

APPORT DES FONCTIONS SPHEROIDALES BI-DIMENSIONNELLES POUR  
L'ESTIMATION FINE DES CARACTERISTIQUES D'UNE CIBLE RADAR.

A. KHENCHAF - E. POTTIER - J. SAILLARD

Laboratoire S2HF  
IRESTE  
La Chantrerie - CP3003  
44087 NANTES CEDEX 03

RÉSUMÉ

L'objectif de cet article est de montrer comment il est possible d'augmenter la discrimination de contributeurs proches à partir de la connaissance d'une image électromagnétique haute résolution d'une cible radar en utilisant une méthode basée sur l'analyse harmonique. Par transformée de Fourier, le pouvoir de discrimination est au mieux de  $1/n$ , où  $n$  est le nombre d'échantillons. La méthode proposée utilise une batterie de filtres sphéroïdaux bi-dimensionnels et permet d'obtenir une résolution axiale et transverse égale à  $2/N$  où  $N$  est la taille de la Transformée de Fourier Rapide (TFR).

1: INTRODUCTION.

L'Imagerie Radar est utilisée pour effectuer l'analyse fine de la signature de cibles. L'article proposé s'inscrit dans le cadre général du problème inverse de la diffraction électromagnétique et de la reconnaissance des coordonnées géométriques et des propriétés physiques des contributeurs élémentaires d'une cible à partir de la connaissance du champ complexe rétrodiffusé par un obstacle radar observé sur un site expérimental.

La cible étant modélisée par un ensemble de  $P$  contributeurs élémentaires, nous désirons estimer, avec la meilleure précision possible, le nombre  $N$  de contributeurs, leur position ainsi que l'amplitude et la phase propre de chaque contributeur. Nous savons que, si une bonne précision est atteinte sur l'un des paramètres, celle-ci se fait au détriment de la précision sur les autres paramètres. De plus si les contributeurs sont très proches les uns des autres, il est impossible de les discriminer.

Après un bref rappel sur les fonctions d'ondes sphéroïdales mono-dimensionnelles, nous montrons comment, par utilisation des fonctions sphéroïdales bi-dimensionnelles, qu'il est possible de localiser et de discriminer à partir d'une image électromagnétique haute résolution d'une cible, deux contributeurs appartenant à la même cellule de résolution, avec une excellente précision, ainsi que d'estimer les amplitudes et les phases de chaque contributeur.

2: FONCTIONS D'ONDES SPHEROIDALES DISCRETES MONODIMENSIONNELLES.

Ces fonctions sont issues des solutions de l'équation d'onde  $\Delta\phi + k^2\phi = 0$  écrite en coordonnées sphéroïdales [1].

Les fonctions  $U_k(N,W,f)$  sont alors solutions de l'équation différentielle discrète suivante [2],[3].

$$\frac{\partial}{\partial f} \left[ \cos 2\pi f - \cos 2\pi W \right] \frac{\partial U_k(N,W,f)}{\partial f} + (2\pi)^2 \left[ \frac{1}{4}(N^2 - 1) \cos 2\pi f - \theta_k(N,W) \right] U_k(N,W,f) = 0 \quad (1)$$

Ces fonctions appelées aussi fonctions propres du noyau de Dirichlet, sont également définies comme solutions de l'équation intégrale de Fredholm suivante [2],[3].

$$\int_{-W}^W \frac{\sin N\pi(f-f')}{\sin \pi(f-f')} U_k(N,W,f') df' = \lambda_k(N,W) U_k(N,W,f) \quad (2)$$

( $k=0, \dots, N-1$ ) et  $\forall f \in R$

ABSTRACT

The objective of this paper shall be to show how it is possible to increase discrimination of near elementary contributors from the knowledge of a high resolution electromagnetic image of a radar target, using a method based on harmonic analysis. By a Fourier transform, the normalized resolution is  $1/n$  where  $n$  stands for the number of samples. The proposed method uses bi-dimensionnal spheroidal windows and allows to obtain a resolution equal to  $2/N$ ,  $N$  being the size of Fast Fourier Transform (FFT).

où  $W \in [0, 1/2]$  est la bande passante locale à la fréquence considérée et est de l'ordre de  $1/N$ ,  $N$  étant le nombre de points d'observation. Ces fonctions sont ordonnées selon leur valeur propre.

$$0 < \lambda_{N-1}(N,W) < \lambda_{N-2}(N,W) < \dots < \lambda_1(N,W) < \lambda_0(N,W) < 1 \quad (3)$$

Il existe  $N$  valeurs propres, et seules les  $[2NW]$  fonctions d'ondes sphéroïdales correspondant aux  $[2NW]$  premières valeurs propres les plus proches de 1 sont utilisées. Dans ce cas, les  $[2NW]$  fonctions sphéroïdales  $U_k(N,W,f)$  sont celles qui possèdent la plus grande proportion d'énergie dans  $[-W,W]$ . Les fonctions propres  $U_k(N,W,f)$  sont orthogonales sur  $[-W,W]$ :

$$\frac{1}{\lambda_k(N,W)} \int_{-W}^W U_m(N,W,f) U_k(N,W,f) df = \delta_{mk} \quad (4)$$

et orthonormales sur  $[-1/2; 1/2]$ :

$$\int_{-1/2}^{1/2} U_m(N,W,f) U_k(N,W,f) df = \delta_{mk} \quad (5)$$

Les transformées de Fourier des fonctions d'ondes sphéroïdales discrètes sont appelées "suites discrètes sphéroïdales", et sont définies par:

$$V_n^k(N,W) = \frac{1}{\varepsilon_k \lambda_k(N,W)} \int_{-W}^W U_k(N,W,f) e^{-j2\pi f[n-(N-1)/2]} df \quad (6)$$

quel que soit  $n$ , avec  $k = 0, 1, \dots, N-1$ .

$$\varepsilon_k = \begin{cases} 1 & \text{si } k \text{ est pair} \\ j & \text{si } k \text{ est impair} \end{cases}$$

En raison de la seconde orthogonalité, il existe une deuxième transformée de Fourier:

$$V_n^k(N,W) = \frac{1}{\varepsilon_k} \int_{-1/2}^{1/2} U_k(N,W,f) e^{-j2\pi f[n-(N-1)/2]} df \quad (7)$$

valable pour  $n, k = 0, 1, \dots, N-1$ .

Comme les fonctions d'ondes sphéroïdales, les suites discrètes  $V_n^k$  sont orthogonales sur  $[-\infty, +\infty]$  et orthonormales sur  $[0, N-1]$ , avec:

$$\sum_{n=0}^{N-1} V_n^{(i)} V_n^{(k)} = \lambda_i \sum_{n=-\infty}^{+\infty} V_n^{(i)} V_n^{(k)} = \delta_{ik} \quad (8)$$

3: FONCTIONS D'ONDES SPHEROIDALES DISCRETES BIDIMENSIONNELLES.

Les fonctions d'ondes sphéroïdales discrètes sont nous le rappelons, issues des fonctions solutions de



l'équation d'onde  $\Delta\phi + k^2\phi = 0$  lorsque celle-ci est écrite en coordonnées sphéroïdales [1].

L'opérateur de Laplace  $\Delta$  s'exprime en coordonnées sphéroïdales par:

$$\Delta = \frac{1}{h_u h_v h_\phi} \left[ \frac{\partial}{\partial u} \left( \frac{h_v h_\phi}{h_u} \frac{\partial}{\partial u} \right) + \frac{\partial}{\partial v} \left( \frac{h_u h_\phi}{h_v} \frac{\partial}{\partial v} \right) + \frac{\partial}{\partial \phi} \left( \frac{h_u h_v}{h_\phi} \frac{\partial}{\partial \phi} \right) \right] \quad (9)$$

$$\text{avec: } \begin{aligned} h_u^2 &= \left( \frac{\partial x}{\partial u} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial u} \right)^2 + \left( \frac{\partial z}{\partial u} \right)^2 \\ h_v^2 &= \left( \frac{\partial x}{\partial v} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial v} \right)^2 + \left( \frac{\partial z}{\partial v} \right)^2 \\ h_\phi^2 &= \left( \frac{\partial x}{\partial \phi} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial \phi} \right)^2 + \left( \frac{\partial z}{\partial \phi} \right)^2 \end{aligned} \quad (10)$$

où  $(u, v, \phi)$  désignent les coordonnées sphéroïdales d'un point de coordonnées cartésiennes  $(x, y, z)$  avec:

$$\begin{cases} x = cuv \\ y = cv\sqrt{(1-v^2)(u^2-1)} \cos\phi \\ z = cv\sqrt{(1-v^2)(u^2-1)} \sin\phi \end{cases} \quad (11)$$

Dans ce cas, les expressions  $h_u, h_v$  et  $h_\phi$  s'expriment par:

$$h_u = c\sqrt{\frac{u^2-v^2}{u^2-1}} \quad h_v = c\sqrt{\frac{u^2-v^2}{1-v^2}} \quad h_\phi = c\sqrt{(u^2-1)(1-v^2)} \quad (12)$$

L'équation d'onde peut alors s'écrire:

$$\frac{\partial}{\partial u} \left[ (u^2-1) \frac{\partial \phi}{\partial u} \right] + \frac{\partial}{\partial v} \left[ (1-v^2) \frac{\partial \phi}{\partial v} \right] + \frac{u^2-v^2}{(u^2-1)(1-v^2)} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \phi^2} + d^2(u^2-v^2)\phi = 0 \quad \text{avec } d = ck/2 \quad (13)$$

En posant  $\phi = R_{mn}(d, u) S_{mn}(d, v) \sin(m\phi)$ , alors les fonctions radiales  $R_{mn}(d, u)$  et les fonctions angulaires  $S_{mn}(d, v)$  vérifient les équations différentielles suivantes, [1]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial u} \left[ (u^2-1) \frac{\partial}{\partial u} R_{mn}(d, u) \right] - \left[ \lambda_{mn} - d^2 u^2 + \frac{m^2}{u^2-1} \right] R_{mn}(d, u) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial v} \left[ (1-v^2) \frac{\partial}{\partial v} S_{mn}(d, v) \right] + \left[ \lambda_{mn} - d^2 v^2 - \frac{m^2}{1-v^2} \right] S_{mn}(d, v) &= 0 \end{aligned} \quad (14)$$

où les valeurs propres  $\lambda_{mn}$  doivent être déterminées de façon que  $R_{mn}$  et  $S_{mn}$  soient finies pour  $u=\pm 1$  et  $v=\pm 1$ .

Ces deux équations différentielles sont identiques. En prenant  $m=0$  dans ces équations, nous obtenons une équation différentielle de la forme:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ (1-x^2) \frac{\partial}{\partial x} U_n(d, x) \right] + \left[ \lambda_n - d^2 x^2 \right] U_n(d, x) = 0 \quad (15)$$

En discrétisant cette équation, alors l'équation différentielle (1) définissant les fonctions d'ondes sphéroïdales est retrouvée.

A partir de la décomposition de la fonction d'onde en deux fonctions indépendantes  $R_{mn}(d, u)$  et  $S_{mn}(d, v)$ , il est alors possible de définir deux fonctions d'ondes sphéroïdales discrètes indépendantes, vérifiant chacune l'équation différentielle continue (15). Dans ce cas, la fonction d'onde sphéroïdale discrète bidimensionnelle est à noyau séparable, et peut s'écrire:

$$U_k(N, W, f; M, V, \theta) = U_k(N, W, f) U_k(M, V, \theta) \quad (16)$$

Dans notre application, il sera considéré  $N=M$ , et  $k = 0, \dots, N-1$

Les propriétés d'orthogonalité sont conservées dans chacun des deux domaines.

Les suites discrètes sphéroïdales sont obtenues par transformée de Fourier bi-dimensionnelles des fonctions sphéroïdales, avec:

$$V_{n, m}^{(k)}(N, W; M, V) = \frac{1}{\varepsilon_k \lambda_k} \int_{-W}^W \int_{-V}^V U_k(N, W, f; M, V, \theta) e^{-j2\pi [f[n-\frac{N-1}{2}] + \theta[m-\frac{M-1}{2}]]} df d\theta \quad (17)$$

avec  $n = 0, \dots, N-1$  et  $m = 0, \dots, M-1$ .

En raison de la séparabilité des fonctions d'ondes sphéroïdales, on peut définir les suites sphéroïdales discrètes bidimensionnelles avec:

$$V_{n, m}^{(k)}(N, W; M, V) = V_n^{(k)}(N, W) V_m^{(k)}(M, V) \quad (18)$$

$$\text{où: } V_n^{(k)}(N, W) = \mathcal{F} \left[ U_k(N, W; f) \right] \quad V_m^{(k)}(M, V) = \mathcal{F} \left[ U_k(M, V; \theta) \right] \quad (19)$$

Comme pour les fonctions, les propriétés d'orthogonalité des suites sont conservées dans leurs domaines respectifs.

#### 4: METHODE DE L'HOLOGRAPHIE RADAR.

L'holographie radar [4], est un procédé conduisant à la réalisation d'une image électromagnétique haute résolution d'une cible radar complexe, à partir de la connaissance des valeurs du champ électromagnétique rétrodiffusé par celle-ci relevé en fonction de deux paramètres de mesure: la fréquence d'émission ( $f$ ) ainsi que la position angulaire ( $\theta$ ) du radar par rapport au centre de phase de la cible.

Le coefficient de rétrodiffusion représente le rapport du champ de l'onde réfléchi par la cible et de l'onde incidente au niveau de la source. Ce coefficient complexe traduit un affaiblissement et un déphasage. De plus, le coefficient de rétrodiffusion est fonction du couple de polarisation utilisé à l'émission et à la réception.

L'image électromagnétique haute résolution est obtenue par sommation cohérente sectorielle des réponses impulsionnelles représentant les fonctions temporelles de l'écho renvoyé par la cible. L'image radar, ainsi obtenue, représente la projection des points brillants dans le plan d'observation, ce qui permet de localiser spatialement les positions des centres de diffraction.

##### 4 - 1: Formulation mathématique.

Considérons qu'une cible radar puisse se décomposer en une somme finie de  $N$  contributeurs indépendants et possédant la propriété d'isotropie fréquentielle. Le coefficient de rétrodiffusion s'exprime alors par:

$$S(\vec{k}) = \sum_{i=1}^N a_i \cdot e^{-2j\vec{k} \cdot \vec{X}_i} \quad (20)$$

où  $a_i$  désigne l'amplitude complexe du  $i$ ème contributeur, et  $\vec{X}_i$  le vecteur définissant sa position spatiale dans le repère cible. La relation (20) peut être considérée comme la transformée de Fourier tridimensionnelle de l'image, ce qui donne:

$$I(\vec{X}) = \iiint S(\vec{k}) e^{2j\vec{k} \cdot \vec{X}} d\vec{k} \quad (21)$$

Généralement, l'analyse est restreinte au cas bidimensionnel en imposant  $k_z=0$  (site nul). Ceci permet d'obtenir une représentation des contributeurs projetés sur le plan  $z=0$ . Ainsi, à partir de la connaissance du coefficient de rétrodiffusion global mesuré en fonction du couple  $(f, \theta)$ , l'image électromagnétique haute résolution de la cible complexe est déterminée par:

$$I(\vec{X}) = 4 \left[ \frac{\pi}{c} \right]^2 \int_{\mathcal{F}} \int_{\Theta} S(f, \theta) e^{\frac{j4\pi f}{c}(x \cos \theta + y \sin \theta)} df d\theta \quad (22)$$

où le couple  $(x, y)$  représente les coordonnées du vecteur  $\vec{X}$  dans le plan de la cible.

Actuellement, l'emploi de fenêtres d'apodisation bidimensionnelles consiste à pondérer les réponses fréquentielles par une fenêtre de largeur égale à la bande de fréquences, puis à multiplier par le coefficient de pondération correspondant au gisement angulaire en question. L'utilisation des fenêtres sphéroïdales bidimensionnelles comme fonctions de pondération, nécessite la connaissance complète du domaine d'exploitation. Pour cette raison, la pondération est effectuée à partir de l'image déjà construite [4].

## 5: APPLICATION.

A partir d'un modèle synthétique de deux points brillants très proches, nous présentons successivement l'image holographique sans pondération ainsi que le domaine spectral obtenu après transformation de Fourier bidimensionnelle inverse.

Les paramètres de la simulation synthétique de l'hologramme des points brillants sont les suivants:

- fréquence centrale: 10GHz
- pas en fréquence: 40MHz
- bande d'analyse: 4GHz - position du 1<sup>er</sup> point:
- gisement central: 30° x=0.2 y=0.2
- pas en gisement: 0.4°
- secteur angulaire: 8° - position du 2<sup>nd</sup> point:
- site: 0° x=0.22 y=0.22
- distance antenne-cible: 18.6m
- SER du point ( $\sigma^2$ ): 1m<sup>2</sup>

Ces paramètres de mesures conduisent aux résolutions transverse et axiale théoriques égales à:  $\delta x = 0.034m$  et  $\delta y = 0.101m$

La construction holographique à partir des données simulées des coefficients de rétrodiffusion a été réalisée avec une dimension des pixels égale à  $dx = dy = 0.00732m$ , vérifiant ainsi les conditions d'échantillonnage spatial. L'image électromagnétique haute résolution est représentée figure n°1. L'examen de cette image montre la présence d'une seule zone brillante, ou il est impossible de discriminer la présence de deux contributeurs.

La taille de la FFT utilisée a été fixée à 512 pour une image comportant 512 lignes et 512 colonnes.

L'analyse de l'image représentant le domaine spectral permet de vérifier que la position de celui-ci est effectivement dépendante des paramètres de mesure, notamment en ce qui concerne le gisement central  $\theta_0$ , comme le montre la figure n°2.

## 6: ANALYSE HARMONIQUE BIDIMENSIONNELLE.

L'analyse harmonique bidimensionnelle exposée dans ce paragraphe, est l'extension au cas bidimensionnel de l'estimation des paramètres des centres de diffraction développée dans [5], [6].

Dans une première étape, considérons que la cible est constituée de centres de diffraction éloignés les uns des autres.

L'image  $\tilde{I}(x,y)$  peut alors être vue comme étant composée d'une somme discrète de dirac, avec:

$$\tilde{I}(x,y) = \sum_{m=0}^p \mu_m \delta(x-x_m, y-y_m) \quad (23)$$

Le domaine spectral s'exprime dans ce cas, par:

$$S(f,\theta) = \sum_{m=0}^p \mu_m e^{2j\pi(fx_m + \theta y_m)} \quad (24)$$

En considérant les fonctions d'ondes sphéroïdales discrètes bidimensionnelles, un estimateur des triplets  $(\mu_m, x_m, y_m)$  est donné à partir de l'expression:

$$y_k(x,y) = (-1)^k \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} S(n,m) \frac{V_{n,m}^{(k)}(N,W,M,V)}{\varepsilon_k} e^{-j2\pi[x[n-\frac{N-1}{2}] + y[m-\frac{M-1}{2}]]} \quad (25)$$

avec:

$$V_{n,m}^{(k)}(N,W,M,V) = V_n^{(k)}(N,W) V_m^{(k)}(M,V) \quad (26)$$

Cette expression correspond à la transformée de Fourier de la réponse fréquentielle  $S(f,\theta)$  pondérée par les suites sphéroïdales discrètes, agissant comme fenêtres de données.

La valeur  $\mu(x_0,y_0)$  d'une composante isolée placée en  $(x_0,y_0)$  est estimée en utilisant la méthode de régression des moindres carrés, et s'écrit:

$$\hat{\mu}(x_0,y_0) = \frac{\sum_{k=0}^{L-1} y_k(x_0,y_0) U_k(0,0)}{\sum_{k=0}^{L-1} U_k^2(0,0)} \quad (27)$$

Afin d'avoir une indication sur la probabilité d'existence d'un centre de diffraction placé en  $(x_0,y_0)$ , le test de Fisher "mono-bidimensionnel" est déterminé par:

$$F(x,y) = \frac{(L-1) |\hat{\mu}(x,y)|^2 \sum_{k=0}^{L-1} U_k(0,0)^2}{\sum_{k=0}^{L-1} |y_k(x,y) - \hat{\mu}(x,y) U_k(0,0)|^2} \quad (28)$$

L'étude du test de Fisher, représenté figure n°3, nous permet de nous renseigner sur la probabilité d'existence d'un centre de diffraction situé autour de la position  $x_0=y_0=0.20$ .

Cependant, le pouvoir de résolution reste toujours faible et ne nous permet pas de discriminer deux centres de diffraction relativement proches.

La deuxième étape du traitement d'apodisation par les fenêtres sphéroïdales discrètes bidimensionnelles consiste à effectuer un zoom autour de chaque maximum détecté lors de l'étude du test de Fisher "mono-bidimensionnel".

Pour cela, nous considérons a priori que la cible comporte dans la zone étudiée, deux diracs d'amplitude  $\mu$  et  $\nu$  placés aux positions  $(x_1,y_1)$  et  $(x_2,y_2)$  dans le domaine  $[\alpha_x, \alpha_y; \beta_x, \beta_y]$  centré autour de  $(x_0,y_0)$ .

Les estimateurs  $\hat{\mu}(x_1,y_1; x_2,y_2)$  de  $\mu$  et  $\hat{\nu}(x_1,y_1; x_2,y_2)$  de  $\nu$  sont obtenus en utilisant comme précédemment, la méthode de régression des moindres carrés, et sont donnés par:

$$\hat{\mu}(x_1,y_1; x_2,y_2) = \frac{1}{\Delta} \left[ \sum_{k=0}^{L-1} |U_k(\delta,\gamma)|^2 \sum_{k=0}^{L-1} y_k(x_2,y_2) U_k^*(0,0) - \left[ \sum_{k=0}^{L-1} U_k(\delta,\gamma) U_k^*(0,0) \right] \left[ \sum_{k=0}^{L-1} y_k(x_2,y_2) U_k^*(\delta,\gamma) \right] \right] \quad (29)$$

$$- \left[ \sum_{k=0}^{L-1} U_k(\delta,\gamma) U_k^*(0,0) \right] \left[ \sum_{k=0}^{L-1} y_k(x_2,y_2) U_k^*(\delta,\gamma) \right]$$

$$\hat{\nu}(x_1,y_1; x_2,y_2) = \frac{1}{\Delta} \left[ \sum_{k=0}^{L-1} |U_k(0,0)|^2 \sum_{k=0}^{L-1} y_k(x_2,y_2) U_k^*(\delta,\gamma) - \left[ \sum_{k=0}^{L-1} U_k(0,0) U_k^*(\delta,\gamma) \right] \left[ \sum_{k=0}^{L-1} y_k(x_2,y_2) U_k^*(0,0) \right] \right] \quad (30)$$

$$- \left[ \sum_{k=0}^{L-1} U_k(0,0) U_k^*(\delta,\gamma) \right] \left[ \sum_{k=0}^{L-1} y_k(x_2,y_2) U_k^*(0,0) \right]$$

avec :  $\delta = x_2 - x_1$  et  $\gamma = y_2 - y_1$  et

$$\Delta = \sum_{k=0}^{L-1} |U_k(0,0)|^2 \sum_{k=0}^{L-1} |U_k(\delta,\gamma)|^2 - \left[ \sum_{k=0}^{L-1} U_k(\delta,\gamma) U_k^*(0,0) \right] \left[ \sum_{k=0}^{L-1} U_k(0,0) U_k^*(\delta,\gamma) \right] \quad (31)$$

Comme pour le cas "mono-bidimensionnel" le test de Fisher "bi-bidimensionnel" est déterminé, afin de trouver la probabilité conjointe d'existence du couple des deux centres de diffraction. Ce test de Fisher est donné par l'expression:

$$F(x_1,y_1; x_2,y_2) = \quad (32)$$

$$(L-2) \frac{\sum_{k=0}^{L-1} |\hat{\mu}(x_1,y_1; x_2,y_2) U_k(0,0) + \hat{\nu}(x_1,y_1; x_2,y_2) U_k(\delta,\gamma)|^2}{\sum_{k=0}^{L-1} |y_k(x_2,y_2) - \hat{\mu}(x_1,y_1; x_2,y_2) U_k(0,0) - \hat{\nu}(x_1,y_1; x_2,y_2) U_k(\delta,\gamma)|^2}$$

Plus la valeur du test F est élevée plus la probabilité d'existence du couple de contributeurs placés en  $(x_1,y_1)$  et  $(x_2,y_2)$  est grande. Ce test est calculé pour  $x_2 > y_2$  et  $x_1 > y_1$ .

Après l'étude du test de Fisher "bi-bidimensionnel" nous obtenons l'image électromagnétique apodisée par les fenêtres sphéroïdales bidimensionnelles représentée sur la figure n°4.

L'examen de cette image montre qu'il n'existe aucune trace de lobes secondaires liés à la fonction d'appareil. En effet, l'analyse harmonique mise en jeu ne permet d'estimer que les caractéristiques propres aux contributeurs, c'est à dire uniquement leur amplitude ainsi que leur localisation spatiale respective. Un examen plus précis de la localisation spatiale de ces deux contributeurs, montre qu'il existe néanmoins une légère erreur dans l'estimation de leur position (l'ordre de grandeur étant du centimètre sur une image de 3.75m x 3.75m). Cette erreur



de reconstruction est liée à la quantité et à la qualité de l'information utilisée lors de la pondération de l'image par les fenêtres sphéroïdales bidimensionnelles. La connaissance complète du domaine d'exploitation est obtenu après une transformation de Fourier bidimensionnelle de l'image électromagnétique de la cible. Le domaine spectral ainsi défini, est représentatif du domaine d'exploitation réel, et doit présenter l'information complète. Sinon, cette carence d'information se traduit par une précision insuffisante dans la localisation spatiale des contributeurs. Afin d'obtenir après transformation de Fourier bidimensionnelle, un domaine spectral où toute l'information acquise lors de la mesure puisse être retrouvée, le rapport entre la taille de la FFT utilisée et la fréquence d'échantillonnage spatial doit être égal à l'ambiguïté distance de la réponse impulsionnelle.

#### 7: CONCLUSION.

Par des calculs classiques, la discrimination des contributeurs est délicate, quelle que soit l'apodisation effectuée sur les données. En effet, si une localisation précise du point brillant est recherchée, celle-ci se fait au détriment de la précision sur l'amplitude complexe. Si une valeur correcte de l'amplitude complexe est recherchée, celle-ci s'effectue au détriment de la localisation.

Dans cet article, nous avons montré, comment il était possible, grâce à une méthode basée sur l'analyse harmonique, d'augmenter la précision des résultats tant en amplitude qu'en localisation, en utilisant une batterie de filtres sphéroïdaux associés à un traitement adéquat. L'apport important de cette méthode est la discrimination de contributeurs très voisins. De plus, du fait de l'orthogonalité des diverses fenêtres entre elles, le bruit tend à se décorréler et ainsi le rapport local signal à bruit tend à augmenter. Avec la méthode décrite, nous pouvons isoler des raies et estimer avec une excellente précision tous les paramètres des contributeurs.

#### 8: REFERENCES.

- [1] A. KHENCHAF  
"Définition de l'équation d'onde en coordonnées sphéroïdales".  
Rapport interne, Laboratoire S2HF, IRESTE.
- [2] D. THOMSON  
"Spectrum estimation and harmonic analysis".  
Proceedings IEEE. Vol 70, n°9, pp 1055-1096, 1982.
- [3] D. SLEPIAN  
"Prolate spheroidal wave functions, Fourier analysis and uncertainty. The discrete case".  
Bell system technical journal. Vol 57, pp 1371-1488, 1978.
- [4] E. POTTIER  
"Contribution de la Polarimétrie dans la discrimination de cibles radar. Application à l'imagerie électromagnétique haute résolution".  
Thèse de Doctorat de l'Université de RENNES I.  
Laboratoire S2HF, IRESTE, NANTES, Décembre 1990.
- [5] G. BUSNEL - J. SAILLARD  
"Apport des fonctions sphéroïdales pour l'estimation des paramètres d'une cible radar".  
12ème Colloque GRETSI, Juan les Pins, Juin 1989.
- [6] A. KHENCHAF - J. SAILLARD  
"A hyper harmonic resolution by using the discrete prolate spheroidal wave functions".  
IEEE International Radar Conference. WASHINGTON DC, Mai 1990.

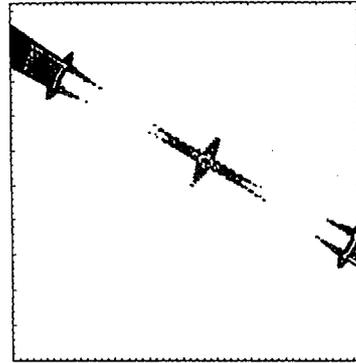


FIGURE N°1

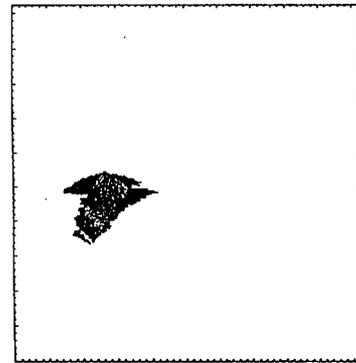


FIGURE N°2

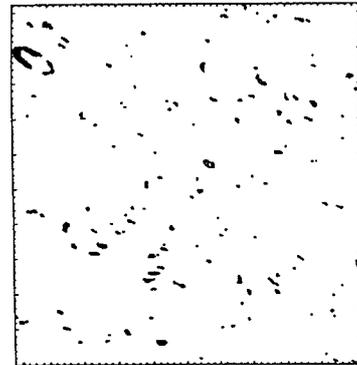


FIGURE N°3

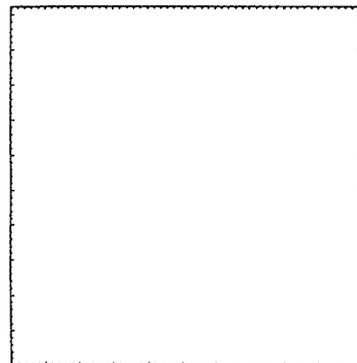


FIGURE N°4