



Déconvolution aveugle en sismique utilisant les statistiques d'ordre supérieur

M. Boumahdi, F. Glangeaud et J.L. Lacoume

CEPHAG/ENSIEG, Domaine Universitaire, BP 46, 38402 Saint-Martin-d'Hères Cedex, France
Tel (33) 76 82 64 23, Fax (33) 76 82 63 84, e-mail: boumahdi@cephag.observ-gr.fr

RÉSUMÉ

ABSTRACT

Pour résoudre le problème de la déconvolution aveugle en sismique, nous utilisons les statistiques d'ordre supérieur. Nous adoptons une approche d'estimation paramétrique, basée sur un modèle ARMA causal ; utilisant les statistiques d'ordre deux et d'ordre quatre. Nous testons l'algorithme, sur des signaux sismiques simulés, puis nous l'utilisons pour déconvoluer des signaux sismiques réels.

In this paper we use the higher order statistics, to resolve the problem of nonminimum phase blind deconvolution in seismic. We adopt a parametric approach of estimation, based on ARMA model ; using both second and fourth order statistics. Results obtained both on simulations and real seismic data are presented.

I- Introduction

La déconvolution aveugle est un problème important en sismique, il fût l'objet de plusieurs études [Donoho] [White] [Lavergne] [Yilmaz]. L'approche classique généralement utilisée, pour résoudre ce problème consiste à considérer le signal sismique comme un processus aléatoire gaussien, donc complètement défini par ses statistiques d'ordre deux (autocorrélation ou densité spectrale de puissance). Cette approche est restrictive car l'ordre deux supprime toute information sur la phase du gain complexe d'un filtre linéaire, il ne permet que l'identification de filtres à phases minimales. Depuis une dizaine d'années de nouvelles approches utilisant les statistiques d'ordre supérieur à deux (SOS) furent proposées, car les SOS gardent l'information sur la phase et permettent l'identification aveugle de filtres linéaires à phases non-minimales. Ainsi dans la littérature, plusieurs algorithmes d'identification aveugle utilisant les SOS furent proposés, la plupart utilisent les statistiques d'ordre trois (bicorrélation ou bispectre), en adoptant des approches d'estimation non-paramétrique [Nikias] ou paramétrique [Mendel] [Chang-Yung] [Giannakis]. Nous avons choisi d'utiliser les statistiques d'ordre quatre pour pouvoir traiter des signaux sismiques réels, qui ont des densités de probabilités (DDP) proches de la symétrie. Nous adoptons une approche d'estimation paramétrique basée sur un modèle ARMA(p,q), car d'une part elle a une variance d'estimation plus faible que l'estimation non-paramétrique, et d'autre part le modèle ARMA(p,q) caractérise mieux un processus aléatoire, qu'un modèle AR ou MA. A l'ordre deux nous identifions le filtre ARMA(p,q) à phase minimale spectralement équivalent, ensuite nous utilisons l'ordre quatre (en maximisant le kurtosis) pour retrouver le vrai filtre.

Dans la partie II nous définissons les statistiques d'ordre quatre (tricorrélation, kurtosis et trispectre) d'un processus aléatoire stationnaire. Dans la partie III, nous présentons la méthode d'estimation d'un filtre ARMA(p,q) à partir des statistiques d'ordre quatre de sa sortie. Dans la partie IV nous montrons la fiabilité de l'algorithme en présentant les

résultats obtenus sur des signaux sismiques simulés, puis nous utilisons l'algorithme pour traiter des signaux sismiques réels.

II- Définitions

Soit $\{x(t)\}$ un processus aléatoire centré réel, discret et stationnaire d'ordre quatre, sa tricorrélation est:

$$K_x(l,m,n) = E\{x(t)x(t+l)x(t+m)x(t+n)\} - \Gamma_x(l)\Gamma_x(m-n) - \Gamma_x(m)\Gamma_x(l-n) - \Gamma_x(n)\Gamma_x(l-m) \quad (1)$$

Où $\Gamma_x(l) = E\{x(t)x(t+l)\}$ est l'autocorrélation de $x(t)$ à l'instant 'l'. Son trispectre est défini comme la transformée de Fourier discrète tridimensionnelle (TFD3D) de la tricorrélation:

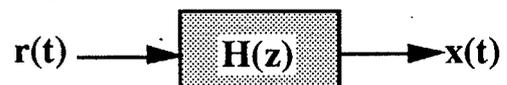
$$T_x(v_1, v_2, v_3) = \text{TFD3D} [K_x(l, m, n)] \quad (2)$$

Le kurtosis est égal à la valeur de la tricorrélation à l'origine, normalisée par le carré de la puissance:

$$\text{Kurt}[x(t)] = [K_x(0,0,0)] / [\Gamma_x(0)]^2 \quad (3)$$

II.1- Application au filtrage linéaire:

Soit $\{r(t)\}$ un processus aléatoire réel, centré et discret, stationnaire d'ordre quatre, il est dit bruit blanc d'ordre quatre, si et seulement si sa densité spectrale de puissance est constante $[\gamma_r(v) = \alpha]$, ainsi que son trispectre $[T_r(v_1, v_2, v_3) = \zeta \neq 0]$. Cela signifie que $\{r(t)\}$ a une DDP non-gaussienne. $\{r(t)\}$ excite l'entrée d'un filtre linéaire invariant dans le temps, de réponse impulsionnelle réelle $h(t)$. $\{x(t)\}$ est la sortie du filtre.





En utilisant l'équation de [Brillinger] nous avons à l'ordre quatre :

$$K_x(l,m,n) = \zeta \sum_i h(i)h(i+l)h(i+m)h(i+n)$$

d'où

$$T_x(v_1, v_2, v_3) = \zeta H(v_1)H(v_2)H(v_3)H^*(v_1+v_2+v_3) \quad (4)$$

À l'ordre deux nous avons :

$$\Gamma_x(\tau) = \alpha \sum_i h(i)h(i+\tau) \quad \text{et} \quad \gamma_x(v) = |H(v)|^2 \alpha \quad (5)$$

$H(v)$: est la TFD de $h(t)$.

La déconvolution aveugle, consiste à estimer le filtre $h(t)$, uniquement à partir des statistiques de la sortie observée $x(t)$. L'ordre deux (5) donne une information sur le module du gain complexe, et supprime toute information sur sa phase ; il ne permet d'estimer que les phases minimales à partir du module [Oppenheim]. Au contraire, l'ordre quatre (4) apporte une information sur la phase du gain complexe du filtre.

III- Identification de filtres ARMA(p,q)

Soit le processus ARMA(p,q), réel et causal :

$$x(t) + \sum_{i=1}^p a_i x(t-i) = r(t) + \sum_{i=1}^q b_i r(t-i) \quad (6)$$

Où $r(t)$ est un bruit blanc d'ordre quatre (entrée du filtre inaccessible), $x(t)$ est la sortie du filtre (accessible), $\{a_i\}$ sont les coefficients de la partie AR(p) et $\{b_i\}$ sont les coefficients du filtre MA(q). La Transformée en Z du filtre est :

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)}, \quad \text{avec} \quad A(z) = 1 + \sum_{i=1}^p a_i z^{-i} \quad \text{et} \quad B(z) = 1 + \sum_{i=1}^q b_i z^{-i}$$

Le filtre ARMA(p,q) est causal, tous les pôles de $H(z)$ sont à l'intérieur du cercle unité ; s'il est à phase minimale, tous les zéros de $H(z)$ sont aussi à l'intérieur du cercle unité ; sinon cela signifie qu'il existe au moins un zéro à l'extérieur du cercle unité. Identifier un filtre ARMA(p,q) causal à phase non-minimale, revient à identifier une partie AR à phase minimale, puis identifier une partie MA causale à phase non-minimale.

Plusieurs travaux traitant la déconvolution aveugle, proposent des algorithmes qui utilisent l'information apportée par les statistiques d'ordre deux, et la complètent par l'information apportée par les statistiques d'ordre supérieur [Mendel] [Lacoume]. Ainsi à titre d'exemple, dans [Chang-Yung], d'abord on identifie le filtre à phase minimale spectralement équivalent, ensuite on retrouve le vrai filtre en cherchant à maximiser le moment d'ordre trois. De même dans [Tugnait], Tugnait identifie le filtre à phase minimale, puis retrouve le vrai filtre en cherchant à minimiser la différence entre la tricornélation théorique de la sortie du filtre et celle estimée. Nous avons choisi comme critère pour retrouver le vrai filtre, de maximiser le kurtosis, car d'une part le kurtosis permet de traiter les signaux à densités de probabilités symétriques contrairement à [Chang-Yung], et d'autre part c'est un opérateur linéaire dont la valeur est indifférente à la multiplication par une constante, contrairement à la

tricornélation. Cette méthode est inspirée des travaux de [Donoho] [White] [Tugnait] [Lacoume] [Chang-Yung]. Comme l'ont souligné Tugnait dans [Tugnait] et Mendel dans [Mendel], les approches (y compris celle que nous proposons) dont la première étape consiste à identifier à l'ordre deux le filtre à phase minimale spectralement équivalent, ne peuvent identifier des filtres passe-tout (*allpass*), car ils sont invisibles dans l'autocorrélation. Cela ne constitue pas un handicap pour les signaux sismiques, car la densité spectrale puissance des ondes sismiques est inégalement répartie sur les fréquences.

III.1- Identification du filtre: Le filtre ARMA(p,q) $\{H_{MP}(z)\}$ à phase minimale (MP) spectralement équivalent à

$H(z)$, est estimé à l'ordre deux ; tous les pôles et les zéros sont à l'intérieur du cercle unité. Pour décrire l'ensemble des filtres causaux spectralement équivalents à $H_{MP}(z)$, il suffit de remplacer les zéros de ce dernier par leurs inverses conjugués. Il y a 2^Q possibilités [$Q = nr + nc/2$; nr : nombre de zéros réels de $H_{MP}(z)$, nc : nombre de zéros complexes],

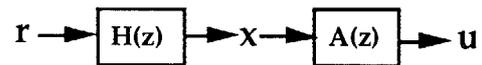
chaque possibilité définit un filtre $H_k(z)$, qui en déconvoluant $x(t)$ donne $r_k(t)$. $H(z)$ correspond au filtre $H_{k_0}(z)$ tel que $r_{k_0}(t)$ ait le maximum des kurtosis sur l'ensemble des signaux $r_k(t)$.

III.2- Estimation à l'ordre deux de $H_{MP}(z)$:

III.2.1- La partie AR: La partie AR du filtre ARMA(p,q) causal est à phase minimale elle est identifiée à l'ordre deux, par l'équation de Yule-Walker modifiée [Kay]:

$$\Gamma_x(-l) = - \sum_{i=1}^p a_i \Gamma_x(i-l) \quad \text{pour} \quad l \geq q+1 \quad (7)$$

$x(t)$ est filtré par le filtre $A(z)$ estimé par (7) de tel sorte que la sortie $u(t)$ ne contienne que l'information sur les coefficients MA.



III.2.2 -Identification de la partie MA:

$$u(t) = r(t) + \sum_{i=1}^q b_i r(t-i) \quad (8)$$

à l'ordre deux est estimé $B_{PM}(z)$, à partir de $u(t)$, en utilisant l'algorithme de Durbin [Kay]. Cet algorithme identifie un filtre MA(q) à phase minimale par un $AR(L \gg q)$:

$$B_{PM}(z) = 1 + \sum_{i=1}^q c[i] z^{-i} \quad \text{avec} \quad c = -R_{dd}^{-1} r_{dd} \quad (9)$$

$$R_{dd}[i,j] = \frac{1}{L+1} \sum_{n=0}^{L-|i-j|} d[n]d[n+|i-j|] \quad \text{et} \quad r_{dd}[i] = \frac{1}{L+1} \sum_{n=0}^{L-i} d[n]d[n+i]$$

$i, j = 1, \dots, q$. Les coefficients $d[i]$ sont calculés à partir de l'équation de Yule-Walker:

$$\Gamma_u(-l) = -\sum_{i=1}^L d[i] \Gamma_u(i-1) \quad \text{pour } l \geq 1$$

III-2.3- Détermination de l'ordre du filtre:

Pour chaque ordre (i,j) tel que $i=0, \dots, p_0 \dots p_{\max}$ et $j=0, \dots, q_0 \dots q_{\max}$, nous appliquons la méthode exposée en (III.2). Nous choisissons comme ordre, le couple (p_0, q_0) qui donne le maximum des kurtosis. p_{\max} et q_{\max} sont choisis assez grands.

III.3- Estimation du kurtosis:

Soit $\{x(t)\}$, un signal aléatoire centré, à valeurs réelles discrètes, stationnaire d'ordre quatre et érgodique ; nous en connaissons P réalisations de M échantillons chacune. Son kurtosis moyenné est estimé par:

$$\text{Kurt}[x(t)] = \frac{[\hat{K}_x(0,0,0)]}{[\hat{\Gamma}_x(0)]^2}$$

Avec:

$$\hat{\Gamma}_x(0) = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^P \frac{1}{M} \sum_{j=0}^{M-1} x_i(j)x_i(j+1)$$

$$\hat{K}_x(0,0,0) = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^P \frac{1}{M} \sum_{j=0}^{M-1} x_i^4(j) - 3[\hat{\Gamma}_x(0)]^2$$

- $x_i(t)$ est le signal de la ième réalisation

Moyenner l'estimation sur P réalisations, permet de diviser la variance d'estimation par P, le nombre d'échantillons nécessaire est $N=PM$.

V. Application à un signal sismique

Une onde acoustique (explosion, canon à air ou canon à eau) de signature $h(t)$ (ondelette) est émise dans le sous-sol. La propagation de l'onde est assimilée à un système parfaitement linéaire [Lavergne]. L'onde va se propager pour se réfléchir ou se réfracter en partie à chaque interface, donnant naissance à un train d'ondes d'amplitudes r_i et de retards t_i . L'enregistrement sur un capteur (une trace sismique) est donc :

$$x(t) = \sum_i r_i h(t-t_i) = h(t) * \sum_i r_i \delta(t-t_i) = h(t) * r(t)$$

(*) est l'opérateur convolution, $\delta(\cdot)$ est la fonction dirac de Kronecker.

$r(t)$ est le signal réflectivité, il contient l'information sur la géologique du sous-sol. Le but est d'estimer l'ondelette, puis déconvoluer la trace $x(t)$ par l'ondelette pour remonter à $r(t)$ qui nous donne l'information sur la géologie du sous-sol.

IV.1- Simulations:

Nous simulons la réflectivité par une suite de diracs, d'amplitudes et de positions aléatoires.

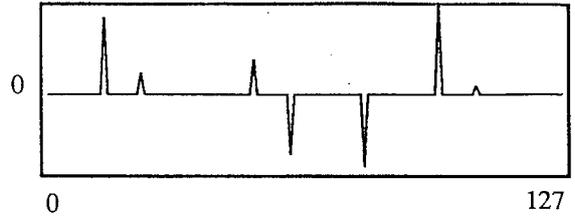


fig 1- Réflectivité simulée

1) **ARMA(3,2):** L'ondelette $h(t)$ correspond à un filtre ARMA(3,2) causal à phase non-minimale, sa transformée en

$$z \text{ est } H(z) = \frac{1-2.95z^{-1}+1.90z^{-2}}{1-1.30z^{-1}+1.05z^{-2}-0.325z^{-3}}$$

; l'ondelette filtre le signal réflectivité simulé $r(t)$, pour donner une trace $x(t)$. Nous disposons d'une seule réalisation de $x(t)$ sur 128 points ($N=128, P=1$). L'ordre de l'ondelette est supposé connu [$p=3, q=2$], nous prenons $L=16$. Nous appliquons à $x(t)$ la méthode d'estimation exposée en III. En trait continu est représentée l'ondelette estimée, en trait discontinu est représentée la vraie ondelette [voir fig 2].

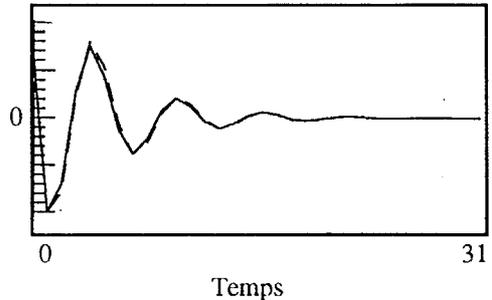


fig 2: Identification d'un ARMA(3,2) ($N=128, P=1, L=16$)

2- **ARMA(6,5):** L'ondelette $h(t)$ correspond à un filtre ARMA(6,5) causal à phase non-minimale ; sa transformée en

$$z \text{ est } H(z) = \frac{1-0.13z^{-1}-2.27z^{-2}+4.13z^{-3}-0.68z^{-4}+2.33z^{-5}}{1-1.4z^{-1}+1.2z^{-2}-0.9z^{-3}+0.7z^{-4}-0.5z^{-5}+0.4z^{-6}}$$

Nous disposons d'une seule réalisation de $x(t)$ sur 128 points ($N=128, P=1$). L'ordre de l'ondelette est supposé connu [$p=6, q=5$], nous prenons $L=20$. En trait continu nous représentons l'ondelette estimée, en trait discontinu la vraie ondelette [voir fig 3].

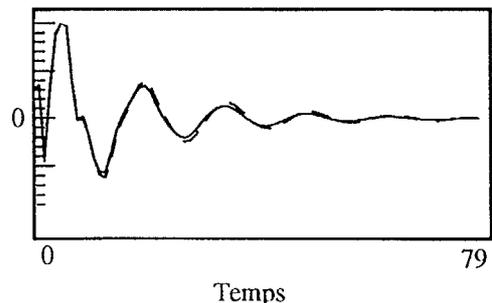


fig 3: Identification d'un ARMA(6,5)

IV.2- Signal sismique réel:

Nous appliquons la méthode d'estimation de l'ondelette exposée en III, à des données de sismique réflexion fournies par Mr P. CHARVIS, enregistrées aux larges de l'île Kerguelen pour l'O.R.S.T.O.M. Les données sont récupérées par projection sur le premier vecteur propre de la matrice spectrale afin d'améliorer le rapport signal à bruit [Mars].



Nous présentons 10 traces de 64 points chacune, échantillonnées avec un pas de 20 ms. Pour identifier l'ondelette nous considérons chaque trace comme une réalisation, ainsi l'estimation de l'autocorrélation et du kurtosis seront moyennées sur 10 réalisations.

L'ondelette estimée par maximisation du kurtosis correspond à un ARMA(14,14) causal à phase non-minimale, avec $L=60$. En trait continu on représente l'ondelette à maximum de kurtosis, en trait continu on représente l'ondelette à phase minimale [fig 4].

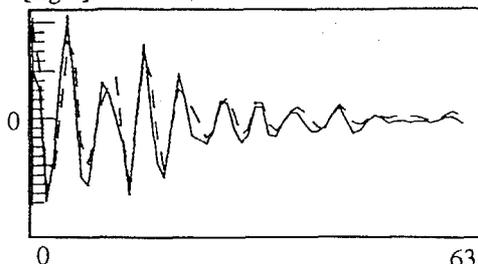
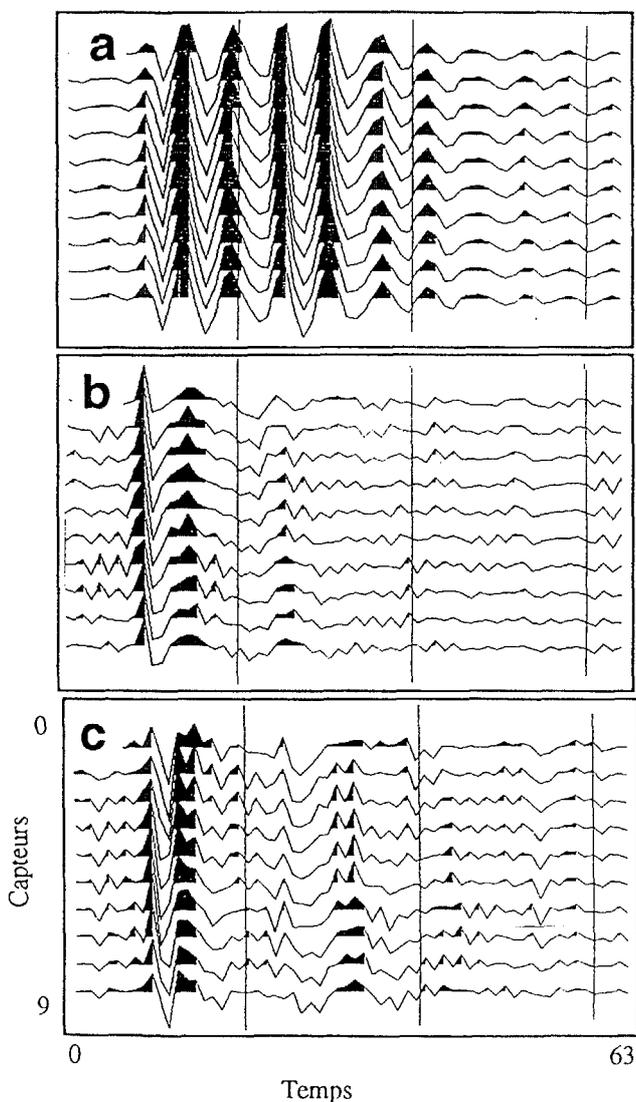


fig 4: Ondelettes estimées



a- Traces initiales, Kurt=0.55

b- Traces déconvoluées par l'ondelette estimée par le maximum du kurtosis, Kurt=5.60

c- Traces déconvoluées par l'ondelette à phase minimale, Kurt=2.50

V- Conclusions

1- Simulations: La méthode que nous proposons permet une très bonne identification de l'ondelette simulée, malgré que le nombre d'échantillons est petit ($N=128, P=1$). Cela est dû au fait que les valeurs des coefficients sont estimées à l'ordre deux (autocorrélation), donc avec une variance plus faible, que si on les avaient estimés à un ordre supérieur. Toutefois cette bonne estimation serait perturbé par un bruit additif.

2- Signal réel: La déconvolution par l'ondelette dont les zéros sont localisés par le maximum du kurtosis, fait apparaître des arrivées sismiques plus brèves (proche du dirac) et continues sur l'ensemble des traces; signes d'une bonne déconvolution. Par contre la déconvolution à l'ordre deux, à phase minimale fait apparaître des arrivées sismiques plus étendues.

Dans l'exemple traité, la déconvolution utilisant les statistiques d'ordre supérieur semble être la meilleure, et permet de mieux localiser les arrivées sismiques.

Remerciements

Nous remercions l'O.R.S.T.O.M (Mr P. Charvis) de nous avoir autorisés à publier les résultats obtenus sur les données réels.

Références

- [Brillinger] D.R Brillinger and M. Rosenblatt, "Computation and interpretation of kth-order spectra", in spectral analysis of time series, B. Harris ed. New York: Wiley, pp.189-232, 1967.
- [Chang-Yung] Chang-Yung Chi and Jung-Yuankung. "A Fast Phase Determination Method by a Single Cumulant Sample". International Signal Processing Workshop on H.O.S. Chamrousse-FRANCE- 10-12 July 1991.
- [Donoho] D.L Donoho "On minimum entropy deconvolution" 556-608, in applied time series analysis II, D.F. Findley, (ed), Academic press.
- [Giannakis] G. Giannakis and J. Mendel, "Identification of non-minimum phase using higher order statistics" IEEE Trans. Acoust., Speech. Signal., Processing, vol. 37 no 3, pp 360-377, Mar. 1989
- [Kay] Steven M. Kay. "Modern Spectral Estimation, Theory and Applications". Prentice-Hall Signal Processing Series, Alan. Oppenheim, Series Editor
- [Lacoume] J.L. Lacoume, M. Gaeta and P.O. Amblard. "From order 2 to H.O.S: News Tools and Applications". EUSIPCO 92
- [Lavergne] M. Lavergne - 1986 - Méthodes sismiques - Editions Technip.
- [Mars] J. Mars, F. Glangeaud, J.L. Lacoume, J.M. Fourmann, and S. Spitz, "Séparation of Seismic Waves" Proceeding of S.E.G. New Orleans, Oct 1987.
- [Mendel] J. Mendel, "Tutorial on Higher-Order Statistics (Spectra) in Signal Processing and system Theory: Theoretical Results and Some Applications", Proceedings of the IEEE, vol. 79, no 3, March 1991.
- [Nikias] C.L. Nikias & M.R. Raughveer, "Bispectrum Estimation: A Digital Signal Processing Framework". Proc. IEEE, vol. 75 no 7 July 1987 pp: 869-891.
- [Tugnait] J. Tugnait, "Identification of nonminimum phase linear stochastic systems", Automatica, vol. 22, pp. 454-464, 1986.
- [Oppenheim] A.V. Oppenheim & R.W. Shafer, "Digital Signal Processing".
- [White] R.E White "Estimation problems in seismic deconvolution"
- [Yilmaz] Ö. Yilmaz. "Seismic Data Processing", S.E.G pp: 83-152 Stephen M. Doherty, Editor.