



METHODE DE CALCUL DE L'INDUCTION
MAGNETIQUE RAYONNEE PAR UN EMETTEUR
DIPOLAIRE EN REGIME ALTERNATIF DANS
L'EAU DE MER : L'INCREMENTATION ALEATOIRE.

Georges SALVINI

ENSPM - Domaine Universitaire de St. Jérôme
13397 Marseille Cédex 13

RÉSUMÉ

L'image de la distribution spatiale du champ d'induction magnétique est obtenue directement à partir des équations de propagation, sans avoir à résoudre l'équation des courbes enveloppes. Il en résulte un gain de temps pour le calcul et la suppression complète des moirés brouillant l'image.

1. INTRODUCTION. Le calcul de l'induction magnétique produite dans l'eau de mer par un émetteur sinusoïdal, montre le caractère de polarisation elliptique du champ. Lorsqu'on essaye d'en faire la représentation spatiale sous forme de carte ou d'image, il faut choisir un élément caractéristique indépendant du temps, mais cependant capable d'indiquer les influences de la fréquence du signal et de son absorption par le milieu. On cherche aussi à conserver l'avantage de la représentation éloquente par lignes de forces, bien connue en régime statique (fréquence zéro).

Il est apparu que l'élément répondant à ces impératifs est le grand axe de l'ellipse de l'induction. On est cependant confronté à deux difficultés: la première d'ordre algorithmique, résoudre l'équation des courbes enveloppes des axes retenus, ce qui, de plus, augmente le temps de calcul; la deuxième, d'ordre pratique, fait que les images calculées par boucle d'incrémentations constante, comme il est d'usage, offrent des aspects peu convaincants en raison du moirage introduit par

ABSTRACT

The image of the spatial distribution of magnetic field of induction is directly computed from propagation equations, without need of solving the equations of tangential curves. One finds saving time on computing and complete elimination of moirés effects disturbing image.

la périodicité des accroissements numériques : les courbes enveloppes des axes sont en effet masquées par ce moirage.

2. INDUCTION RAYONNEE PAR LE DIPOLE MAGNETIQUE EN CHAMP LOINTAIN.

Les équations sont fournies par la littérature [1,2,3]. Elles sont tirées des solutions harmoniques des équations de Maxwell.

2-1 VALEUR INSTANTANEE DE L'INDUCTION $B(t)$ (figure 1).

On la calcule au point de coordonnées x_0, y_0 dans le plan du dipôle de moment magnétique M et de longueur l .

On obtient: $B^2 = B_r^2 + B_\theta^2$ où

les composantes radiales et tangentielles sont:

$B_r = V_1 \sin(\omega t + \phi_1)$ et $B_\theta = V_2 \sin(\omega t + \phi_2)$.

Le champ lointain est défini par:

$$r > 10.l$$

On a :



$$V_1 = \frac{\mu_0 2 M}{4 \pi r^3} \cos \theta f_1(r, \alpha)$$

$$V_2 = \frac{\mu_0 M}{4 \pi r^3} \sin \theta f_2(r, \alpha)$$

$$x = B_x + x_0 \quad x_0 = r \cos \theta$$

$$y = B_y + y_0 \quad y_0 = r \sin \theta$$

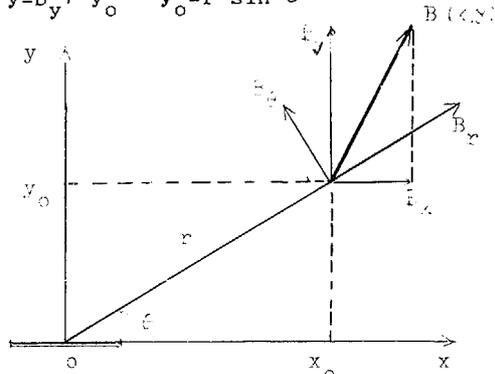


Fig. 1

Pour l'eau de mer (4,5) :

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}, \quad \mu = \mu_0, \quad \sigma = 4,45 \text{ mhos/m}$$

Le coefficient d'absorption :

$$\alpha = \sqrt{\frac{\omega \mu \sigma}{2}} = 4,19 \cdot 10^{-3} \sqrt{F} \text{ db/m}$$

F est la fréquence du signal

émis par le dipôle, $\omega = 2 \pi F$.

$$f_1(r, \alpha) = (1 + 2\alpha r + 2\alpha^2 r^2)^{1/2} \cdot e^{-\alpha r}$$

$$f_2(r, \alpha) = (1 + 2\alpha r + 2\alpha^2 r^2 + 4\alpha^3 r^3 + 4\alpha^4 r^4)^{1/2} \cdot e^{-\alpha r}$$

$$\phi_1 = \gamma_r - \alpha r \quad \gamma_r = \text{Arctg} \frac{\alpha r}{1 + \alpha r}$$

$$\phi_2 = \gamma_\theta - \alpha r \quad \gamma_\theta = \text{Arctg} \left[\frac{\alpha r (1 + 2\alpha r)}{1 + \alpha r} \right]$$

La célérité ou vitesse de phase d'une composante sinusoïdale est donnée par :

$$c = \sqrt{\frac{\omega}{\mu \sigma}} = 1499,1 \cdot \sqrt{F} \text{ m/s}$$

$$\text{La relation: } \text{tg } u = \frac{B_\theta}{B_r} = \frac{V_2 \sin(\omega t + \phi_2)}{V_1 \sin(\omega t + \phi_1)}$$

montre que l'extrémité du vecteur B décrit une ellipse: l'induction magnétique est polarisée elliptiquement.

2-2. EQUATIONS DE L'ELLIPSE ET DE SES AXES.

On élimine le temps dans les expressions des composantes B_x et B_y de l'induction:

$$B_x = B_r \cos \theta - B_\theta \sin \theta = P_1 \sin \omega t + P_2 \cos \omega t$$

$$B_y = B_r \sin \theta + B_\theta \cos \theta = Q_1 \sin \omega t + Q_2 \cos \omega t$$

$$P_1 = V_1 \cos \theta \cos \phi_1 - V_2 \sin \theta \cos \phi_2$$

$$P_2 = V_1 \cos \theta \sin \phi_1 - V_2 \sin \theta \sin \phi_2$$

$$Q_1 = V_1 \sin \theta \cos \phi_1 + V_2 \cos \theta \cos \phi_2$$

$$Q_2 = V_1 \sin \theta \sin \phi_1 + V_2 \cos \theta \sin \phi_2$$

D'où l'équation de l'ellipse:

$$m B_x^2 + p B_y^2 + q B_x B_y = D$$

$$m = Q_1^2 + Q_2^2, \quad p = P_1^2 + P_2^2$$

$$q = -2(P_1 Q_1 + P_2 Q_2), \quad D = (P_1 Q_2 - P_2 Q_1)^2$$

La matrice associée à cette forme quadratique donne les valeurs propres:

$$\lambda_{\text{P}} = \frac{m + p \pm [(m-p)^2 + q^2]^{1/2}}{2}$$

Les axes de l'ellipse ont pour équation:

$$Y = g.X \quad \text{où } g = \frac{2(\lambda_{\text{P}} - m)}{q}$$

relativement au centre de la conique.

3. REPRESENTATION GRAPHIQUE DU CHAMP D'INDUCTION MAGNETIQUE.

Les figures 2,3,4 montrent des essais effectués en traçant à la fréquence 10 Hz les ellipses décrites par l'extrémité du vecteur B. L'incrément, faite dans les boucles de calcul sur r et θ , est régulière dans les deux cas. On peut constater l'effet important de l'atténuation avec la distance. Sur la figure 5 on conserve seulement les grands axes des ellipses où B est maximal. Il se produit un effet de moirage qui brouille la vision d'ensemble des directions des axes. Ceux-ci ont une longueur constante sans rapport avec l'atténuation due à la propagation.

4. L'INCREMENTATION ALEATOIRE.

La notion de lignes de forces en alternatif ne peut être définie aussi simplement qu'en régime statique. En effet, l'induction est représentée par un vecteur tournant et le calcul d'une courbe enveloppe ne peut raisonnablement être

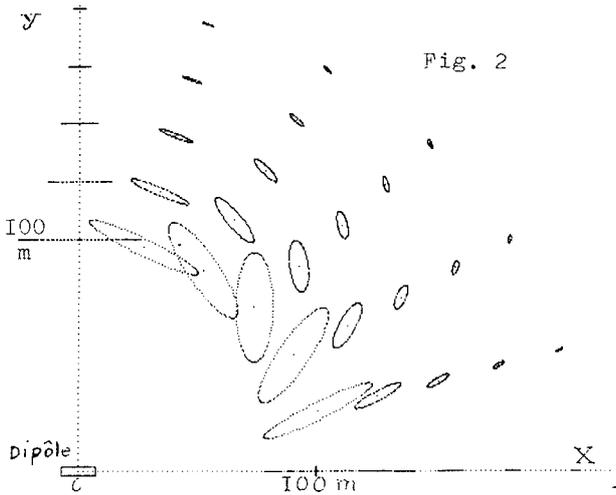


Fig. 2

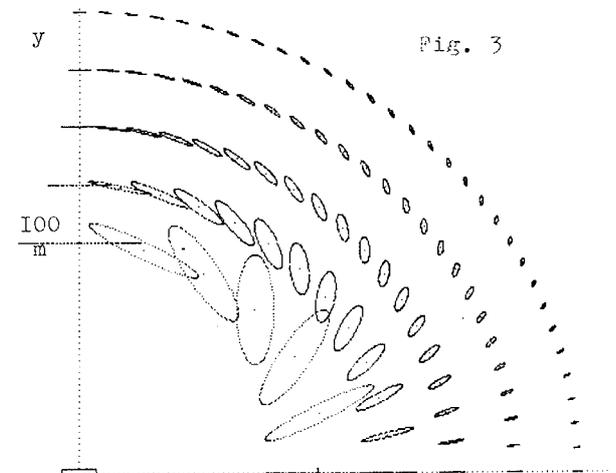


Fig. 3

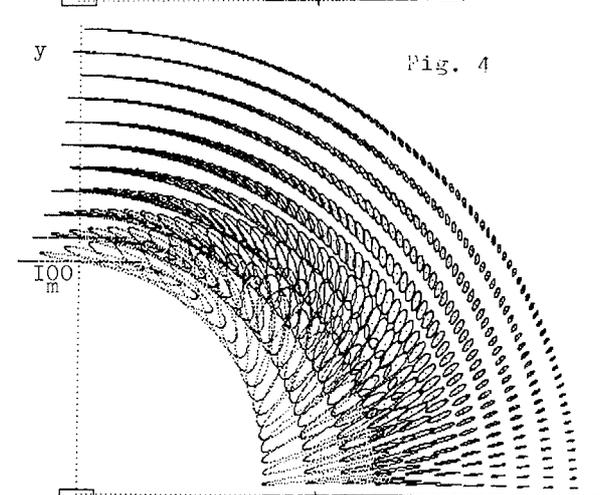


Fig. 4

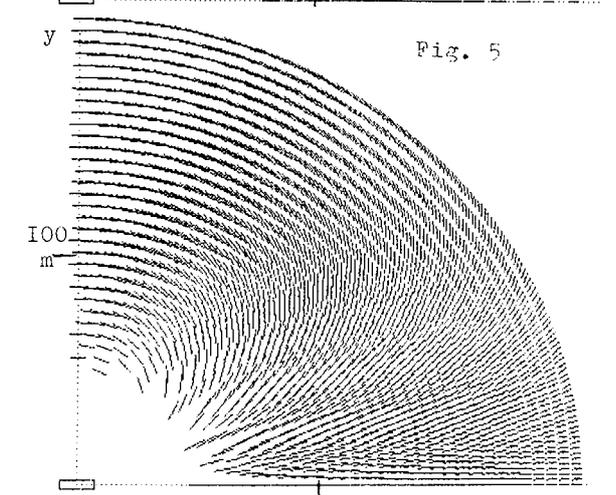


Fig. 5

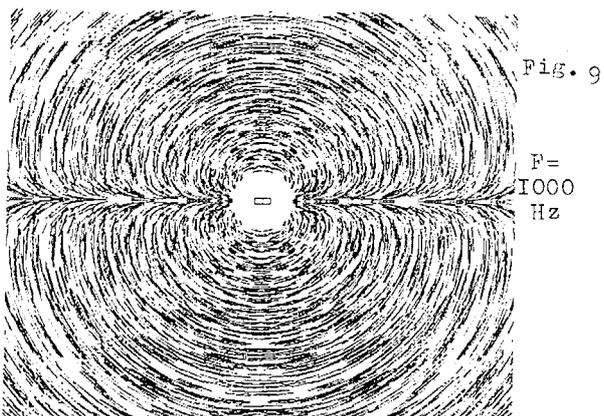
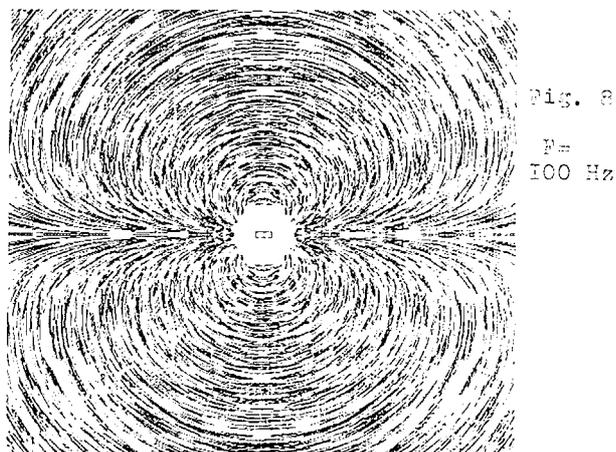
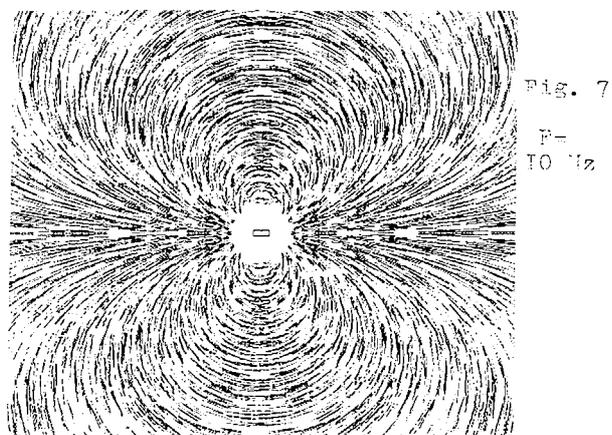
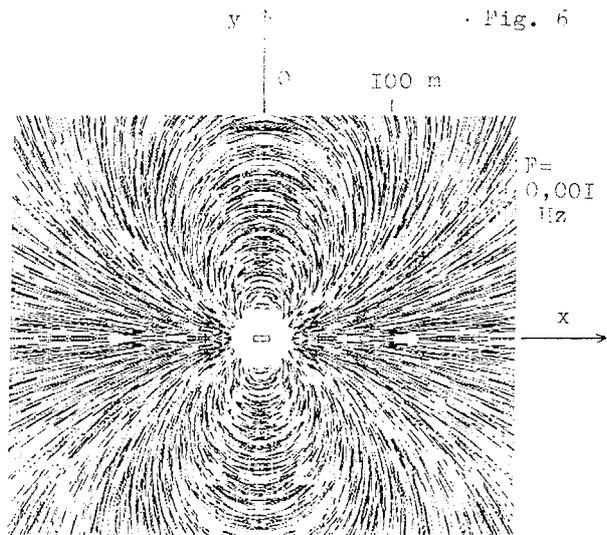
fait que sur un ensemble de positions localement fixes des vecteurs. L'équation des lignes de forces est donnée par:

$$\text{tgu} = \frac{B_\theta}{B_r} = r \frac{d\theta}{dr} = \frac{2\cos\theta f_1(r,\alpha)\sin(\omega t + \phi_1)}{\sin\theta f_2(r,\alpha)\sin(\omega t + \phi_2)}$$

Il semble intéressant de choisir une représentation statique, c'est-à-dire instantanée, du champ, car elle est significative de l'effet du dipôle; pour cela, on conserve les grands axes des ellipses et au lieu de résoudre l'équation ci-dessus, on s'affranchit des difficultés d'analyse en faisant une incrémentation aléatoire de r et de θ dans les boucles de calcul numérique. On constate (fig. 6 à 9) la disparition complète du moirage. Sur ces images on a choisi des longueurs variables pour les axes afin de clarifier au mieux l'aspect du phénomène.

5. CONCLUSION.

Dans ce travail on a essayé de définir un type de représentation de l'induction magnétique produite par un dipôle dans l'eau de mer en régime sinusoïdal. On a obtenu une grande simplification du calcul grâce à l'incrémentation aléatoire. Ce procédé, de mise en oeuvre simple, permet de se faire une idée d'ensemble de l'état évolutif du champ en fonction de la fréquence. Il constitue une sorte d'échantillonnage spatial du régime alternatif. Cet aspect des phénomènes a été complété par deux études supplémentaires portant sur les signaux : l'une consiste à mettre en évidence les particularités des positions de Gauss où se produit une inversion du rapport des amplitudes lorsque la fréquence augmente; l'autre permet de prévoir les effets de la propagation sur un ensemble de signaux sinusoïdaux de fréquences différentes émis simultanément par le dipôle. Les résultats apportés par ces études ne résoudront sans doute pas les problèmes difficiles de détection et de transmission de signaux magnétiques [4,5,6], mais contribueront peut-être à l'amélioration de certains détails.



- [1] Champs et ondes électromagnétiques.
Paul LORRAIN, Dale R. CORSON
A. Colin.
- [2] Précis d'électromagnétisme théorique.
P. POINCELOT
Dunod.
- [3] Engineering electromagnetics.
William H. HAYT Jr.
Mc Graw Hill.
- [4] Technique de transmission de signaux
ELF-ULF. G. SALVINI
11 ème colloque GRETSI, Nice, 1 au 5
mai 1987.
- [5] Electromagnetic waves in sea water.
V.V. AKINDINOV, V.I. NARISHKIN,
A.M. RYAZANTSEV
(non référencé).
- [6] Classification des signaux
magnétiques TBF sous contrainte de
décision.
A. QUINQUIS, P. LATOUR
12 ème colloque GRETSI, Juan-les-Pins
12 au 16 juin 1989.