimer une multicorrélation temporelle et calculer la mesure à toute date. Nous avons implanté ceci en prenant comme estimateur de la multicorrélation locale d'ordre 4 le tenseur cumulant d'ordre 4 calculé recursivement [4]. Le tenseur est ensuite contracté sur lui même pour donner le détecteur. Un exemple est montré sur la figure où un signal transitoire très faible est noyé dans du bruit gaussien (le SNR est d'environ de -10 dB et est évalué dans la zone où vit le transitoire). Pour cette valeur du SNR, le détecteur d'énergie est inutilisable alors que notre méthode permet la détection.

4- CONCLUSION

Ce papier a présenté des définitions des statistiques d'ordre supérieur des signaux complexes stationnaires et non-stationnaires. Pour le cas stationnaire, une approche particulière à été prise pour conserver le théorême de Wiener-Kintchine. Dans le cas non-stationnaire pour lequel beaucoup d'approches sont possibles, nous avons pris le parti d'étendre les idées du temps fréquence d'ordre 2. Ceci conduit à des classes générales de représentations, et nous avons montré à travers un exemple qu'à notre avis, ces outils sont plus des aides à la définition de traitements. En effet, leur complexité rend très difficile leur utilisation pratique. De plus, le problème crucial de l'estimation de ces représentations n'est pas abordé, mais nous pouvons être sûr que les variances d'estimation limiterons leur utilisation.

Travail supporté par la DRET, la DCN et le CNRS

BIBLIOGRAPHIE

[1]B.Picinbono, Greco CNRS GT9, Réunion du 1er octobre 1990, LYON

[2]J.L.Lacoume, M.Gaeta, Complex random variables : A tensorial approach, in Higher Order Statistics, pp81-84, J.L. Lacoume editor, Elsevier,1991.

[3]P.O. Amblard, J.L. Lacoume, A deductive construction of 3rd order Time-Frequency Distributions, To appear in Sig. Proc.

[4]P.O. Amblard, J.L. Lacoume,J.M. Brossier, Transient detection,Higher-Order Time-Frequency distributions and the entropy, IEEE Worshop on HOS, Lake Tahoe, juin 1993, USA.

[5]J.F. Cardoso, Higher order narrow band array processin, in Higher Order Statistics, pp39-48, J.L. Lacoume editor, Elsevier,1991.

[6]L. Persson, E. Sangfelt, Detection of hydroacoustic transient by means of HOS, Proc EUSIPCO 1992, Bruxelles.

[7]J. Fonollosa, C. Nikias, Wigner HO moments spectra : definition, properties, computation and application to transient detection , IEEE SP, **SP 41**, 1 , January 1993.

FIGURE