

# EXTRACTION DE RAIES DANS UN SPECTRE TEMPS FREQUENCE

M.CORNELOUP - J.DEVARIS - P.DUVAUT - M.LECLERC  
ENSEA - Equipe Traitement des Images et du Signal

ENSEA- Allée des Chênes Pourpres 95014 CERGY PONTOISE CEDEX

## RÉSUMÉ

Nous proposons 2 approches pour extraire des raies dans une image temps fréquence très bruitée. Après un prétraitement commun, l'une utilise une méthode d'analyse spectrale paramétrique (Prony) et l'autre une approche fondée sur des concepts d'imagerie classique. Ces 2 méthodes donnent des résultats comparables, mais avec un temps de traitement très différent.

L'application décrite a été développée dans le cadre d'un contrat avec le CEA (Centre d'Etudes de Limeil-Valenton).

Les spectres temps fréquence étudiés se présentent sous forme d'images 512 x 512, codées sur 256 niveaux de gris (figure 1). Ces images représentent le rayonnement d'un plasma créé par une impulsion laser envoyée sur un matériau. Les coupes verticales de l'image (colonnes) représentent la composition spectrale à un instant donné, les coupes horizontales (lignes) étant l'évolution temporelle pour une fréquence donnée.

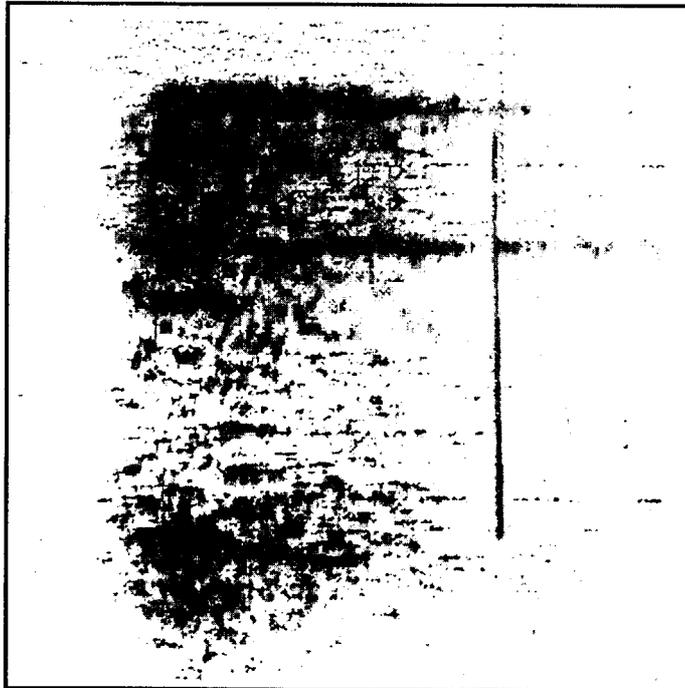


figure 1 : image brute

Le problème consiste à séparer de façon automatique les raies spectrales émises par le plasma (horizontales sur l'image) d'un fond continu qui se superpose aux raies pendant l'impulsion laser. Typiquement les raies sont émises par un élément atomique A et le fond continu par un élément atomique B différent. Le but de cette opération est de déduire les

## ABSTRACT

Two methods are suggested to extract ridges in a very noisy time frequency image. After a common treatment, the first one uses a parametric spectral analysis method (Prony), and the second one a classical image processing approach. Both methods give similar results, but with very different computing times.

caractéristiques des raies (énergie et évolution temporelle) et de les comparer à un modèle d'émission.

Ces images comportent un bruit granulaire important, des discontinuités dans l'évolution temporelle des raies ainsi que des raies satellites non significatives (raies adjacentes aux raies principales).

La méthodologie de traitement que nous avons définie se décompose en deux phases :

- des prétraitements permettant :
  - l'amélioration de l'image par un filtrage médian linéaire suivant l'axe des temps (lignes).
  - la séparation des raies du fond continu par une ouverture morphologique suivant l'axe des fréquences (colonnes).
- la caractérisation des raies à partir de l'image traitée, pour laquelle nous avons envisagé deux approches :
  - une approche morphologique comportant un algorithme de suivi des lignes de crête.
  - une approche par modélisation du profil des raies selon une méthode d'analyse spectrale paramétrique.

## 1 - PRETRAITEMENTS DE L'IMAGE

La nature des prétraitements est déduite de la connaissance du processus physique de création du spectre temps-fréquence et de l'examen subjectif des dégradations de l'image correspondante.

Celle-ci est formée de raies, composantes à hautes fréquences spatiales qui constituent l'information utile, superposées à une composante basse fréquence que nous appellerons de façon abusive "fond continu". L'évolution temporelle des raies ne peut physiquement comporter de discontinuité, bien que les profils des lignes d'images en comportent. Il en résulte deux prétraitements successifs, le lissage des discontinuités temporelles et l'élimination du fond continu.

### 1.1 - Lissage des discontinuités temporelles

Le caractère granulaire du bruit oriente vers un lissage temporel par un filtre médian linéaire de dimension paramétrable  $\alpha$ . Bien qu'optimal pour cette classe de bruit, un tel filtre crée des structures en marches d'escalier qui peuvent être facilement évitées en utilisant un filtre qui délivre la moyenne des  $\beta$  voisins de la médiane de chaque échantillon de  $\alpha$  pixels ( $\beta < \alpha$ ).

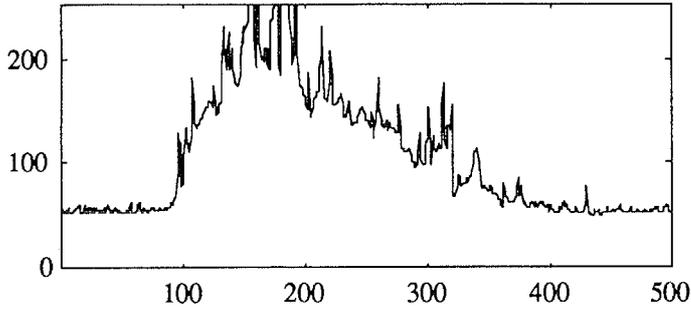


figure 2a : ligne 61 avant lissage

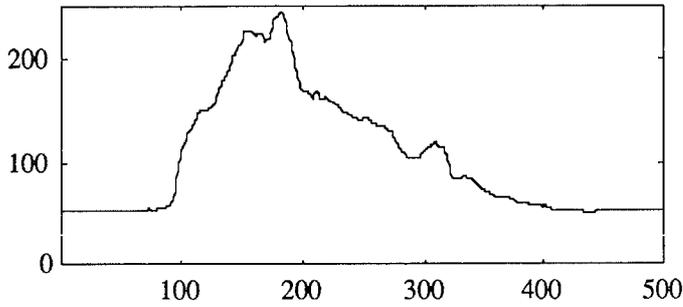


figure 2b : ligne 61 après lissage

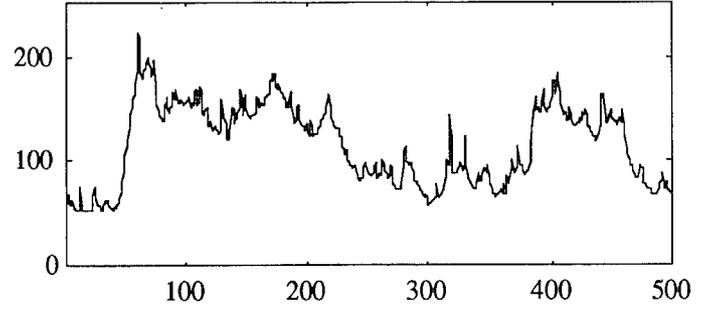


figure 4a : colonne 150 avant élimination du fond

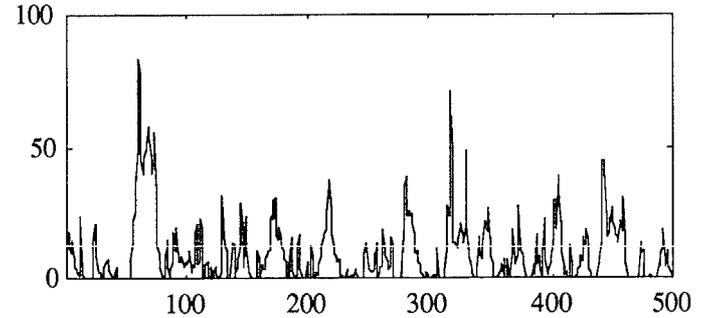


figure 4b : colonne 150 après élimination du fond

1.2 - Elimination du fond continu

Pour une série de spectres temps-fréquence, l'analyse de l'image permet de déduire la courbure moyenne du fond continu. Une approche morphologique multi-niveaux, utilisant un élément structurant linéaire suivant l'axe des fréquences (colonnes), semble la plus appropriée et la plus simple à paramétrer. En effet, la dimension et la forme (c.a.d. les coefficients) d'un élément structurant adapté à chaque image peuvent être choisis aisément en fonction de l'estimation de la courbure de ce fond continu.

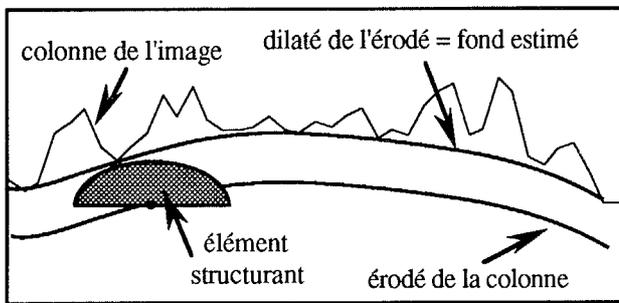


figure 3 : élément structurant

L'ouvert morphologique de l'image (érodée puis dilatée avec le même élément structurant) est une estimation du fond continu (figure 3), et la différence entre l'image (figure 4a) et son ouvert constitue une approximation des raies utiles (figure 4b).

1.3 - Considérations algorithmiques

Un lissage temporel correct nécessite une taille importante pour la fenêtre glissante (typiquement 21 pixels). Il faut donc optimiser l'algorithme de tri afin de conserver un temps de traitement acceptable. L'optimisation consiste à mettre à jour (par suppression et insertion à chaque décalage) un tableau ordonné au début du traitement de l'image.

Par ailleurs, la taille de l'élément structurant peut être importante et l'effet de bord induit sur les marges supérieures et inférieures de l'image non négligeable. Bien qu'aucune information pertinente ne s'y trouve a priori, les procédures d'érosion et de dilatation considèrent comme élément neutre toute partie extérieure à l'image d'origine.

2 - CARACTERISATION DES RAIES

La surface 2D, représentant les raies extraites du fond continu, peut être interprétée comme un relief dont les crêtes matérialisent l'évolution temporelle, dont les vallées limitent la largeur en fréquence, et dont l'intégrale des altitudes est proportionnelle à l'énergie.

2.1 - APPROCHE MORPHOLOGIQUE

2.1.1 - Détection des crêtes et des vallées

L'orientation, a priori selon les lignes de l'image, de ces structures en facilite la détection. Cependant des artefacts provoquant des non stationnarités mal maîtrisées, ainsi que la présence de raies satellites, imposent une certaine tolérance sur cette orientation.

Une technique de suivi, privilégiant l'orientation ligne, complète donc la localisation brute, et procède par un balayage droite-gauche de l'image (c.a.d. selon les temps décroissants, l'information étant moins perturbée à distance de l'impulsion laser).

La localisation des crêtes et des vallées correspond à la recherche des extréma d'une fonction concavité. Celle-ci est calculée comme une dérivée seconde, à partir des valeurs  $S_i$  de l'énergie moyennée sur 3 surfaces, selon le schéma de la figure 5.

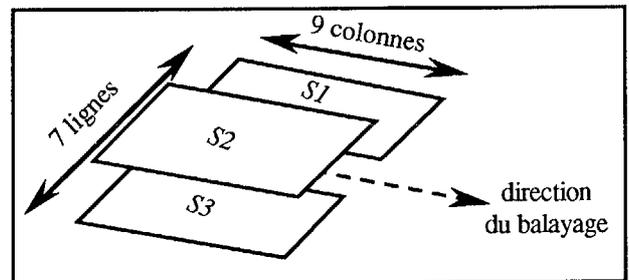


figure 5 : recherche des extréma

$$S_i = \sum_{3 \text{ lignes}} \sum_{9 \text{ colonnes}} \text{énergie}$$

Trois réglages par seuil permettent d'éliminer l'influence du bruit de fond, et de ne conserver que les extréma significatifs.

La détection se fait selon l'algorithme ci-dessous :

- Si  $S2 >$  seuil bruit de fond
- courbure =  $2.S2 - S1 - S3$
- Si courbure  $>$  seuil crête ( $> 0$ )
- crête détectée
- Si courbure  $<$  seuil vallée ( $< 0$ )
- vallée détectée

### 2.1.2 - Suivi des raies

L'automate de suivi des raies se déclenche lors de l'identification d'un point d'extrémité d'une ligne de crête, c'est à dire lorsqu'un point ne comporte qu'un voisin. La direction privilégiée de recherche suit les lignes, selon les numéros de colonne décroissants. Un angle de tolérance paramétrable permet une certaine robustesse vis à vis des erreurs de détection et des éventuelles non-stationnarités. La profondeur de recherche est également paramétrable selon le degré de dégradation de l'image.

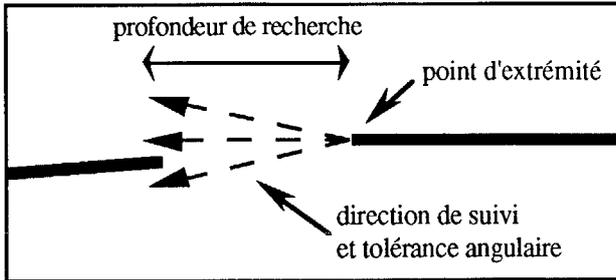


figure 6 : paramètres de l'automate de suivi

La progression de l'automate s'arrête lorsqu'un autre élément de crête est atteint, ou lorsque la profondeur de recherche est dépassée. La qualification du chemin de jonction s'effectue au moyen d'un critère de qualité mettant en jeu une combinaison linéaire de :

- la valeur de l'écart de la trajectoire par rapport à l'horizontale,
- la valeur de la fonction concavité le long de la trajectoire,
- la valeur de l'énergie sur le même chemin.

Un chemin qualifié est considéré par la suite comme une réelle ligne de crête.

## 2.2 - APPROCHE PAR MODELISATION

### 2.2.1 - modèle utilisé et méthode d'identification choisie

Nous cherchons à identifier les raies à partir d'un modèle utilisant des lorentziennes.

Une lorentzienne est la transformée de Fourier d'une exponentielle amortie d'équation

$$y(t) = A \cdot e^{-\Theta |t|} + j2\pi f_0 t$$

C'est une courbe en cloche, d'équation

$$Y(f) = \frac{2A\Theta}{\Theta^2 + 4\pi^2(f - f_0)^2}$$

qui atteint son maximum  $2A/\Theta$  pour  $f = f_0$ . Sa largeur à mi-hauteur est  $\Theta/\pi$ . Ces résultats sont facilement transposables à la transformée  $V(v)$  d'une séquence

$$v(n) = K \cdot e^{-\sigma |n|} + j2\pi v_0 n$$

si le repliement de spectre dû à l'échantillonnage de  $y(t)$  est négligeable, ce que nous supposons ici.

Nous faisons l'hypothèse qu'une coupe verticale de l'image est un spectre  $C(v)$  constitué d'une somme de lorentziennes avec un bruit blanc additif.

La transformée de Fourier inverse  $c(n)$  de  $C(v)$  est alors composée d'une somme d'exponentielles amorties et de la TF inverse du bruit blanc. Cette dernière est un signal aléatoire, dont l'espérance mathématique est une constante, et la variance importante. L'identification des raies se ramène donc à

l'identification d'exponentielles amorties bruitées, que nous réalisons par la méthode de Prony.

Un signal  $c(n)$  constitué d'une somme de  $N$  exponentielles amorties

$$c(n) = \sum_{i=1}^N K_i e^{-\sigma_i n} + j2\pi v_i n \quad \text{avec } n \geq 0$$

est la réponse impulsionnelle d'un filtre récursif tout pôles d'ordre  $N$ , et vérifie :

$$c(n) = a_1.c(n-1) + a_2.c(n-2) + \dots + a_N.c(n-N)$$

ce qui donne, pour un horizon d'observation  $H$  de  $c(n)$  ( $H > N$ )

$$\mathbf{M} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{C}$$

avec  $\mathbf{C}^t = (c(N+1) \ c(N+2) \ \dots \ c(H))$

$$\mathbf{A}^t = (a_N \ a_{N-1} \ \dots \ a_1)$$

$$\mathbf{M} = (m_{ij}) \text{ avec } m_{ij} = c(i+j-2)$$

$$i \in [1, H-N] \text{ et } j \in [1, N]$$

La méthode de Prony consiste à résoudre le système linéaire  $\mathbf{M} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{C}$  avec un horizon  $H \geq 2N$  pour trouver  $\mathbf{A}$ .

Les paramètres  $v_i$  et  $\sigma_i$  de chaque exponentielle se déduisent alors des pôles  $\rho_i = e^{-\sigma_i} + j2\pi v_i$  du filtre récursif, c.a.d. des racines du polynôme

$$z^N - a_1.z^{N-1} - \dots - a_{N-1}.z - a_N$$

Les amplitudes  $K_i$  des exponentielles sont ensuite déterminées, à partir des racines en cherchant la solution du système :

$$\mathbf{R} \cdot \mathbf{K} = \mathbf{D}$$

avec  $\mathbf{D}^t = (c(0) \ c(1) \ \dots \ c(H))$

$$\mathbf{K}^t = (K_1 \ K_2 \ \dots \ K_N)$$

$$\mathbf{R} = (r_{ij}) \text{ avec } r_{ij} = \rho_j^i \text{ avec } i \in [1, H] \text{ et } j \in [1, N]$$

### 2.2.2 - Mise en oeuvre de la méthode sur les colonnes de l'image

L'expérience a montré que l'estimation était mauvaise sur les colonnes de l'image lissée. En effet, le modèle choisi n'est pas adapté à la forme du fond continu, et sa présence introduit de nombreuses lorentziennes qui se superposent, avec des amplitudes positives et négatives pour approcher ce fond. Les traitements ont donc été effectués sur les colonnes de l'image obtenue après élimination du fond continu.

Ces colonnes sont des vecteurs de 512 pixels. Nous avons choisi de travailler sur des signaux réels (cosinus amortis) ce qui nécessite de doubler la colonne par symétrie avant de calculer  $c(n)$  par transformée de Fourier inverse d'ordre 1024. La déformation due au repliement sur  $c(n)$  introduit par la transformée de Fourier discrète a été supposée négligeable.

Le signal étant bruité, il faut utiliser un horizon d'observation  $H > 2N$  pour obtenir une estimation satisfaisante. Le système  $\mathbf{M} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{C}$  est alors surdéterminé et on cherche la solution  $\hat{\mathbf{A}}$  qui minimise la distance  $\|\mathbf{C} - \mathbf{M} \cdot \hat{\mathbf{A}}\|$ .

Une méthode robuste de résolution utilise la décomposition en valeurs singulières (SVD) de la matrice  $\mathbf{M}$  pour calculer sa pseudo-inverse. Cependant, cette méthode est trop coûteuse en temps de calcul, pour pouvoir être appliquée pour toutes les colonnes. Nous avons utilisé une méthode de pivot sur une décomposition QR.

L'ensemble des  $N$  racines trouvées est constitué des racines 'raies' cherchées et de racines 'bruit'. L'ordre  $N$  doit être assez grand pour que les racines 'raies' soient correctement estimées.

Le choix d'un ordre  $N = 130$  a été fait par l'étude des valeurs singulières de  $\mathbf{M}$  pour quelques colonnes. Lors des calculs sur



l'image, le module des racines obtenues pour chaque colonne est testé, et l'ordre  $N$  éventuellement diminué jusqu'à ne trouver que des racines stables. Le nombre de racines n'est donc pas constant.

L'horizon  $H = 512$  a lui aussi été choisi après expertise des résultats pour différentes valeurs. L'échantillon  $c(0)$  est rejeté pour éliminer l'influence d'une base continue résiduelle sur la colonne. On exploite donc les échantillons  $c(1)$  à  $c(512)$ .

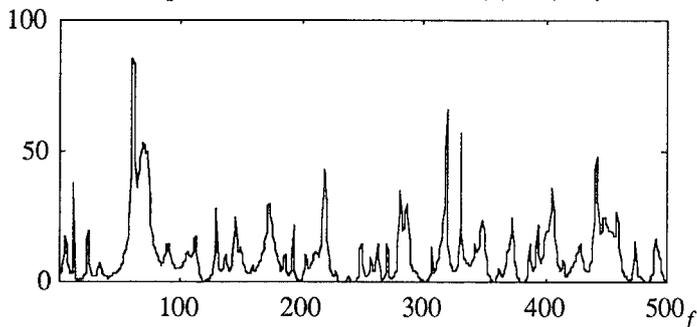


figure 7 : colonne 150 reconstituée à partir des racines

### 2.2.3 - Suivi des raies

Une fois les racines obtenues, il faut séparer les racines 'raies' des racines 'bruit', le nombre des raies étant bien sûr inconnu.

La méthode consistant à comparer les résultats obtenus pour différentes valeurs de  $N$  sur une même colonne pour ne conserver que les racines invariantes s'est avérée impraticable, les racines étant trop nombreuses et le modèle imparfait.

La méthode adoptée utilise la mise en correspondance des racines des différentes colonnes pour retrouver les raies, en exploitant la persistance d'une même racine sur plusieurs colonnes pour conclure à la présence d'une raie.

La mise en correspondance des racines entre 2 colonnes se fait après élimination des racines 'bruit' évidentes (amplitude négative, largeur de raie trop petite ou trop grande). Soit  $N_1$  et  $N_2$  le nombre de racines restant alors dans chaque colonne.

On construit une matrice de ressemblance des racines  $S$ , de dimension  $N_1 \times N_2$ , qui prend en compte la similitude des paramètres  $\nu_i$  et  $\sigma_i$  de chaque couple de racines. La fréquence  $\nu_i$  est le facteur prédominant, car le moins sujet à variation (à l'inclinaison de l'image et aux erreurs d'estimation près). Les amplitudes  $K_i$ , estimées à partir des paramètres  $\nu_i$  et  $\sigma_i$  eux-mêmes estimés, ne sont pas prises en compte du fait de leurs très grandes fluctuations d'une colonne sur l'autre.

Chaque élément de  $S$  est obtenu par le produit des facteurs de ressemblance de chaque paramètre (fonctions homographiques seuillées) et appartient à l'intervalle  $[0, 1]$ . La matrice  $S$  présente ses maxima au voisinage de sa diagonale. Deux racines  $i$  et  $j$  sont considérées comme appartenant à une même raie si le facteur  $ij$  est le maximum de la ligne  $i$  et de la colonne  $j$ . Cette méthode permet de n'apparier que des racines suffisamment semblables, et de rejeter les autres. Un seuillage est possible pour limiter le nombre de racines apparées, la valeur du seuil étant calculée à partir de l'histogramme de la matrice de ressemblance.

L'appariement est effectué pour chaque couple de colonnes adjacentes, et les correspondances détectées entre les différentes racines sont mémorisées dans des tableaux, sous une forme permettant de reconstituer les raies en suivant les racines apparées de colonne en colonne.

## 3 - RESULTATS ET CONCLUSION

Les 2 méthodes ont permis de réaliser l'identification et le suivi des raies de l'image. Les résultats sont représentés sur la figure 8 pour l'approche morphologique et la figure 9 pour l'approche par modélisation. Sur ces figures, les lignes représentent l'évolution des lignes de crête détectées, pour la partie de l'image délimitée par les colonnes 70 à 325 et les lignes 30 à 285.

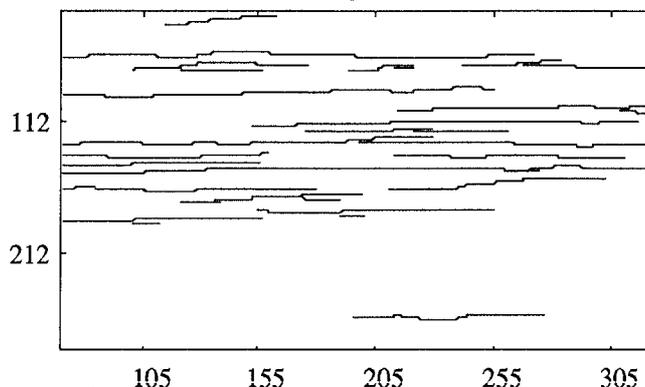


figure 8 : suivi des crêtes- approche morphologique

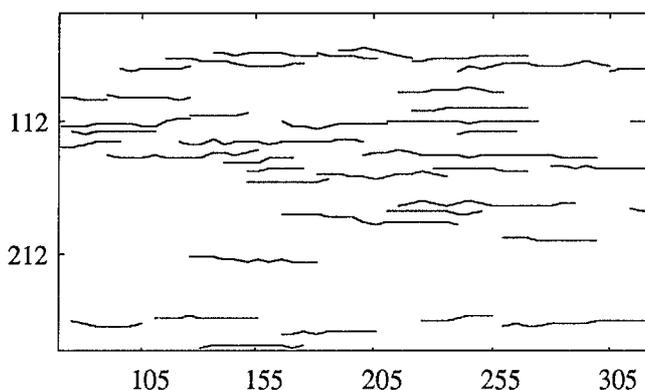


figure 9 : suivi des crêtes- approche par modélisation

Les 2 méthodes donnent des résultats similaires, l'approche morphologique fournissant des raies plus continues, l'approche par modélisation réalisant une meilleure détection dans les zones les plus dégradées. Les temps de traitement sont évidemment extrêmement différents à l'avantage de l'approche morphologique.

La méthode par modélisation présente l'avantage de fournir une identification à un modèle mathématique des raies. Ceci peut être exploité par exemple pour reconstruire une image ne comportant que les raies principales. Une meilleure connaissance des phénomènes physiques permettrait d'exploiter pleinement cette méthode.

Cependant, dans un contexte d'imagerie où le temps de calcul et l'efficacité algorithmique importent plus que la rigueur d'une modélisation dont tous les paramètres ne peuvent être réellement maîtrisés, une méthode heuristique comme l'approche morphologique donne des résultats aussi satisfaisants que l'expertise visuelle.