

SYNTHESE DES PHENOMENES ALEATOIRES ASSOCIES AU SCATTERING TROPOSPHERIQUE

Jérôme DE REFFYE

Société CR2A
19, Avenue Dubonnet
92411 COURBEVOIE CEDEX

Résumé

Nous proposons une représentation synthétique du rayon-vecteur de Poynting d'une onde électromagnétique se propageant à travers la troposphère, à l'aide d'une équation différentielle stochastique non linéaire représentant la somme vectorielle des trajectoires des différents rayons liant l'émetteur au récepteur. Cette étude cherche à unifier les résultats expérimentaux déjà obtenus à travers une seule et même représentation de la propagation troposphérique.

Summary

A common representation of the Poynting's vector ray of an electromagnetic wave propagated through the troposphere is proposed with a non linear stochastic differential equation which represent the vector sum of the trajectories of the several rays which link the emitter and the receiver. This study is unifying the experiment results already obtained with a single modelization of the tropospheric propagation.

I - Position du problème.

A l'heure actuelle, l'étude des propriétés statistiques du signal reçu par une antenne de réception d'une onde électromagnétique propagée à travers la troposphère fait apparaître plusieurs phénomènes différents selon la distance qui sépare les 2 antennes d'émission et de réception. Or ces divers phénomènes résultent de mouvements atmosphériques. En admettant le principe que l'atmosphère est "une et indivisible", nous allons développer un modèle commun qui prendra des formes diverses selon les paramètres dominants de l'atmosphère.

II - Résultats expérimentaux et lois statistiques des affaiblissements communément admises.

Le gradient d'indice de réfraction atmosphérique joue le même rôle en propagation électromagnétique dans la troposphère que le gradient de bathycélérimétrie en propagation acoustique. A gradient constant, on a une propagation en arc de cercle, et l'état normal atmosphérique définit un rayon radioélectrique terrestre équivalent égal à $4/3$ du rayon terrestre physique, soit 8 500 km. Sur un trajet radioélectrique dégagé de l'influence directe de la terre (premier ellipsoïde "de Fresnel"), le rayon-vecteur de Poynting se propageant de l'antenne d'émission à l'antenne de réception subit des fluctuations bien décrites à la réception par une loi de Rice, quand elles restent inférieures à une trentaine de db, ce qui correspond approximativement à une distance entre antennes inférieure à une cinquantaine de kilomètres. Cette loi de Rice est définie à puissance de signal reçu constante. Au-delà de cette distance, le rayon constant tend à l'estomper, et les fluctuations du signal reçu tendent vers une loi de Rayleigh. Si la distance continue à croître, le paramètre associé à la loi de Rayleigh, i.e. la puissance moyenne du signal, commence à fluctuer, et sa fluctuation tend vers une loi log normale. Nous entrons alors dans le domaine de la propagation transhorizon par diffusion troposphérique. L'affaiblissement, à niveau de probabilité constante, reste indépendant de la distance, tant que toute l'énergie émise est reçue. Puis, quand le rayon direct

estompe, l'affaiblissement tend vers une loi en d^{-2} d'abord, puis en d^{-4} , quand la distance devient importante, variation caractéristique d'un phénomène de réémission locale, analogue à la réémission des échos radar.

III - Description de l'atmosphère et de ses effets sur la propagation

L'atmosphère est un milieu mouvant qui se caractérise essentiellement, au niveau de la propagation, par les observations suivantes :

a) A basse altitude (de 0 à 1 km), l'atmosphère est fortement stratifiée horizontalement par temps calme, à cause de l'influence de la terre, et de la haute pression atmosphérique. En effet, on observe des inversions de température provoquant des inversions de gradient d'indice, et ces stratifications sont lentement variables au cours du temps, tant que les conditions météorologiques restent stables.

b) A haute altitude (de 1 à 10 km), l'atmosphère étant beaucoup moins dense, les stratifications horizontales sont beaucoup moins marquées, et on observe des stratifications verticales dues à l'inhomogénéité de l'atmosphère en fonction de la distance, et dues à la convection naturelle qui provoque les formations nuageuses observées généralement dans la même gamme de hauteurs.

A courte distance, le vecteur de Poynting ne se propage que dans la basse atmosphère. Ce sont avant tout des effets de réfractions multiples qui sont la cause des affaiblissements, dus à la propagation sur plusieurs trajets possibles. Quand la basse atmosphère est instable, on obtient de faibles affaiblissements très aléatoires, et de plus en plus accentués et de moins en moins fluctuants sur des durées d'analyse courtes, quand la basse atmosphère se stratifie. Quand la distance entre les deux antennes augmente, la réfraction atmosphérique provoque une courbure accentuée du rayon propagé, qui entre en contact avec les hautes couches de la troposphère. La propagation se fait par réfractions et réflexions multiples sur les



différentes couches horizontales atteintes dans la basse atmosphère. La partie déterministe du signal reçu s'estompe et le niveau reçu à probabilité cumulée constante s'affaiblit en d^{-2} car il n'y a plus de rayon vecteur constant, et la loi de Rice est donnée pour la somme constante du rayon déterministe et du rayon aléatoire apparent (tant qu'il subsiste un rayon déterministe, il échange son énergie avec le rayon aléatoire). Dès que l'effet de la haute atmosphère se fait vraiment sentir, on n'a plus la conservation de l'énergie émise en espace libre. En cas d'affaiblissement notable, le rayon déterministe n'est plus remplacé par un rayon aléatoire résultant de réfractions-réflexions multi-couches, mais par un rayon réémis par des sources vues ponctuellement par l'antenne de réception. Ces sources sont définies par des réflexions, et réfractions multiples sur des surfaces de dimensions très inférieures à la longueur des trajets considérés, et non pas des réfractions-réflexions sur des surfaces de séparations horizontales de dimensions égales à celles du trajet considéré. D'où l'affaiblissement en d^{-4} constaté qui est celui de la propagation transhorizon quand le rayon déterministe n'existe plus. La loi log normale des fluctuations lentes de la puissance moyenne du signal reçu provient alors d'une cascade de phénomènes élémentaires subis par le rayon-vecteur au cours de sa propagation.

Tous ces phénomènes peuvent être résumés dans la figure suivante :

IV - Modèle dynamique général. Application à la basse et à la haute atmosphère.

Soit $\vec{x}(t)$ le rayon-vecteur somme à l'instant t des vecteurs de Poynting se propageant de l'émetteur au récepteur, avec la convention.

$$\vec{x}(0) = 0$$

On pose l'équation différentielle stochastique suivante :

$$d\vec{x}(t) = \vec{F}(\vec{x}(t), t) dt + d\beta(t)$$

où

$$\beta(t) = \int_0^t \vec{S}(\vec{x}(t-\tau), t-\tau) dN(\tau)$$

où $(N(\tau); 0 \leq \tau \leq t)$ est le processus de comptage associé à l'opérateur de scattering \vec{S} du vecteur \vec{x} , \vec{F} étant l'opérateur de réfraction continue associée à \vec{x} (on entend par scattering une multiplication locale des rayons, soit par réflexions-réfractions, soit par diffractions). Comme nous allons le voir, une telle équation générale permet de décrire toutes les situations présentes.

Cas de la propagation normale :

$$\vec{F}(\vec{x}(t), t) = \vec{A}_0 + A_1 \vec{x}$$

où :

$$|\vec{A}_0 + A_1 \vec{x}| = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

A_1 , étant la matrice de réfraction due au gradient d'indice.

Cas de la propagation en basse atmosphère.

On a :

$$\vec{S}(\vec{x}(t), t) = \sum_{n=0}^{N(t)} S_n \vec{x} \delta(t-\tau_n)$$

où τ_n est l'instant aléatoire

où \vec{x} rencontre une nouvelle couche, i.e. \vec{x} passe à travers une surface de séparation. Pour un trajet, on a :

$$\vec{F}(\vec{x}) = \sum_{n=0}^{N(t)} A_n 1_{[\tau_n \leq t < \tau_{n+1}]} \vec{x}$$

où A_n est l'opération de réfraction continue suivant le n ème scattering.

Le signal reçu est alors de la forme :

$$\vec{S}(t) = \sum_{n=0}^{N(t)} X_n \begin{bmatrix} \cos(\omega_0(t-\tau_{n+1})) \\ \sin(\omega_0(t-\tau_{n+1})) \end{bmatrix} W_0(y_n, t-\tau_n)$$

avec :

$$W_0(y_n, t-\tau_n) = 1_{[\tau_n \leq t < \tau_{n+1}]}$$

$$Y_n = \tau_{n+1} - \tau_n$$

Admettons suffisamment de petits rayons pour admettre les phases $\omega_0 \tau_n$ indépendantes et représentables par une même variable aléatoire équipartie sur $[0, 2\pi]$, et les durées Y_n , indépendantes et représentables par une même variable aléatoire exponentiellement répartie, $N(t)$ étant un processus poissonnien homogène.

On obtient :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E(e^{i u R_e(Y(t))}) = \lim_{t \rightarrow \infty} E(e^{i u I_m(Y(t))})$$

$$\stackrel{\Delta}{=} \phi_{R_e(Y(\infty))}(u) = \phi_{I_m(Y(\infty))}(u)$$

$$\lim_{\frac{\lambda}{\mu} \rightarrow \infty} \phi_{R_e(Y(\infty))}(u) = e^{-\sigma^2 u^2}$$

$$\frac{\lambda}{\mu} E(X^2) = \sigma^2$$

$|\vec{x}|$ suit donc une loi de Rice, asymptotiquement, ce qui est vérifié expérimentalement.

Quand on est en présence de plusieurs trajets, l'opérateur \vec{F} s'écrit :



$$\vec{F} = \sum_{m=1}^{M(t)} \left(\sum_{n=0}^{N(t)} A_{nm} \vec{X} \right) 1_{[\tau_{n,m} \leq t < \tau_{n+1,m}] } W_0(Y_m, t - \tau_m)$$

τ_m

τ_m étant l'instant d'apparition du nième trajet, Y_m étant sa durée effective dans le temps.

Le signal reçu s'exprime alors sous la forme :

$$\vec{S}(t) = \sum_{m=1}^{M(t)} \vec{X}_m W_0(Y_m, t - \tau_m) + \sum_{m=1}^{M(t)} \vec{Y}_m W_0(Y_m, t - \tau_m)$$

Avec le même raisonnement que précédemment, la fonction caractéristique de \vec{S} s'exprime sous la forme :

$$\phi_{\vec{S}(\vec{\omega})} = e^{\frac{\lambda}{\mu} (E_X(\vec{J}_0(\vec{\omega}, \vec{X}) - 1))} \cdot e^{\frac{\lambda}{\mu} (e^{-\sigma^2 |\vec{\omega}|^2} - 1)}$$

et :

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \phi_{\vec{S}(\vec{\omega})} = e^{-\sigma^2 |\vec{\omega}|^2}$$

$$\frac{\lambda}{\mu} (E(|\vec{X}|^2) + \sigma^2) = \Sigma^2$$

Asymptotiquement, $|\vec{S}|$ suit une loi de Rayleigh, ce que l'on retrouve expérimentalement quand la distance croît. La disparition du vecteur constant provient de la réalisation, pendant les trajets multiples, de la somme de vecteurs constants à phase aléatoire.

Propagation à grande distance à travers la haute atmosphère.

On sait que, dans ces conditions, la notion de trajets continus liant l'émetteur et le récepteur n'existe plus. Dans ces conditions, l'E.D.S. s'écrit :

$$d\vec{X}(t) = d\beta(t)$$

où \vec{S} est la composition d'un nombre aléatoire de scatterings :

$$\vec{X}(t) = \int_0^t \vec{S}(\vec{X}(t-\tau), t-\tau) dN(\tau) =$$

$$\int_0^t \vec{S}_1(\vec{S}_2(\dots(\vec{S}_{M(t)}(\vec{X}(t-\tau), t-\tau)\dots)) dN(\tau))$$

A présent, vu le milieu, chaque opérateur \vec{S}_m représente une diffusion continue, que l'on décompose comme une somme aléatoire de réflexions-réfractions infinitésimales.

$$\vec{X}(t) = \int_0^t \sum_{k_1=0}^{M_1(t-\tau)} \vec{X}_{k_1} W_0(Y_{k_1}, t - \tau_{k_1}) \dots$$

$$\left[\sum_{k_2=0}^{M_2(t-\tau-\tau_{k_1})} \vec{X}_{k_2} W_0(Y_{k_2}, t - \tau_{k_1} - \tau_{k_2}) \dots \dots \right]$$

$$\dots \left[\dots \left[\sum_{k_n(t)=0}^{M_n(t-\tau-\tau_{k_1}-\tau_{k_2}-\dots-\tau_{k_{n-1}})} \vec{X}_{k_n(t)} W_0(Y_{k_n(t)}, t - \tau_{k_1} - \dots - \tau_{k_{n-1}}) \right] \dots \right] \cdot dN(\tau)$$

Sur cette représentation, qui est du type "fractals aléatoires", nous ferons les hypothèses suivantes :

a) Le processus de comptage continu des différents scatterings \vec{S} peut être représenté par un processus de comptage ponctuel de scatterings de durée aléatoire :

$$\vec{X}(t) = \sum_{p=0}^{N(t)} W_0(Y_p, t - \tau_p) [\vec{S}_p(\vec{X}(t - \tau_p))]$$

où chaque opérateur \vec{S} est lui-même une composition aléatoire d'opérateurs élémentaires du type défini ci-dessus.

b) Les opérateurs aléatoires élémentaires de scatterings sont indépendants les uns des autres, si bien que l'on peut écrire :

$$\vec{X}(t) = \sum_{p=0}^{N(t)} W_0(Y_p, t - \tau_p) \prod_{m_p=0}^{M_{m_p}(t)} \vec{X}_{n_{m_p}} W_0(Y_{n_{m_p}}, t - \tau_{n_{m_p}})$$

$$= \sum_{p=0}^{N(t)} \vec{X}_p W_0(Y_p, t - \tau_p)$$

$$\prod_{m=0}^{M(t)} \sum_{n_m=0}^{\sigma_{n_m}} W_0(Y_{n_m}, t - \tau_{n_m})$$

$$= \vec{X}_0(t) R(t)$$

où

$$\vec{X}_p = \begin{pmatrix} R_p \cos(\omega_0(t - \tau_p)) \\ R_p \sin(\omega_0(t - \tau_p)) \end{pmatrix} ; \sigma_{n_m} \geq 0$$

Moyennant des hypothèses convenables, on montre que, asymptotiquement :

$$\phi_{\vec{X}_0(\vec{\omega})} = \lim_{t \rightarrow \infty} E(e^{i\vec{\omega} \cdot \vec{X}_0(t)}) = e^{-\sigma_0^2 \frac{|\vec{\omega}|^2}{2}}$$

D'où



$\frac{|\overline{X_0}|}{\sigma_0}$ suit une loi de Rayleigh normée conformément à l'expérience.

$$2) \varnothing \quad \log \sigma_0 R(\infty) \quad (u) = e^{-\alpha u^2}$$

Le paramètre associé à la loi de Rayleigh suit donc asymptotiquement une loi log normale comme on le vérifie en propagation transhorizon par diffusion troposphérique (cf figure 2).

V - Conclusion

Ce modèle offre donc une manière synthétique de représentation des phénomènes aléatoires liés à la propagation troposphérique. Son développement approfondi permettrait de développer une bonne connaissance de l'influence de la troposphère sur la propagation électromagnétique, et, ainsi, d'en prévoir au mieux les effets.

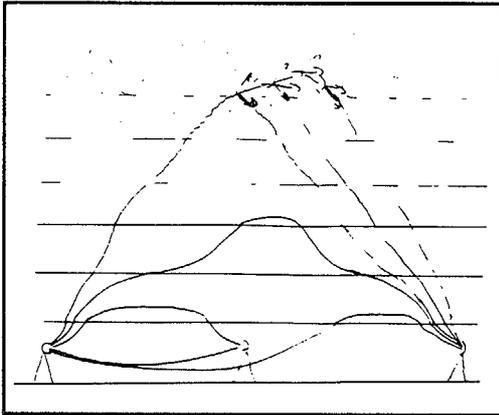


figure 1

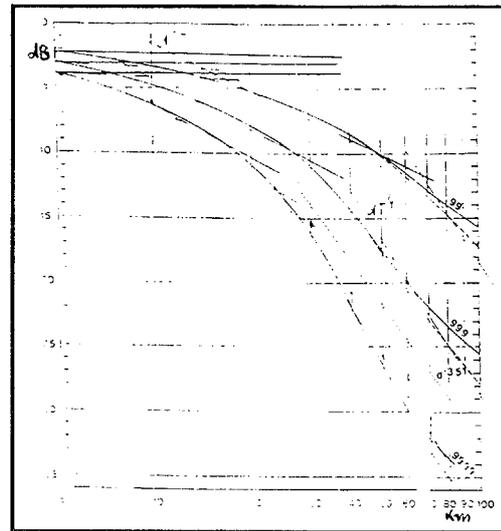


figure 2

Attenuation versus range with constant probability

— rayon law
- - - log-normal law
... log-law

BIBLIOGRAPHIE

- 1) L Boithias : propagation des ondes radioélectriques dans l'environnement terrestre (Dunod - 1984)
- 2) J.C. Pellissolo : Propagation troposphérique (Fascicule ENSTA)
- 3) M Rooryck : Modélisation de la propagation avec trajets multiples : application d'un modèle à 2 rayons (Onde électrique, 1983, vol. 63, n° 8-9)
- 4) J. Lavergnat - M. Sylvain - T-C Bic : A method to predict multipaths effect on a Line-of-Sight Link. IEEE, vol COM-38, n°10, Oct.1990.
- 5) J. de Reffye : Modélisation de certains phénomènes aléatoires physiques discontinus, et applications aux Télécommunications. (Thèse : doct. es Sciences - Paris 6-1982).