



## APPLICATION DES MODULATIONS MULTIDIMENSIONNELLES A CODAGE CONCATÉNÉ EN RADIODIFFUSION NUMÉRIQUE

A. Chouly et K. Fazel

Laboratoires d'Electronique Philips

22, avenue Descartes, 94453 Limeil Brévannes Cedex, France.

RÉSUMÉ

ABSTRACT

Le canal radiomobile est caractérisé par une sélectivité importante en temps et en fréquence. De ce fait, il perturbe fortement l'amplitude et la phase du signal transmis. Il faut donc concevoir une modulation (codée) très robuste. Dans cet article, nous décrivons un système de codage concaténé qui est basé sur l'emploi d'une modulation numérique MDP4 multidimensionnelle. Pour une efficacité spectrale de  $1,34 \leq ES \leq 1,55$  bits/s/Hz, ce système apporte un gain de codage compris entre 21 et 26 dB tout en conservant une complexité raisonnable.

The radio mobile channel is characterized by its time and frequency selectivities. It strongly disturbs the amplitude and the phase of the transmitted signal. Therefore a robust modulation (coded modulation) should be designed. A concatenated coded modulation scheme using multidimensional QPSK modulation is studied in this paper. Assuming a spectral efficiency  $1.34 \leq ES \leq 1.55$  bits/s/Hz, this system provides coding gains of 21 to 26 dB with an acceptable hardware complexity.

### 1. Introduction

L'utilisation combinée des fonctions de modulation et de codage dans un système de transmission numérique a été proposée [1] afin d'améliorer les performances du système sans aucune perte en efficacité spectrale. Contrairement au codage classique (codage correcteur d'erreur), la redondance ajoutée par le codeur y est transmise par une modulation à redondance d'alphabet. Dans ce cas, le codeur est optimisé dans le but de maximiser la distance euclidienne minimale entre les séquences émises et de minimiser le coefficient d'erreur. Des études [2-4] ont montré qu'en présence d'un bruit blanc additif et gaussien, des gains asymptotiques en rapport signal sur bruit (S/B) compris entre 3 et 5 dB sont obtenus avec des codes relativement simples. A cause de la complexité du décodage, il est très difficile d'obtenir des gains plus grands en utilisant un seul code. Les techniques de codage concaténé ont été proposées [5] pour augmenter le gain de codage tout en conservant une complexité raisonnable. Ainsi, une solution décrite dans [6] consiste à concaténer une modulation codée en treillis (MCT) d'Ungerboeck (code interne convolutif) [1] avec un code en bloc externe. Au taux d'erreur binaire (TEB) de  $10^{-11}$ , des gains compris entre 6 et 8 dB sont obtenus avec une complexité raisonnable. L'inconvénient d'un tel système est la dégradation de l'efficacité spectrale par rapport aux modulations codées d'Ungerboeck, due à la présence du code externe.

Une autre solution consiste à partager la redondance (ou une partie de cette redondance) de l'espace des signaux des codes d'Ungerboeck, c'est-à-dire des codes de rendement  $R = m/(m+1)$ , entre deux codes concaténés et à trouver le partage optimal donnant le meilleur compromis performances/complexité [7]. Ce système permet à la fois d'accroître l'efficacité spectrale (ou bien de réduire la bande) et d'améliorer les performances par rapport aux MCT d'Ungerboeck.

Dans cet article, nous décrivons le principe général d'un système de codage concaténé combiné à une modulation à redondance d'alphabet. Ensuite, nous définissons un système de codage adapté au canal de radiodiffusion vers des mobiles basé sur une modulation multidimensionnelle par déplacement de phase à 4 états (MDP4) et ayant une efficacité spectrale supérieure à 1 bit/s/Hz. Nous terminons par l'évaluation des performances d'un tel système en présence d'un canal de Rayleigh.

### 2. Principe général

Le principe de codage d'Ungerboeck [1] consiste à transmettre  $m$  bits d'information par durée-symbole en utilisant une modulation redondante à  $2^{m+1}$  états. La combinaison des fonctions de codage et de modulation permet de maximiser la distance euclidienne minimale entre les séquences émises. La figure 1 donne le schéma synoptique du codeur basé sur ce principe. A chaque durée-symbole,  $m$  bits d'information sont codés par un



codeur convolutif de rendement  $m/(m+1)$ . Les  $(m+1)$  bits de sortie sélectionnent un symbole de la constellation redondante  $A_0$  en se basant sur le principe de partition de l'alphabet [1]. Ainsi, l'équivalent de 1 bit de redondance est transmis par durée-symbole  $T$  (1 symbole =  $m$  bits) en utilisant une modulation à redondance d'alphabet.

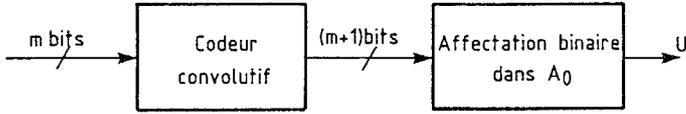


Figure 1 : Schéma synoptique du codeur d'une modulation codée en treillis à deux dimensions.

Cette technique a été généralisée par Wei [8] en combinant le codage avec des modulations multidimensionnelles. L'utilisation d'un alphabet moins redondant ( $Card(A_0) < 2^{m+1}$ ) et la réduction de la puissance moyenne émise qui en résulte ont permis d'atteindre un meilleur compromis entre la complexité et les performances que les codes d'Ungerboeck. Dans ce cas, la redondance binaire équivalente  $r$  ( $r < 1$ ) par durée-symbole est transmise au moyen d'une modulation à  $2^{m+r}$  états.

En présence d'un bruit blanc additif et gaussien, des gains asymptotiques compris entre 3 et 5 dB sont obtenus avec des codes assez simples. Toutefois, il est très difficile d'atteindre des gains plus élevés en utilisant un seul code à cause de la complexité du décodeur.

Le principe de codage concaténé largement utilisé en transmission et en stockage numérique [5] permet d'améliorer les performances par rapport à un codage simple ayant une complexité acceptable.

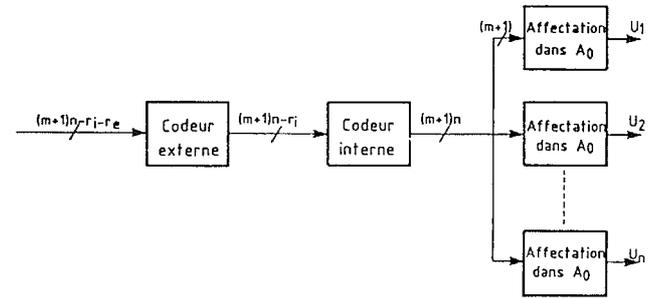
La solution développée dans cet article est basée sur la concaténation de 2 codes combinés à une modulation redondante à  $2^{m+1}$  états comme pour les codes d'Ungerboeck. Pour avoir une efficacité spectrale supérieure à  $m$  bits/s/Hz, une partie de la redondance d'alphabet (1 bit/ $T$ ) est partagée entre un code correcteur d'erreur externe et un code interne (convolutif) combiné avec le modulateur. Comme la redondance par durée-symbole ajoutée par le code interne est inférieure à 1 bit/ $T$ , la modulation utilisée doit être multidimensionnelle.

La figure 2.a montre le schéma du codeur d'un système de codage concaténé. Pendant  $n$  durée-symbole,  $(m+1)n - r_e - r_i$  bits d'information sont codés par un codeur externe  $C_e$ , qui ajoute  $r_e$  bits de redondance/ $nT$  ( $0 \leq r_e \leq n$ ). Ensuite,  $(m+1)n - r_i$  bits de sortie sont codés par un codeur interne  $C_i$  qui ajoute  $r_i$  bits de redondance/ $nT$ , avec  $r_i + r_e \leq n$ . Finalement, les  $(m+1)n$  bits à la sortie du codeur interne sélectionnent  $n$  symboles ( $U_1, U_2, \dots, U_n$ ) de la constellation  $A_0$  à  $2^{m+1}$  points. Ainsi, cette technique assure une efficacité spectrale supérieure ou égale à  $m$  bits/s/Hz qui est donnée par :

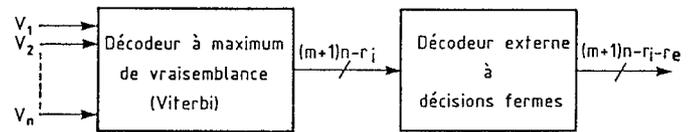
$$ES = m + 1 - (r_{en} + r_{in}) \quad (1)$$

avec  $r_{en} + r_{in} \leq 1$ , où  $r_{en} = r_e/n$  (resp.  $r_{in} = r_i/n$ ) désigne la redondance binaire normalisée (par durée-symbole) du code externe (resp. interne).

Le rôle du code interne est de maximiser la distance euclidienne minimale  $d_e$  entre les séquences de symboles émises, tandis que le rôle du code externe est de maximiser la distance de Hamming  $d_H$ .



(a)



(b)

Figure 2 : Système de codage concaténé combiné avec une modulation à redondance d'alphabet.

(a) Schéma synoptique du codeur.

(b) Schéma synoptique du décodeur.

Le schéma du décodeur est donné par la figure 2.b. Le décodeur à maximum de vraisemblance (décodeur de Viterbi) donne une estimation de la séquence codée par le codeur interne. Ce décodage est suivi d'un décodage externe à décisions fermes. Des études [6] ont montré qu'à la sortie du décodeur de Viterbi, les erreurs sont corrélées et arrivent par paquets séparés par de longues séquences non erronées. Donc, pour la conception du code externe, il est préférable de prendre en compte cette caractéristique et de choisir un code capable de corriger des paquets d'erreurs. C'est le cas des codes de Reed-Solomon (RS) [5] définis sur le corps de Galois ( $CG(2^q)$ ) où  $q$  est le nombre de bits constituant les symboles du code RS.

La complexité du système, qui est la somme des complexités des décodeurs interne et externe, dépend de la distance euclidienne  $d_e$  du code interne et de la distance de Hamming  $d_H$  du code externe. La complexité du décodeur interne croît en fonction de  $d_e$ . D'autre part, le décodeur externe devient plus complexe lorsque  $d_H$  augmente. Par conséquent, un compromis entre  $d_e$  et  $d_H$  doit être trouvé afin de minimiser la complexité.

### 3. Analyse des performances et application

En présence d'un bruit blanc additif et gaussien de densité spectrale de puissance unilatérale  $N_0$ , le taux d'erreur binaire d'un tel système peut être approximé asymptotiquement par :

$$TEB(N_0 \rightarrow 0) \simeq K \cdot \exp(-d_e^2(t+1)E_s/4N_0) \quad (2)$$

où  $t$  est la capacité de correction du code externe,  $d_e$  la distance euclidienne minimale du code interne,  $E_s$  l'énergie moyenne par symbole et  $K$  le coefficient d'erreur.

De (2), nous déduisons la distance équivalente minimale  $d_{\min}$  du système à codage concaténé :

$$d_{\min}^2 = (t + 1) d_e^2 \quad (3)$$

En général, la distance euclidienne minimale  $d_e$  du code interne est inférieure à celle des codes d'Ungerboeck. Cette perte est largement compensée par un gain supplémentaire apporté par le code externe. Ainsi, en appliquant cette technique, nous pouvons atteindre des gains asymptotiques dépassant 9 dB par rapport à la modulation non codée équivalente (ayant la même efficacité spectrale) pour une complexité raisonnable [7]. Notons que les gains des modulations codées les plus complexes restent inférieurs à 7 dB.

Nous avons appliqué cette technique du codage concaténé combiné à une modulation à redondance d'alphabet à un système de radiodiffusion vers des mobiles. Dans ce cas, le milieu de transmission comporte à la fois des trajets multiples, des brouillages et des parasites impulsifs. La réponse impulsionnelle du canal peut être représentée par une somme d'impulsions de Dirac avec différents retards, chacune de ces impulsions étant affectée d'un facteur multiplicatif dont l'amplitude suit généralement une loi de Rayleigh. De ce fait, l'amplitude et la phase du signal transmis sont fortement perturbées. L'utilisation d'un système de codage adapté au canal permet une bonne qualité de transmission. L'emploi d'un codage convolutif et d'une MDP4 offre un gain considérable par rapport à une MDP4 sans codage [9]. Cette solution assure une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz.

L'augmentation de l'efficacité spectrale permettrait d'accroître le débit d'information, ce qui est attrayant. Ainsi, nous avons étudié les performances de deux systèmes de protection basés sur la concaténation de deux codes, utilisant des modulations MDP4 multidimensionnelles et qui assurent une efficacité spectrale comprise entre 1,34 et 1,55 bits/s/Hz.

Si  $U_k$  représente le symbole émis à l'instant  $k$  et  $V_k$  le symbole reçu dans un canal de Rayleigh, nous avons la relation suivante :

$$V_k = \rho_k U_k + N_k \quad (4)$$

où :

$N_k$  = bruit blanc additif gaussien ,  
 $\rho_k$  = variable aléatoire suivant la loi de Rayleigh de densité de probabilité :

$$P(\rho) = 2\rho \exp(-\rho^2) \quad ; \quad \rho > 0$$

Afin d'évaluer les performances de nos systèmes et vu la complexité de calcul, nous nous sommes limités aux méthodes semi-analytiques : pour chaque système, nous avons obtenu les performances du code interne par simulation et ensuite, en utilisant l'expression analytique des performances du code externe [7], nous avons estimé les performances globales du système. Les deux systèmes étudiés sont :

#### Premier système :

– Code interne convolutif à 16 états de rendement 3/4 combiné à une MDP4 à 4 dimensions [10] avec

$d_e^2 = 4 d_0^2$ , où  $d_0$  est la distance minimale de la MDP4,  $r_i = 1$  et  $r_{in} = 1/2$  bit/T.

– Code externe Reed-Solomon de longueur 63 sur CG(64) corrigeant  $t = 1$  et 3 erreurs.

#### Deuxième système :

– Code interne convolutif à 16 états de rendement 5/6 combiné à une MDP4 à 6 dimensions [10], avec  $d_e^2 = 3 d_0^2$ ,  $r_i = 1$  et  $r_{in} = 1/3$  bit/T.

– Code externe Reed-Solomon de longueur 31 sur CG(32) corrigeant  $t = 1$  et 3 erreurs.

Les performances de ces systèmes pour différentes efficacités spectrales sont données par les figures 3 et 4. Ces courbes démontrent que d'importants gains de codage peuvent être obtenus par rapport à une MDP4 sans codage. Par exemple, le système 1 (resp. système 2), dont le code externe ne corrige qu'une seule erreur, c'est-à-dire  $ES = 1,45$  bits/s/Hz (resp.  $ES = 1,55$ ) apporte un gain de 24 dB (resp. 21 dB) pour un taux d'erreur binaire TEB de  $10^{-4}$ .

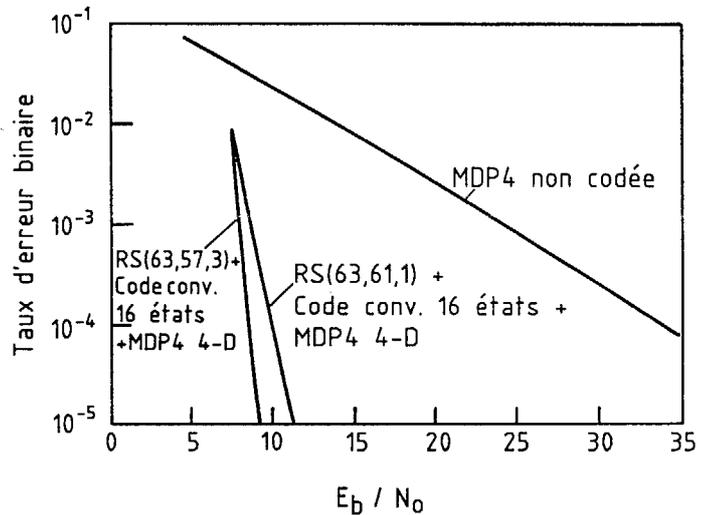


Figure 3 : Premier système de codage concaténé : performances sur un canal de Rayleigh.

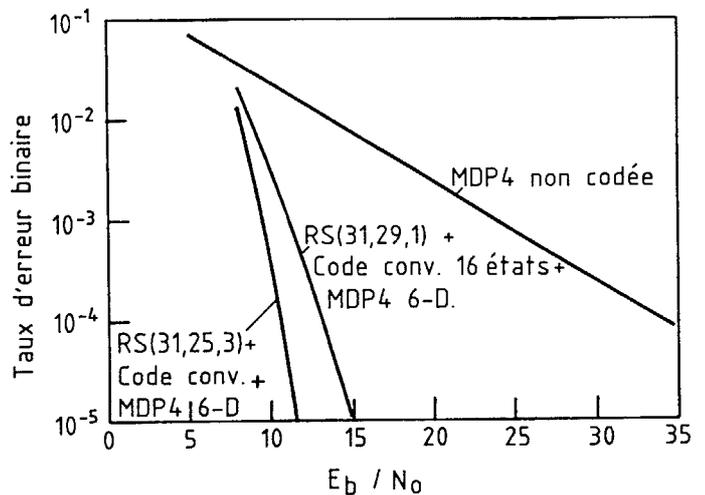


Figure 4 : Deuxième système de codage concaténé : performances sur un canal de Rayleigh.



Efficacité spectrale	Code interne	$r_{in}$	Code externe	$r_{en}$	$d_{min}^2/d_0^2$	$G_{10^{-3}}$ (dB)	$G_{10^{-4}}$ (dB)
1,45	MCT 4-D à 16 états	1/2	RS (63,61,1) sur CG (64)	2/63	8	16	24
1,35	MCT 4-D à 16 états	1/2	RS (63,57,3) sur CG (64)	2/21	16	17	26
1,55	MCT 6-D à 16 états	1/3	RS (31,29,1) sur CG (32)	2/31	6	12	21
1,34	MCT 6-D à 16 états	1/3	RS (31,25,3) sur CG (32)	6/31	12	15	23

Table 1 : Caractéristiques et gains de codage des systèmes étudiés.

Le tableau 1 résume les caractéristiques de chaque système ayant différentes efficacités spectrales. Ce tableau montre que le premier système est avantageux (pour la même efficacité spectrale  $ES = 1,35$ ) par rapport au deuxième système. Pour un  $TEB = 10^{-4}$ , les gains de codage de ces systèmes sont respectivement 26 et 23 dB.

#### 4. Conclusion

Dans cet article, nous avons décrit le principe général d'un système de codage concaténé combiné à une modulation multidimensionnelle à redondance d'alphabet. Nous avons évalué les performances de deux systèmes de protection utilisant une MDP4 ayant une efficacité spectrale  $1,34 \text{ bits/s/Hz} \leq ES \leq 1,55 \text{ bits/s/Hz}$  dans un canal de radiodiffusion numérique (canal de Rayleigh). Les résultats montrent que ces modulations sont très robustes et apportent des gains considérables (21 à 26 dB,  $TEB = 10^{-4}$ ) par rapport à une MDP4 sans codage, tout en gardant une complexité très raisonnable.

#### Références

- [1] G. Ungerboeck, "Channel coding with multilevel/phase signals", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-28, n° 1, pp. 55-67, January 1982.
- [2] E. Biglieri, "High-level modulation and coding for nonlinear satellite channels", *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-32, n° 5, pp. 616-626, May 1984.
- [3] S. G. Wilson et al., "Rate 3/4 convolutional coding of 16PSK : code design and performance study", *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-32, pp. 1308-1314, December 1984.
- [4] S. Benedetto et al., "Combined coding and modulation : theory and applications", *IEEE Trans. Inform. Theory* vol. IT-34, n° 2, pp. 223-236, March 1988.
- [5] Richard E. Blahut, "Theory and practice of error control codes", Addison Wesley Publishing Company, 1984.
- [6] K. Fazel and P. Salembier, "Application of error modeling at the output of maximum likelihood decoder to concatenated coded 16PSK", *GLOBECOM'89 Conf. Rec.*, vol. 3, pp. 1528-1533, Dallas, Texas, November 1989.
- [7] A. Chouly and K. Fazel, "Combined concatenated coding and modulation schemes using a redundant signal alphabet", *ICC'91 Conf. Rec.*, vol. 2, pp. 1085-1089, Denver, Colorado, June 1991.
- [8] L. F. Wei, "Trellis-coded modulation with multidimensional constellations", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-33, n° 4, pp. 483-501, July 1987.
- [9] M. Alard et R. Lasalle, "Principles of modulation and channel coding for digital broadcasting for mobile receivers", *EBU Review-Technical*, n° 224, August 1987.
- [10] S. S. Pietrobon et al., "Trellis-coded multidimensional phase modulation", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 36, n° 1, pp. 63-89, January 1990.