

**LA CLASSIFICATION DES IMAGES AFFECTÉES PAR LE BRUIT  
AVEC LA METHODE DES MOMENTS INVARIANTS HOMOGENES**

**A. HALET, H. T. HUYNH et G. LAMPROPOULOS**

**UNIVERSITE LAVAL**

Département de Génie Electrique, Ste-Foy, Quebec, G1K 7P4, CANADA

**RÉSUMÉ**

La représentation des images par la méthode des moments invariants est très sensible à l'effet du bruit. Ce travail porte donc sur le comportement de ces moments en présence de bruit à différents niveaux, sur des images à différentes textures: les figures humaines, les prototypes d'avions et des images binaires. De nouveaux coefficients appelés les moments invariants homogènes sont introduits en vue d'améliorer les résultats de classification sans affecter les propriétés d'invariance

**ABSTRACT**

The representation of images by moments invariants is very sensitive to noise. In this paper will be analysed the behavior of these moments in presence of noise at different level over images with different textures: human faces and aircraft prototypes, and some binary images. New transformed coefficients, called "Homogeneous Moments Invariants" are introduced. They are then used to improve the classification of images.

**1. INTRODUCTION**

La classification des images occupe un rôle important dans le domaine de reconnaissance des formes. Classifier consiste à attribuer un objet inconnu à une classe déterminé selon des critères définis. Les techniques de classification englobent les méthodes de représentation des images ainsi que les fonctions de décisions associées. L'image peut être représentée à partir des méthodes très générales jusqu'aux techniques heuristiques.

L'une des techniques globales est la méthode des moments invariants. C'est un moyen de caractériser des images par 7 coefficients, appelés les moments invariants, composés de combinaisons de moments statistiques d'ordre 2 et 3. [Hu] fut le premier à proposer une fonction génératrice de moments permettant à déterminer ces coefficients, qui sont invariants par rapport à la translation, à la rotation, à la réflexion et à la combinaison de ces facteurs. Cette méthode s'applique à toutes les images sans restrictions, qu'elles soient binaires ou à niveau de gris.

Cependant, comme l'a mentionné [Pavlidis], les méthodes globales, comme celle des les moments, sont très vulnérables au bruit. Il est donc important d'étudier la classification des images affectées par le bruit, en utilisant les moments invariants. Pour ceci, nous avons choisi des images à texture différentes: des figures humaines, des prototypes d'avions, et enfin des images binaires. L'étude est effectuée pour différents rapports (signal/bruit). La fonction de décision étant la distance minimale euclidienne. Ensuite, on propose une transformation qui aboutit à de nouveaux coefficients appelés les moments invariants homogènes, qui préservent en fait les caractéristiques d'invariance déjà énoncées tout en améliorant sensiblement les résultats de classification. Enfin, une analyse permettra de tirer des conclusions sur le comportement de ces moments en présence du bruit.

**2. LES MOMENTS**

**2.1 Les moments statistiques**

Une image est considérée comme une matrice  $G(N,M)$ . A chaque pixel  $(x,y)$  est associée une valeur de gris  $f(x,y)$ . On définit le moment statistique d'ordre  $(p,q)$  comme:

$$m_{pq} = \sum_{x=1}^N \sum_{y=1}^M x^p y^q f(x,y) \quad (1)$$

**2.2 Les moments centrés**

Soit:

$$A = m_{00} \quad X_0 = \frac{m_{10}}{m_{00}} \quad Y_0 = \frac{m_{01}}{m_{00}} \quad (2)$$

Alors, les moments centrés sont définis comme suit:

$$\mu_{pq} = \frac{1}{A} \sum_{x=1}^N \sum_{y=1}^M (x - X_0)^p (y - Y_0)^q f(x,y) \quad (3)$$

**2.3 Les moments invariants**

Les moments invariants ont été introduits par [Hu].

$$\begin{aligned} M(1) &= \mu_{20} + \mu_{02} \\ M(2) &= (\mu_{20} - \mu_{02})^2 + 4\mu_{11}^2 \\ M(3) &= (\mu_{30} - 3\mu_{12})^2 + (3\mu_{21} - \mu_{03})^2 \\ M(4) &= (\mu_{30} + \mu_{12})^2 + (\mu_{21} + \mu_{03})^2 \\ M(5) &= (\mu_{30} - 3\mu_{12})(\mu_{30} + \mu_{12}) \\ &\quad [(\mu_{30} - 3\mu_{12})^2 - (\mu_{21} + \mu_{03})^2] + \\ &\quad (3\mu_{21} - \mu_{03})(\mu_{21} + \mu_{03}) \\ &\quad [3(\mu_{30} + 3\mu_{12})^2 - (\mu_{21} + \mu_{03})^2] \\ M(6) &= (\mu_{20} - \mu_{02}) [(\mu_{30} + \mu_{12})^2 - (\mu_{21} + \mu_{03})^2] + \\ &\quad 4\mu_{11}(\mu_{30} + \mu_{12})(\mu_{21} + \mu_{03}) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 M(7) &= (3\mu_{21} - \mu_{03})(\mu_{30} + \mu_{12}) \\
 &\quad [(\mu_{30} + 3\mu_{12})^2 - 3(\mu_{21} + \mu_{03})^2] - \\
 &\quad (\mu_{30} - 3\mu_{21})(\mu_{21} + \mu_{03}) \\
 &\quad [3(\mu_{30} + \mu_{12})^2 - (\mu_{21} + \mu_{03})^2] \quad (4)
 \end{aligned}$$

## 2.4 Les moments homogènes

Un moment centré peut être considéré comme une somme de monômes  $x^p y^q$  pondérés par  $f(x, y)$ . Si deux moments centrés d'ordre  $(p1, q1)$  et  $(p2, q2)$  satisfassent l'égalité:

$p1 + q1 = p2 + q2$ , alors, ceux ci sont équivalents. Dans même façon, on peut dire que:  $x^p y^q$  est équivalent à  $x^{p+q}$ .

On définit la relation  $F$  entre le moment centré d'ordre  $(p, q)$  et  $x$  comme suit:

$$F(\mu_{pq}^n) = x^{n(p+q)} \quad (5)$$

Il est à noter que la somme de deux moments centres de même ordre va constituer un polynôme du même ordre. En appliquant  $F$  aux moments d'ordre 2, on obtient:

$$\begin{aligned}
 F(\mu_{20}) &= F(\mu_{11}) = F(\mu_{02}) = x^2 \\
 F(\mu_{30}) &= F(\mu_{21}) = F(\mu_{12}) = F(\mu_{03}) = x^3 \quad (6)
 \end{aligned}$$

Quant au produit, il donne un polynôme d'ordre  $p$  multiplie  $pq$ . En appliquant  $F$  aux termes plus généraux, on obtient par exemple:  $F((\mu_{20} - \mu_{02})^2) = x^{2(2)} = x^4$ . En tenant compte des propriétés de  $F$ , et en appliquant cette relation aux moments invariants, on obtient:

$$\begin{aligned}
 F(M(1)) &= x^2 & F(M(2)) &= x^4 & F(M(3)) &= x^6 \\
 F(M(4)) &= x^6 & F(M(5)) &= x^{12} & F(M(6)) &= x^8 \\
 & & F(M(7)) &= x^{12} & & (7)
 \end{aligned}$$

Comme on peut s'en apercevoir, chaque moment invariant est proportionnel au monôme  $x$  élevé à de différentes puissances. La homogénéisation des moments consiste à appliquer une fonction non-linéaire, afin d'obtenir de nouveaux coefficients appelés les moments invariants homogènes, tous équivalents à  $x$ . Ceci s'obtient par l'élévation de chaque moment  $M(i)$  à l'inverse de la puissance du monôme  $x$  relatif, tout en sauvegardant le signe. En d'autres termes:

$$\begin{aligned}
 M(i) &= \text{signe}(M(i)) |M(i)| \quad i = 1, 2, \dots, 7 \\
 F(M(i)) &= x^n \Rightarrow N(i) = \text{signe}(M(i)) |M(i)|^{1/n} \quad (8)
 \end{aligned}$$

$n$  étant une variable correspondant aux puissances de  $x$  dans l'équation 7.

Les moments invariants homogènes sont définis comme suit:

$$\begin{aligned}
 N(1) &= \text{signe}(M(1)) |M(1)|^{1/2} \\
 N(2) &= \text{signe}(M(2)) |M(1)|^{1/4} \\
 N(3) &= \text{signe}(M(3)) |M(3)|^{1/6} \\
 N(4) &= \text{signe}(M(4)) |M(4)|^{1/6} \\
 N(5) &= \text{signe}(M(5)) |M(5)|^{1/12} \\
 N(6) &= \text{signe}(M(6)) |M(6)|^{1/8} \\
 N(7) &= \text{signe}(M(7)) |M(7)|^{1/2} \quad (9)
 \end{aligned}$$

La raison profonde qui motive la recherche de ce type de transformation est de caractériser les images par des paramètres "insensibles" au bruit. Ce type de transformation n'est pas unique. [Dudani] en a déjà proposé une transformation pour les images binaires. Si on suppose que le bruit est additif, alors, celui ci modifie les coefficients à travers le changement des val-

leurs de gris. Soit  $\eta(x, y)$  la valeur du bruit qui s'ajoute à  $f(x, y)$  au niveau du pixel  $(x, y)$ . Les moments statistiques sont modifiés par le bruit et deviennent:

$$\begin{aligned}
 \tilde{m}_{pq} &= \sum_{x=1}^N \sum_{y=1}^M (f(x, y) + \eta(x, y)) \\
 &= m_{pq} + \sum_{x=1}^N \sum_{y=1}^M \eta(x, y) \quad (10)
 \end{aligned}$$

Le bruit a donc un effet important pour les moments d'ordre élevé. De plus, le bruit provoque un changement de  $m_{00}$  et un décalage du centre  $(X_0, Y_0)$ . Cette transformation appelée "homogénéisation", s'impose puisque les moments invariants originaux varient de manière différente par rapport au bruit. Ceci ne constitue pas une opération de réduction de bruit. Cependant, les résultats de classification devraient être meilleurs puisque l'image est représentée par un ensemble de coefficients. En plus, on s'attend à de meilleurs résultats quant aux coefficients constitués exclusivement des moments centrés d'ordre 2 comme on peut le déduire de l'équation 6.

Une autre question mérite d'être soulevée: doit on utiliser un grand nombre de moments invariants à partir de la fonction génératrice de [Hu], donc des moments statistiques d'ordre plus élevé, supérieur à 3 par exemple? Il nous semble que plus l'ordre des moments est élevé, plus ceux ci sont affectés par le bruit. On va vérifier ceci par des résultats expérimentaux.

## 3. L'APRENTISSAGE

### 3.1 Images de référence

Le choix est porté sur des images à textures différentes:

- de figures humaines (type complexe): six images sont choisies: **Geigas, Gorbatchev, Jandel, JoBea, Keith, et Stanly** (figure 1).
- de prototypes d'avions (type simple): dix images sont sélectionnées: **f-16, f-18, f-5, kfir, jaguar, mig-23, mig-25, saab-27, mirage-2000 et su-11** (figure 2).
- des images binaires résultantes de la segmentation des formes de prototypes d'avions.

### 3.2 Images de test

Les images de test sont générées de la manière suivante: pour chaque image de référence, et pour chaque niveau du rapport

$S/B$  (signal/bruit), on génère dix séquences de bruit qu'on ajoute à l'image de référence. Rappelons que le rapport  $S/B$  est défini comme::

$$(S/B)_{dB} = 10 \log \left( \frac{\sum_{x=1}^N \sum_{y=1}^M (f(x, y) - \overline{f(x, y)})^2}{\sum_{x=1}^N \sum_{y=1}^M (\eta(x, y) - \overline{\eta(x, y)})^2} \right) \quad (11)$$

Pour chaque image, il en résulte donc dix réalisations images à tester. Avant d'effectuer le test, on applique la méthode des moments invariants classiques et homogènes à chaque image. Ainsi, chaque image est représentée par sept coefficients. IL est maintenant intéressant de voir le comportement de chaque moment en présence du bruit.

Dans le cas des images binaires, au lieu d'utiliser le rapport  $S/B$ , on génère des images bruitées selon l'algorithme:

*On choisit un SEUIL dans l'intervalle [0,1].*

*\*Un bruit uniforme  $\text{rnd}()$  est généré dans l'intervalle [0,1].*

- Si  $f(x,y) = 0$  (fond de l'image) alors  $f(x,y) = 0$ .
- Autrement: Si  $rnd() \geq SEUIL$  alors  $f(x,y) = 0$   
Sinon  $f(x,y) = 1$ .

### 3.3 La fonction de décision

Le critère de décision est la distance euclidienne. Les critères statistiques ne sont pas crédibles dans notre cas puisque chaque classe est représentée par une seule image, donc un seul vecteur de moments. Il s'agit donc de calculer la distance minimale euclidienne entre chaque vecteur test, et les vecteurs de moments d'images de références, et d'attribuer l'image test à la classe de l'image correspondant à la distance minimale. Comme on peut le remarquer, les moments  $M(1)$  et  $M(2)$  (équation 4), sont constitués exclusivement de combinaisons de moments centres d'ordre 2. Ceci est aussi valable pour les moments invariants homogènes.

Pour ces raisons, on propose deux fonctions discriminantes, basées sur ce que l'on vient de décrire: la première DIST7 calcule la distance minimale ne tenant compte de tous les sept moments, tandis que la deuxième DIST2 ne prend en considération que  $M(1)$  et  $M(2)$  ou  $N(1)$  et  $N(2)$  selon le cas.

$$DIST2 \text{ résultat } (k) = \min_k \left( \sqrt{\sum_{i=1}^2 (X(i)_{\text{test}} - X(i)_{\text{ref},k})^2} \right) \quad (12)$$

$$DIST7 \text{ résultat } (k) = \min_k \left( \sqrt{\sum_{i=1}^7 (X(i)_{\text{test}} - X(i)_{\text{ref},k})^2} \right) \quad (13)$$

$X(i) = M(i)$  ou  $N(i)$

$X(i)_{\text{test}}$ :  $i^{\text{ème}}$  moment de l'image test

$X(i)_{\text{ref},k}$ :  $i^{\text{ème}}$  moment de la  $k^{\text{ème}}$  image référence.

## 4 RESULTATS DE CLASSIFICATION

### 4.1 Résultats obtenus pour le rapport $S/B = 1$ dB et de $SEUIL=0.1$ pour le cas des images binaires.

#### a. le cas des figures humaines:

Les deux types de moments donnent des résultats quasi-similaires. En effet, dans les deux cas, on atteint un taux de succès de classification de 100%. Tandis qu'avec DIST7, on ne classe correctement que 5 sur 6 cas.

#### b. le cas des prototypes d'avions:

Dans ce cas, le taux de succès de classification est amélioré en utilisant les moments homogènes indépendamment de la fonction discriminante utilisée. En effet, dans le cas de DIST2, on passe de 80% avec les moments invariants classiques à un taux de 100% avec les moments homogènes. Même avec DIST7, on passe de 10% à 50%. Il s'agit de améliorations considérables.

#### c. le cas des images binaires:

Dans ce cas, les résultats obtenus avec les moments classiques ou homogènes sont très proches en utilisant DIST7. Par contre, DIST2 conserve le taux parfait de 100% en utilisant les moments homogènes.

#### Interprétation:

Le cas des figures humaines offre de meilleurs résultats de classification comparativement aux prototypes d'avions. Il se trouve que dans le premier cas, la texture est assez riche et les moments invariants prennent des valeurs importantes de manière à rester moins sensible à l'effet du bruit. Tous les pixels de l'image sont considérés. Dans l'espace des moments, des points représentant les images de référence sont relativement

dispersés, donc même si le bruit s'ajoute, il ne peut déplacer ces points de façon significative pour les associer à d'autres classes

Cependant, le cas des prototypes d'avions est différent. L'objet n'occupe que 70% au maximum, de la surface totale de l'image. En plus, comme la texture est simple, on peut distinguer le fond de l'image de l'objet, et lui attribuer la valeur nulle (zéro) de manière à ne tenir compte que de l'objet. Comme les valeurs de l'objet sont dans une gamme dynamique faible (entre 30 et 80) alors, les valeurs de moments invariants ne sont pas assez élevées comme dans le cas de figures humaines. Une représentation spatiale dans l'espace des moments dans ce cas va faire paraître un plus grand groupement que dans le premier cas. Le bruit, à ce niveau là, va déplacer le point de référence vers d'autres classes, puisque le nombre de pixels, leurs valeurs de gris ne sont point élevées. Ceci explique aussi la quasi-similarité des résultats de classification d'images binaires en utilisant DIST7.

Il est apparent que l'introduction des moments homogènes n'est que bénéfique à la classification. En effet, ces derniers coefficients se comportent mieux que les moments classiques.

En plus, en utilisant uniquement les coefficients formés exclusivement de combinaisons de moments centrés d'ordre 2, on obtient avec DIST2 un taux de succès parfait de 100% avec les moments homogènes. Ceci prouve que les moments centrés d'ordre 2 sont moins affectés par le bruit que les moments d'ordre supérieur. Le fait d'utiliser 7 moments ne fait que biaiser l'information utile, ce qui explique le taux de succès de 10% avec les moments invariants et celui de 50% avec les moments homogènes. Il vaut mieux donc caractériser l'image par peu de coefficients qui sont plus robustes que par plusieurs moments qui sont très sensibles au bruit, car ces derniers risqueraient alors de fausser la classification.

Une étude particulière des moments  $N(1)$  et  $N(2)$  permet de vérifier si l'image est caractérisée uniquement par un seul de ces deux moments, alors si les deux moments attribuent l'image à la même classe, la conclusion en est donc affirmative. Autrement, l'information globale est indiquée ou par l'un ou par l'autre des coefficients. De ce fait, ils réalisent l'opération OU logique. Ils sont ainsi complémentaires.

### 4.2 Résultats en fonction du rapport $S/B$ et du SEUIL pour les images binaires.

En faisant augmenter le rapport  $S/B$  ou le SEUIL pour les images binaires, on remarque que le taux de succès de classification s'améliore avec l'utilisation des moments invariants homogènes et ceci pour les deux fonctions discriminantes: DIST2 et DIST7. En plus, DIST2 donne de meilleures performances, ce qui confirme la robustesse des coefficients composés de moments d'ordre deux (DIST2), par rapport à ceux d'ordre deux et trois (DIST7). Il est à noter qu'avec tous les niveaux de  $S/B$ , ou toutes les valeurs de SEUIL pour le cas d'images binaires, on obtient toujours un taux de classification de 100% avec les moments homogènes.

SEUIL	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Moments invariants.										
DIST7	69	76	82	85	86	89	93	95	98	100
DIST2	84	89	91	91	95	96	96	98	98	100
Moments invariants homogènes.										
DIST7	64	80	84	85	89	89	89	91	98	100
DIST2	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100

table 1: pourcentage du taux de succès classification des images binaires en fonction de différentes valeurs du SEUIL.

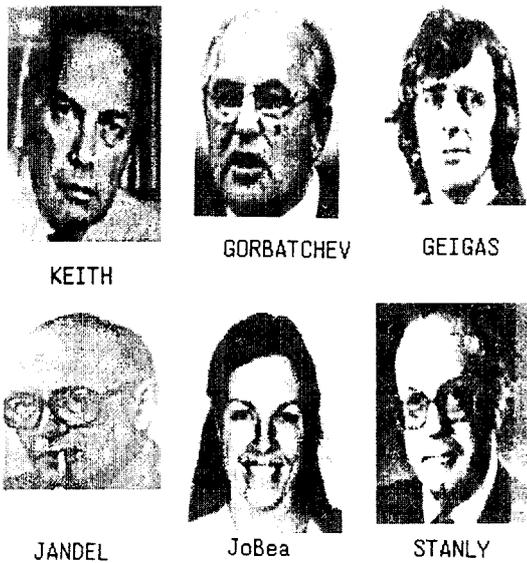


figure 1: images de figures humaines.

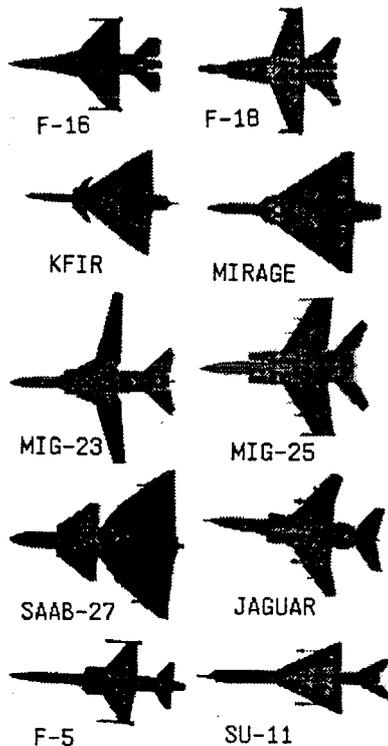


figure 2: images de prototypes d'avions..

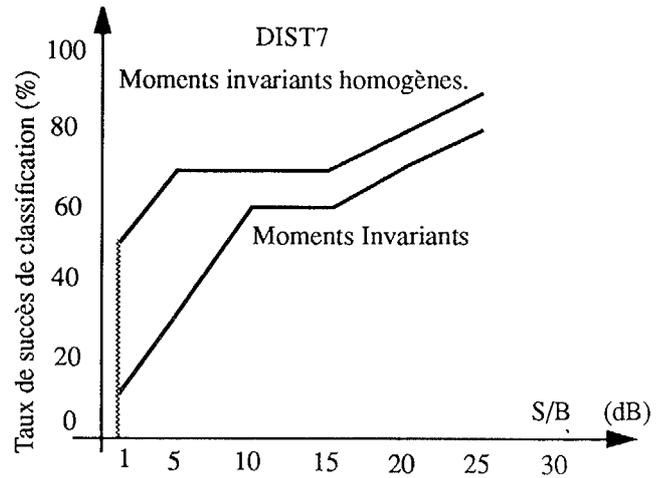


figure 4: résultats de classification utilisant DIST7

### 5. CONCLUSION

La méthode des moments invariants homogènes donne de très bons résultats pour des images à texture complexe, indépendamment de la régularité des formes. Comme on l'a remarqué, les résultats sont meilleurs avec les images de figure humaine qu'avec les formes binaires de prototypes d'avions.

Le taux parfait de classification de 100% obtenu avec la fonction de discrimination DIST2, suggère l'utilisation seule des coefficients de moments centrés d'ordre deux; car même si ces coefficients ne contiennent pas toute l'information nécessaire pour la caractérisation, il n'en demeure pas moins qu'ils sont très robustes face au bruit additif.

Les deux moments homogènes  $N(1)$  et  $N(2)$ , avec leurs caractéristiques de complémentarité, permettent de lever beaucoup d'ambiguïtés rencontrées dans d'autres techniques comme les techniques de regroupement dichotomes; on s'attend à de meilleurs résultats en combinant ces nouveaux coefficients à des techniques heuristiques propres au type d'objets concernés.

### Références

[Hu]. MING-KUEI-HU, "Visual Pattern Recognition by Moments Invariants", IRE Trans. Inform. Theory, vol. IT-8, pp. 179-187, Feb. 1962.

[Dudani] S. A. Dudani et al, "Aircraft Identification by Moments Invariants", IEEE Transaction on Computer, vol.. C-26, pp. 39-46, Jan. 1977.

[Pavlidis] T. Pavlidis, "Algorithms for Shape Analysis of Contours and Waveforms", IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. PAMI-2, No. 4, pp. 301-312, July 1980.

[Alireza] A. Khotzand and Yaw Hua Hong, "Invariant Image Recognition by Zernike Moments", IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 12, No. 5, pp. 489-597, May 1990.

[Halet], A. Halet, "Etude comparative de Quelques Méthodes de Classification des Images 2-D", Thèse de Maîtrise, Dépôt final à l'école des gradués de l'université Laval, le 31 Novembre 1990.

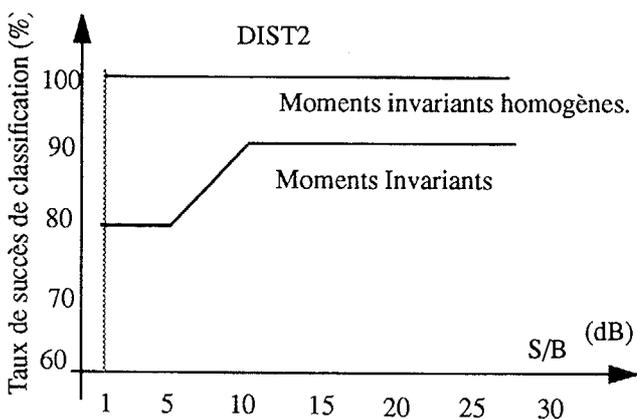


figure 3: résultats de classification utilisant DIST2.