



# DECONVOLUTION TEMPS-FREQUENCE PAR UNE METHODE DE GRADIENT

Joël MILLET, Geneviève JOURDAIN

CEPHAG  
INPG/IEG, URA 346 CNRS  
B.P. 46, 38402 Saint-Martin-d'Hères cedex, France.

**Résumé** - En identification active de cibles mobiles, on utilise des signaux résolvents en temps et en Doppler. Mais cette résolution propre peut être insuffisante dans certains cas, par exemple lorsqu'on veut séparer les "points brillants" de la cible et faire de la classification. On propose alors d'utiliser une étape de déconvolution de l'image retard-Doppler obtenue, par la fonction d'autoambiguïté du signal émis. On présente ici une classe de méthodes itératives de déconvolution et on caractérise ces méthodes à l'aide de simulations. On donne enfin un exemple de traitement de signaux expérimentaux.

**Abstract** - In active target identification, one should use signals exhibiting nearly "ideal" range-Doppler ambiguity properties. But this resolution may be insufficient in some cases when one wants to separate and identify close target highlight points. We propose to use a deconvolution procedure of the delay-Doppler image by the signal ambiguity function. A class of iterative methods is presented and characterized by some simulations. Experimental results are also analyzed.

## 1 - INTRODUCTION

Dans les problèmes d'identification de cibles par radar ou sonar actif, on s'intéresse à la répartition des points brillants (réflecteurs du signal émis) dans le plan (retard, Doppler). Ces points brillants permettent de caractériser et de classer la cible étudiée.

Afin d'obtenir une bonne résolution combinée en retard et en Doppler, on doit utiliser des signaux résolvents en retard et Doppler qui ont donc une fonction d'ambiguïté "proche d'un Dirac" dans le plan (retard, Doppler). A produit bande x durée ( $B_S T_S$ ) donné, les signaux les plus résolvents sont, à ce jour, les signaux modulés binaires en phase suivant les différents états d'une Séquence Binaire de Longueur Maximale (SBLM) appelés encore signaux de type "BPSK" (Binary Phase Shift Keying) [Millet'90a].

Cependant, même en utilisant des signaux très performants, la résolution obtenue peut être parfois insuffisante en particulier en présence d'échos multiples dus à des points brillants très proches à la fois en retard et en Doppler et lorsque la bande  $B_S$  et la durée  $T_S$  du signal émis sont limitées.

Dans le cas où la résolution propre du signal émis est insuffisante, on présente ici une méthode de déconvolution bidimensionnelle complexe de la fonction d'interambiguïté signal émis/signal reçu par la fonction d'autoambiguïté du signal émis. Cette méthode, basée sur l'algorithme dit du "Gradient", est validée et caractérisée à l'aide de simulations et également appliquée dans le cas de signaux expérimentaux de type sonar.

## 2 - MODELISATION

On considère une cible mobile étendue se déplaçant à vitesse constante dans un milieu de propagation supposé homogène et isotrope ne présentant pas de trajets multiples. Ces hypothèses permettent de simplifier la présentation de la méthode sans toutefois en restreindre la généralité. En effet, on pourra par la suite tenir compte de la présence réaliste (dans le cas par exemple des applications en acoustique sous-marine) de trajets multiples en introduisant en plus de la réponse de la cible, la réponse du milieu dont la modélisation est donnée dans [Jourdain'87].

La cible est modélisée ici par sa réponse retard-Doppler  $h(\tau, \nu)$  caractéristique des différents points brillants:

$$(1) \quad h(\tau, \nu) = \sum_{i=1}^N \alpha_i e^{j\Phi_i} \delta(\tau - \tau_i, \nu - \nu_i).$$

Chaque point brillant est caractérisé par un retard  $\tau_i$  et un décalage Doppler lié à  $\nu_i$ . On suppose de plus que chacun de ces réflecteurs introduit un coefficient d'amplitude  $\alpha_i$  et une phase  $\Phi_i$ , caractéristiques par exemple du matériau réflecteur de l'onde émise.

Le problème est d'estimer chacun de ces paramètres (supposés déterministes) pour chaque point brillant. Cette estimation se fait après un premier traitement consistant en un filtrage adapté multidoppler (ou interambiguïté entre le signal



émis et le signal reçu). Cette première étape permet d'améliorer le rapport Signal sur Bruit (S/B) et de faire une première estimation des paramètres caractéristiques des points brillants de la cible, cette estimation étant d'autant plus performante que les signaux utilisés sont résolvents en retard et Doppler.

La fonction d'interambiguïté émis/reçu est donnée, dans le cas bande-étroite, par :

$$(2) \quad \chi_{er}(\tau, \nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mu_e(t) \mu_r^*(t - \tau) e^{-j2\pi\nu t} dt.$$

On montre alors dans [Millet'90b] que  $\chi_{er}$  s'exprime sous la forme suivante :

$$(3) \quad \chi_{er}(\tau, \nu) = (\chi_{ee} ** h)(\tau, \nu) + \chi_{eb}(\tau, \nu).$$

où  $**$  représente le produit de convolution à 2 dimensions ( $\tau$  et  $\nu$ ).

Cette dernière relation montre que, dans le cas où la résolution propre du signal émis est insuffisante, une déconvolution bidimensionnelle de  $\chi_{er}$  par  $\chi_{ee}$  permet d'estimer  $h$  et ainsi de déterminer plus finement le nombre, la position dans le plan (retard, Doppler) ainsi que l'amplitude et la phase des différents points brillants de la cible. Il s'agit donc d'un cas particulier de résolution d'un problème inverse ou d'identification de système.

### 3 - DECONVOLUTION TEMPS-FREQUENCE. METHODE DU GRADIENT

Nous proposons d'utiliser ici une méthode de déconvolution itérative du type "Gradient" pour estimer la réponse de la cible.

Cette méthode consiste à résoudre l'équation de convolution en minimisant une fonctionnelle quadratique définie positive. On obtient alors l'algorithme suivant : [Millet'90b]

$$(4.a) \quad h_0(n_1, n_2) = \lambda [\chi_{ee}^*(-\cdot, -\cdot) ** \chi_{er}](n_1, n_2)$$

$$(4.b) \quad h_{k+1}(n_1, n_2) = h_k(n_1, n_2) - \lambda [\chi_{ee}^*(-\cdot, -\cdot) ** (\chi_{ee} ** h_k - \chi_{er})](n_1, n_2).$$

La convergence de l'algorithme et l'unicité de la solution sont assurées lorsque :

$$(5) \quad 0 < \lambda_0 < 2$$

$$\text{où : } \lambda_0 = \lambda \max_{\nu_1, \nu_2} |\hat{\chi}_{ee}(\nu_1, \nu_2)|^2$$

$\hat{\chi}_{ee}(\cdot, \cdot)$  étant la T.F. 2-D de  $\chi_{ee}(\cdot, \cdot)$ .

Cet algorithme représente une procédure de déconvolution sans contraintes et il converge vers la même solution que celle qui serait fournie par le "filtre inverse". Ainsi, lorsque ce dernier n'existe pas, il faudra appliquer des contraintes à  $h_k$  pour assurer l'obtention d'une solution "acceptable". L'application de la contrainte de positivité, classique par exemple en traitement d'images, n'est pas

possible ici car les grandeurs étudiées sont complexes ainsi que la réponse cherchée. On sera donc amené à lui préférer une contrainte du type "support borné" ou encore à modifier l'algorithme (4) en introduisant des pondérations [Millet'91].

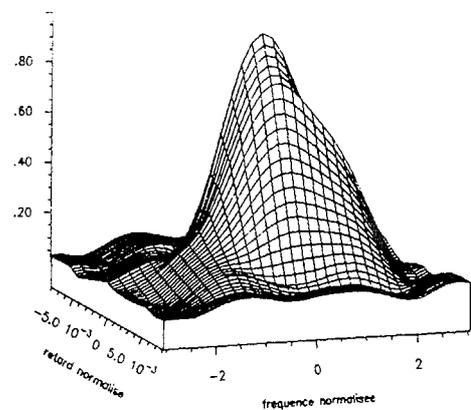
### 4 - SIMULATIONS

On utilise ici un signal résolvant temps-fréquence, de produit  $B_S T_S = 127$ , de type "BPSK" pondéré en amplitude par une courbe de Gauss [Millet'90a].

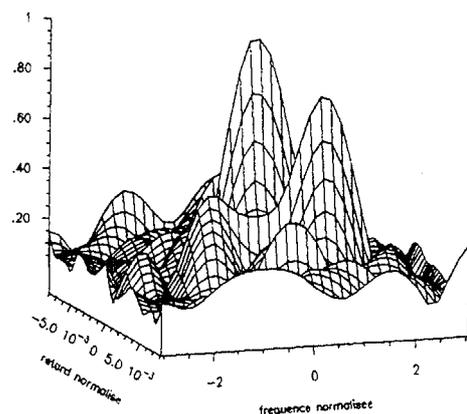
On simule une cible présentant des points brillants proches et non résolus par le pouvoir de résolution du signal émis. Puis on détermine la fonction d'interambiguïté émis/reçu à partir des enveloppes complexes des signaux, ce qui correspond à l'observation après démodulation. On peut également ajouter ou non du bruit. On effectue ensuite la déconvolution de cette fonction par la fonction d'autoambiguïté du signal émis avec l'objectif de retrouver le modèle de cible initial.

La cible simulée ici présente 3 points brillants non directement résolus dans l'image  $\chi_{er}$  initiale (cf. figure 1).

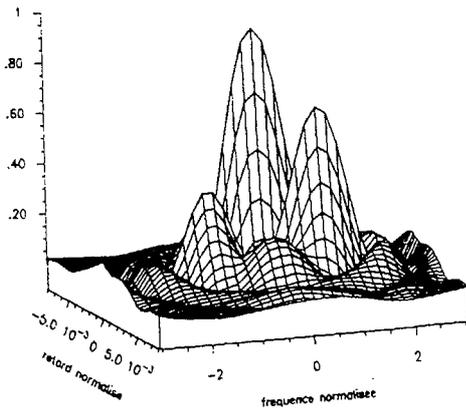
On montre les résultats de déconvolution obtenus sans contraintes ainsi qu'en appliquant une pondération gaussienne sur les fonctions d'autoambiguïté et d'interambiguïté, lorsque le rapport S/B (en sortie du filtre adapté) est infini ( $\lambda_0 = 1$  dans chaque cas).



-a- Avant déconvolution.



-b- Après déconvolution.



-c- Après déconvolution avec pondération gaussienne.

Fig.1 - Simulation. Cible à 3 points brillants.  
Module de l'interambiguïté.

## 5 - TEST D'ARRET

Le test proposé ici est basé sur l'erreur que nous notons  $E_S(k)$ , définie par :

$$(6) \quad E_S(k) = \frac{\|h_k - h_{k-1}\|}{\|h_0\|}$$

Il faudra donc vérifier si  $E_S(k) \leq \epsilon$ ,  $\epsilon$  étant l'erreur tolérée entre deux estimées successives de  $h$ , au rang  $k$  et au rang  $k-1$ . Ce test est très commode sur le plan numérique. Il peut présenter malgré tout l'inconvénient d'être vérifié dans certains cas sans que  $h_k$  soit proche de la solution. Notons cependant que les simulations effectuées tendent à montrer des zones où  $E_S(k)$  est sensiblement constante et très faible. Ces zones permettent ainsi de définir aisément le test d'arrêt de la procédure. De plus, cela traduit le fait que la solution est stable, c'est-à-dire évolue peu dans une certaine plage : entre 10 et 100 itérations pour  $S/B=5\text{dB}$  avec  $\lambda_0=1$  dans le cas non pondéré par exemple (cf. figure 3.a). L'étude de la stabilité de cette solution permet donc de déterminer (à  $\lambda_0$  fixé) le nombre optimal d'itérations à effectuer : ce nombre peut être pris égal à  $k_0$  tel que  $E_S(k)$  soit minimale pour  $k=k_0$ . Ceci revient d'ailleurs à régulariser le problème [Saint-Félix'84].

On donne en figure 2 les courbes représentant l'erreur normalisée  $E_S(k)$  en fonction de  $k$ , pour différentes valeurs de  $\lambda_0$ . On constate une très faible stabilité pour  $\lambda_0$  proche de 2 et également une décroissance très rapide de  $E_S(k)$  au début de la procédure ("steepest descent"). La valeur  $\lambda_0=1$  ("méthode de Van Cittert") semble d'autre part fournir un bon compromis entre stabilité et rapidité de convergence.

Les figures 3.a et 3.b montrent l'évolution de l'erreur normalisée  $E_S(k)$  en fonction de  $k$ , pour différentes valeurs du rapport  $S/B$ . On constate alors une grande stabilité lorsqu'on utilise les pondérations proposées, ceci quelle que soit la valeur du rapport  $S/B$ .

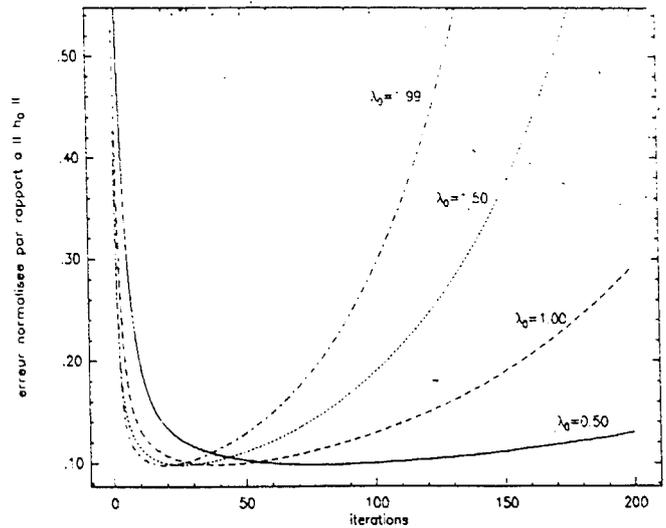


Fig. 2 - Erreur  $E_S(k)$  en fonction du nombre d'itérations  $k$ , pour différentes valeurs de  $\lambda_0$ , dans le cas non pondéré. Rapport  $S/B$  infini.

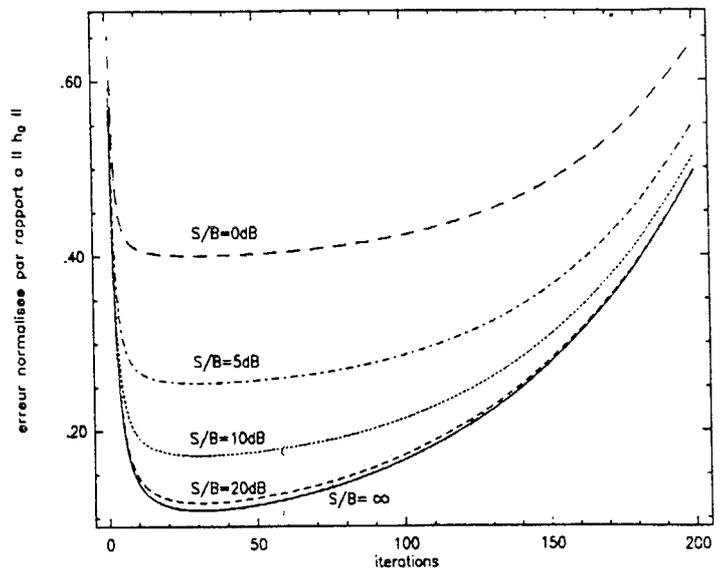


Fig. 3.a - Erreur  $E_S(k)$  en fonction du nombre d'itérations  $k$ , pour différentes valeurs du rapport  $S/B$ , dans le cas non pondéré avec  $\lambda_0=1$ .

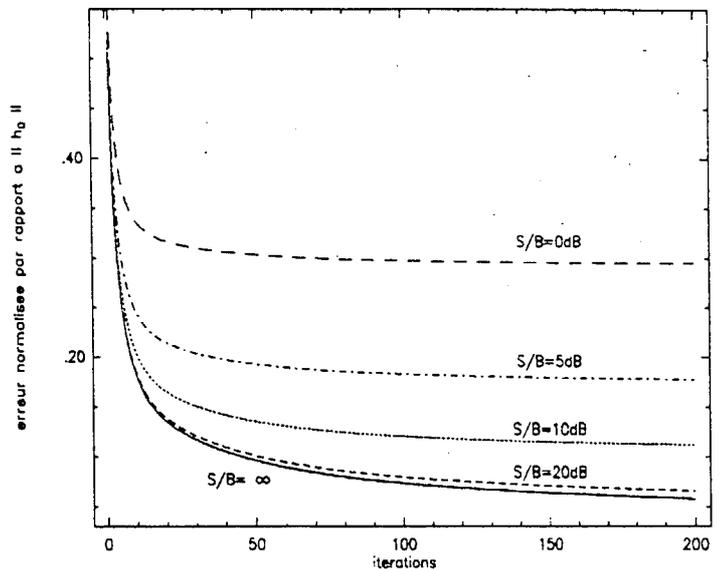


Fig. 3.b - Erreur  $E_S(k)$  en fonction du nombre d'itérations  $k$ , pour différentes valeurs du rapport  $S/B$ , dans le cas pondéré avec  $\lambda_0=1$ .



## 6 - APPLICATION EN SONAR ACTIF

On présente ici une application dans le cas de signaux sonar obtenus lors d'une expérimentation réalisée par la Direction des Constructions Navales avec le concours de la Marine Nationale en 1976 aux Açores (Polygone "AFAR"). Cette expérimentation a été effectuée en partie dans le but de caractériser la réponse d'une cible à des signaux de type "BPSK" non pondérés en amplitude et avec  $B\tau T_s=511$ .

La cible présente ici une réponse étendue et on note un groupement de points brillants (2 "gros" points brillants) dans la partie centrale de l'image (Fig.4).

Ces points brillants sont résolus après le traitement de déconvolution (Fig.5). Nous présentons ici le résultat obtenu après 100 itérations. Ce résultat peut encore être amélioré si l'on poursuit la procédure itérative, cependant ceci aurait également pour effet d'augmenter l'importance des artéfacts.

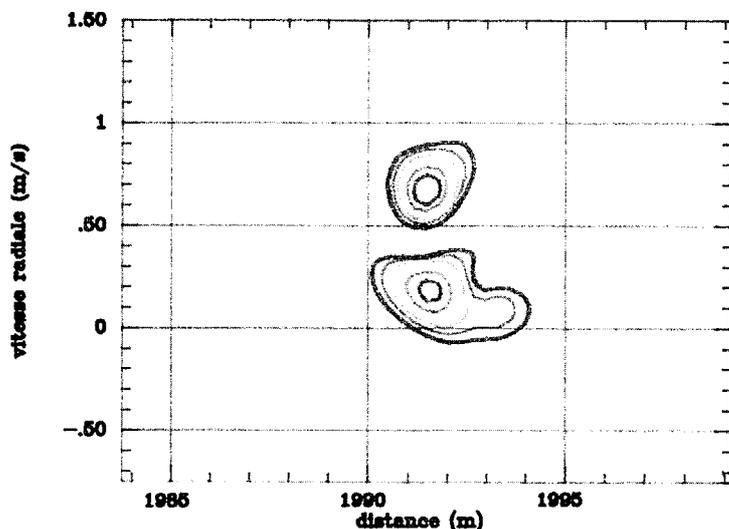


Fig.4 - Module de la fonction d'interambiguïté :  
Avant déconvolution.

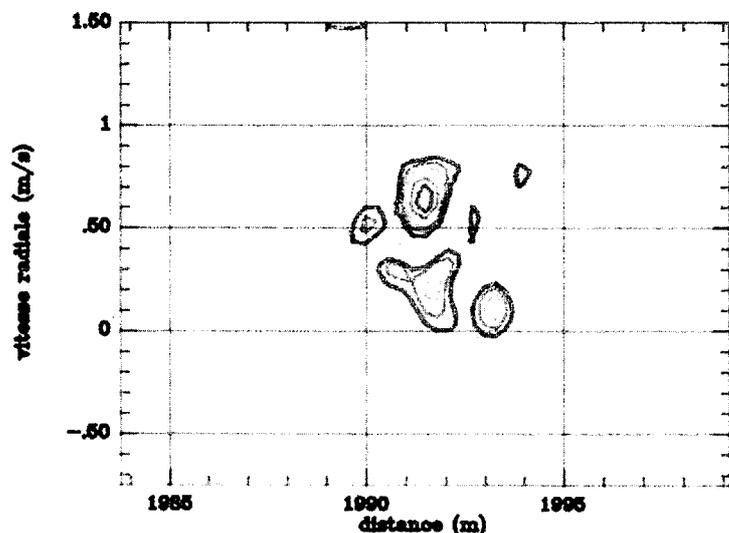


Fig.5 - Module de la fonction d'interambiguïté :  
Après déconvolution.

## 7 - CONCLUSION

Nous avons présenté ici une classe de méthodes itératives de résolution des problèmes inverses et plus particulièrement des problèmes de déconvolution à deux dimensions.

L'attrait de ces méthodes dans le cas particulier de la séparation de points brillants proches réside principalement dans la grande souplesse d'emploi et dans leur facilité de mise en oeuvre. Ainsi, les traitements d'objets bidimensionnels complexes (fonctions d'ambiguïté) ont été possibles et ont fourni des résultats très satisfaisants, lors des simulations ainsi que dans le cas de signaux expérimentaux, même en présence de bruits importants (la méthode a été validée jusqu'à  $S/B=0dB$ ).

Cependant, ces méthodes nécessitent une puissance de calcul importante et d'autre part la procédure itérative doit être utilisée avec prudence lorsqu'on travaille en présence de bruit. En effet, la non existence du filtre inverse peut poser dans ce cas un grave problème et compromettre la convergence de cette procédure.

Le choix de contraintes appropriées au cas étudié peut souvent aider à résoudre ce problème et même accélérer la convergence. D'autre part, il faut se fixer un critère d'arrêt de la procédure itérative (lorsqu'on estime que les paramètres sont correctement évalués). Le critère d'arrêt utilisé ici a par ailleurs fourni de très bons résultats.

Enfin, il faut noter que dans le cas de signaux expérimentaux et de points brillants très proches, des interférences destructrices peuvent se rajouter, annulant directement le signal dans l'observation  $\chi_{er}$  et causant ainsi une grave détérioration du signal utile par rapport au bruit ambiant.

Remerciements : Cette étude a été conduite avec le soutien de la D.C.N. dans le cadre de la convention D.C.N./CEPHAG.

## 8 - BIBLIOGRAPHIE

- [Jourdain'87] - "Modélisation du canal marin et utilisation".  
G. Jourdain.  
Rapport CEPHAG n° 65/87.
- [Millet'90a] - "Signaux à fort pouvoir de résolution temps-fréquence. Comparaison entre les signaux de Costas et les signaux à modulation binaire de phase".  
J. Millet, G. Jourdain.  
Traitement du Signal, vol. 7, n° 1, 1990.
- [Millet'90b] - "Imagerie temps-fréquence et déconvolution bidimensionnelle".  
J. Millet, G. Jourdain.  
Journal de Physique, supplément au n° 17, tome 51, IX<sup>èmes</sup> JESPA, LMA, Marseille, Septembre 1990.
- [Millet'91] - "Signaux à ambiguïté optimale et déconvolution temps-fréquence. Application en identification active".  
J. Millet.  
Thèse de Doctorat de l'INPG en Automatique et Traitement du Signal, 21 Mai 1991.
- [Saint-Félix'84] - "Restauration d'images dans  $C^2$  par une méthode rapide de régularisation".  
D. Saint-Félix, A. Mohammad-Djafari, G. Demoment.  
Premier Colloque Image, Biarritz, Mai 1984.