



## RECONSTRUCTION D'IMAGE 3D EN ANGIOGRAPHIE NUMERIQUE ET A PARTIR DE DEUX PROJECTIONS ORTHOGONALES

R. L. YANG et H. VU THIEN

Laboratoire "SIGNAUX et SYSTEMES" du CNAM  
292, rue Saint Martin 75141 Paris CEDEX 03

### RÉSUMÉ

La reconstruction 3D à partir de deux projections radiologiques orthogonales peut se réduire, en angiographie numérique, à de multiples reconstructions 2D des matrices binaires de sections. Nous présentons dans cet article deux nouveaux algorithmes et des résultats expérimentaux. Le premier est basé sur l'existence d'une courbe médiane de section. Le deuxième utilise un modèle pour la première section à reconstruire et donne des solutions optimales à l'aide de la méthode dite du flot maximal de coût minimal.

### SUMMARY

In Digital Subtraction Angiography, 3D reconstruction from two orthogonal projections can be reduced into a 2D reconstruction of parallel binary-patterns cross sections. After a short review of some currently developed methods, two new algorithms and experimental results are presented. The first one is based on an equal divisor curve of each section. The second one uses a binary matrix model for the first section and yields optimal solutions with respect to the models by a minimum cost capacitated network flow.

### INTRODUCTION

Nous présentons dans cet article deux méthodes de reconstruction 3D d'un objet homogène à partir de ses deux projections radiologiques orthogonales. Ces méthodes sont destinées à la détermination de la forme des cavités cardiaques ou des artères en angiographie numérique dans les cas où le mélange du produit de contraste avec le sang est homogène pendant la phase d'acquisition d'images.

En découpant l'objet en tranches parallèles aux directions de projections, on transforme la reconstruction 3D en de multiples reconstruction 2D de sections. Les deux projections fournissent, pour chaque section, deux profils de densité car les niveaux de gris des pixels d'une image projetée, après soustraction logarithmique, sont proportionnels aux épaisseurs de l'objet selon les directions parallèles à l'axe de projection.

Chaque section peut donc être représentée par une matrice binaire dont les éléments sont égaux à 1 à l'intérieur de la section et égaux à 0 à l'extérieur. Les profils de densité donnent les sommes des éléments de lignes et les sommes des éléments de colonnes.

Le problème de reconstruction se réduit, dans le cas idéal des images sans bruit, à la détermination des matrices binaires connaissant pour chacune d'elles les sommes des éléments de lignes et les sommes des éléments de colonnes. Mathématiquement, ce problème peut avoir des solutions multiples; il est donc nécessaire d'introduire des hypothèses supplémentaires pour l'obtention d'une solution physique.

Nous rappelons ci-dessous les méthodes proposées dans la littérature avant de présenter nos deux algorithmes. Nos résultats expérimentaux seront comparés à ceux des autres auteurs.

### LES METHODES DE RECONSTRUCTION CONNUES

Suivant les hypothèses utilisées pour réduire l'ambiguïté des solutions, on peut classer les méthodes de reconstruction des matrices binaires en deux familles: les méthodes directes utilisant des hypothèses sur la forme de la section et les méthodes indirectes faisant appel aux informations connues a priori ou aux modèles prédéterminés.

La première méthode directe a été proposée par CHANG et CHOW en 1973 [1]. Leur algorithme est destiné



spécialement à la reconstruction du ventricule gauche (VG) dont les sections sont supposées convexes et symétriques. Cette hypothèse est discutable car ces sections ne sont pas toujours convexes ni symétriques.

EIHO et al. en 1983 ont supposé que les sections du VG sont de forme elliptique [2]. Leur méthode nécessite une troisième projection pour lever l'ambiguïté de l'orientation des ellipses.

En 1985 XIMEN JIKE et SHAO ont proposé une reconstruction algébrique à partir de trois projections mutuellement orthogonales [3]. Les difficultés techniques pour l'acquisition de ces projections font que cette méthode est pratiquement inutilisable en angiographie.

Récemment, Z.D. BAI et al ont utilisé une méthode basée sur l'existence d'une courbe médiane dans la section pour la reconstruction des sections régulières [4]. Leur méthode présente quelques faiblesses quand les sections sont irrégulières et elle introduit des discontinuités visibles sur la forme globale de l'objet.

Deux méthodes indirectes ont été proposées successivement par ONNACH et HEINTZEN en 1976 [5] et par SLUMP et GERBRANDS en 1982 [6]. La première utilise les modèles d'une base de données établie par une étude des formes du VG. La seconde utilise aussi des modèles et résout le problème par un algorithme dit "de flot maximal-coût minimal" pour optimiser la section reconstruite. Ses points faibles résident dans la lenteur du calcul, la nécessité d'une mémoire importante et la présence des éléments isolés après reconstruction.

#### METHODE DE COURBE MEDIANE AMELIOREE

Soient  $a(x)$  et  $b(y)$  deux profils de densité représentant les variations de dimensions de la section  $S(x,y)$  selon deux axes de projection orthogonaux  $Ox$ ,  $Oy$  (figure 1). Si  $S(x,y)$  est convexe et régulière, une droite parallèle à  $Ox$ , telle que la droite (D) de la figure, coupera  $S(x,y)$  en deux points notés P et Q. La courbe médiane (CM) est le lieu du point M milieu du segment PQ quand D se déplace parallèlement de  $y = Y_{min}$  à  $Y = Y_{max}$ .

Connaissant la courbe médiane, on peut déterminer  $S(x,y)$  à partir de  $b(y)$  et vérifier si  $S(x,y)$  donne bien  $a(x)$ ;  $b(y)$  joue le rôle de "constructeur" et  $a(x)$  le rôle de "contrôleur". Evidemment, on peut inverser les rôles de  $a(x)$  et de  $b(y)$  en déterminant une courbe médiane par rapport à  $Oy$  au lieu de  $Ox$ . Les discussions mathématiques des conditions de l'existence d'une CM se trouvent dans les références [6] et [7]. Nous nous limiterons, ci-dessous, à la présentation de notre algorithme qui est une version améliorée de celle proposée par Z.D. BAI et ses collègues.

Appelons  $x_{ij}$  les éléments de la matrice binaire de dimension  $(m \times n)$  de la section à reconstruire. En absence de bruit, nous avons :

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad \sum_{i=1}^n a_i = \sum_{j=1}^m b_j$$

$$i = 1, \dots, m \quad \text{et} \quad j = 1, \dots, n$$

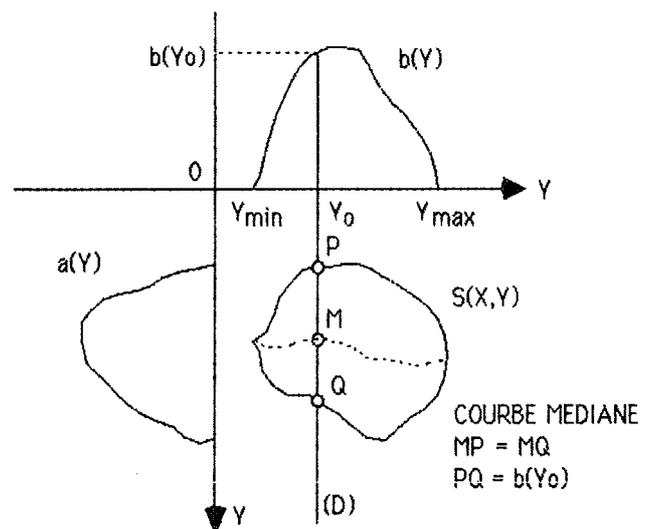


Figure. Définition de la courbe médiane

L'algorithme de calcul est le suivant :

1) Déterminer le centre de gravité  $(i_c, j_c)$  de la section à partir des  $a_i$  et  $b_j$ . Choisissons  $b_j$  comme constructeur et  $a_i$  comme contrôleur.

2) Définir CM par  $\hat{i}(j) = i_c + C_1(j - j_c)$

Chercher l'optimal  $C_1^0$  de  $C_1$  parmi les 33 valeurs donnant toutes les directions du plan en calculant  $\hat{a}_i$  à partir de  $S_1(x,y)$ . Celle-ci est déterminée à l'aide de CM et des  $b_j$ .  $C_1^0$  est la valeur qui minimise l'erreur  $E_a$  définie par

$$E_a = \sum_{i=1}^m |a_i - \hat{a}_i|$$

3) Redéfinir CM par un polynôme du 2ème ordre:

$$\hat{i}(j) = i_c + \sum_{k=0}^2 C_k (j - j_c)^k$$

Ajuster  $C_k$  en commençant par  $(0, C_1^0, 0)$  pour obtenir les  $C_k$  optimaux  $(C_0^1, C_1^1, C_2^1)$  selon le critère défini dans l'étape 2.

4) Redéfinir CM par un polynôme du 3ème ordre :

$$\hat{i}(j) = i_c + \sum_{k=0}^3 C_k (j - j_c)^k$$

En commençant par  $(C_0^1, C_1^1, C_2^1, 0)$  ajuster  $C_k$  pour obtenir les nouvelles valeurs optimales  $C_0^2, C_1^2, C_2^2, C_3^2$

5) Les  $x_{ij}$  et les  $\hat{a}_i$  sont ensuite calculés à partir des limites de section définies par :

$$b_j^{\text{sup}} = \text{Max} \left\{ \min \left[ m, \hat{a}_i(j) + \frac{b_j}{2} - \text{mod}(b_j+1, 2) \right], b_j \right\}$$

$$b_j^{\text{inf}} = \text{Min} \left\{ \max \left[ 1, \left( \hat{a}_i(j) - \frac{b_j}{2} + 1 \right) \right], m - b_j \right\}$$

Les valeurs initiales étant  $C_0^1, C_1^1, C_2^1, C_3^1$ , réajuster les  $C_k$  du polynôme d'ordre 3 de la 4<sup>ème</sup> étape pour obtenir les  $C_k$  optimaux notés  $C_k^*$  ( $k = 0, \dots, 3$ ).

6) Fin de l'algorithme

L'intérêt d'adopter une nouvelle distribution des éléments  $x_{ij}$  (à l'étape 5 de cet algorithme) est de ramener à l'intérieur de la section les points de valeur 1 qui peuvent se trouver éventuellement à l'extérieur à cause des discontinuités de la courbe médiane. La minimisation séquentielle de  $E_a$  a pour but d'augmenter la rapidité du calcul et d'obtenir en général une bonne convergence de  $E_a$ .

## METHODE DE FLOT MAXIMAL DE COUT MINIMAL

Cette méthode de reconstruction diffère de la première par son hypothèse et par la théorie utilisée. L'hypothèse de base est la forte similitude existant entre deux sections adjacentes de l'objet. Ainsi, le problème de reconstruction se ramène à la recherche d'une matrice binaire  $X$  qui doit satisfaire, d'une part les deux projections  $a_i$  et  $b_j$  et, d'autre part, le maximum de ressemblance avec la section adjacente précédemment reconstruite (modèle). Cette méthode introduit directement un critère de ressemblance au sein de l'algorithme de reconstruction que nous avons mis au point en attribuant à chaque élément  $x_{ij} \in X$  un coût  $c_{ij} \geq 0$ . Les valeurs de  $c_{ij}$  sont obtenues en fonction de la forme locale du contenu du modèle.

En pratique, les données  $a_i$  et  $b_j$  acquises sont toujours bruitées, ce qui les rend en général incompatibles. Ce problème est résolu par l'incorporation du bruit dans la reconstruction. Son principe est d'attribuer un coût  $c_{ij}$  non seulement à chaque élément  $x_{ij} \in X$ , mais aussi à chaque  $a_i$  et  $b_j$  ( $c'_i, c''_j$ ) selon les caractéristiques du bruit. Etant donnée la nature des images angiographiques, nous avons considéré le bruit comme poissonien dans l'algorithme.

La modélisation mathématique est formulée comme suit:

$$\text{Minimiser } Z \text{ avec } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^m c'_i + \sum_{j=1}^n c''_j$$

avec les contraintes suivantes:

$$a_i - \sqrt{a_i} \leq \sum_{j=1}^n x_{ij} \leq \text{Max} (n, a_i + \sqrt{a_i})$$

$$b_j - \sqrt{b_j} \leq \sum_{i=1}^m x_{ij} \leq \text{Max} (m, b_j + \sqrt{b_j})$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} = \frac{1}{2} \left[ \sum_{i=1}^m a_i + \sum_{j=1}^n b_j \right]$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}; \quad i = 1, \dots, m; \quad j = 1, \dots, n$$

Ce problème d'optimisation est semblable à celui de la recherche d'un flot maximal de coût minimal dans un réseau de transport orienté. Les détails peuvent être trouvés dans les références [6], [7] et [8].

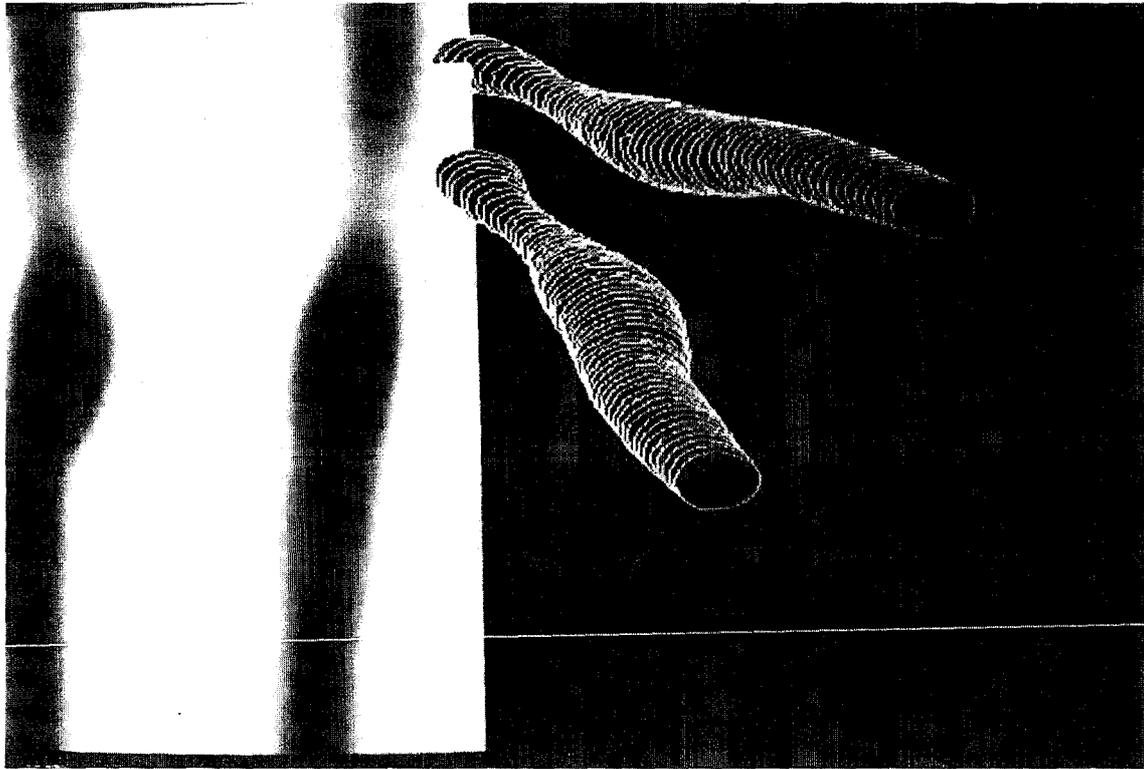
Il est à noter que nous avons modifié la méthode de calcul de  $c_{ij}$ , proposée par SLUMP et al. [6] afin de surmonter la contrainte d'une surface de modèle devant rester plus petite que celle de la matrice à reconstruire. De plus, les coûts  $c'_i$  et  $c''_j$  sont obtenus de façon plus raffinée et sont ajustés au fur et à mesure de la reconstruction. Ces améliorations importantes ont permis d'une part la reconstruction des artères sténosées et d'autre part l'obtention d'une forme de l'objet plus lisse avec moins d'éléments aberrants. Il en résulte une meilleure précision de reconstruction.

## EXPERIMENTATION

L'expérimentation a été réalisée dans un premier temps sur une centaine de matrices tracées manuellement à l'aide d'une table à digitaliser. Ces matrices sont de forme et de taille très variées afin d'étudier la validité des algorithmes. Ensuite nous avons utilisé pour la reconstruction des tubes en verre simulant les artères avec des sténoses concentriques et excentriques de degrés divers. Les projections ont été acquises par un système d'angiographie numérique; un filtre médian était appliqué sur les images originales afin de diminuer l'influence du bruit.

Les performances ont été évaluées selon le critère de conformité qui représente le pourcentage du nombre d'éléments communs de la matrice reconstruite avec son original.

Avec la méthode de courbe médiane améliorée nous obtenons une conformité supérieure à 96 % pour des sections régulières et à environ 90 % pour des sections très irrégulières. Elle est donc de 5 à 10 % supérieure à celle proposée par Z.D. BAI et collègues selon les modèles. Nous obtenons des performances analogues avec celles de



**Photo.** Reconstruction d'un tube en verre simulant une artère sténosée en angiographie numérique:  
A droite, les deux projections orthogonales;  
A gauche, l'image 3D reconstruite avec deux perspectives différentes.

la méthode du flot maximal de coût minimal. Les détails de ces comparaisons se trouvent dans la référence [7].

Les résultats obtenus par les deux méthodes sur les modèles physiques (tubes de verre, ballons) sont comparables. On a observé que la forme reconstruite est très proche de la réalité. L'importance et l'orientation des sténoses ont été mises en évidence. Un exemple est représenté sur la photo.

### CONCLUSION

Les résultats obtenus montrent que la reconstruction 3D en angiographie et à partir de deux projections orthogonales peut donner de très bon résultats. L'application de ces algorithmes à des cas cliniques implique néanmoins des précautions particulières afin d'assurer un mélange aussi homogène que possible du produit de contraste avec le sang pendant la phase d'acquisition (hypothèse de base) et une qualité minimale d'image ( $\frac{S}{N} > 20$  dB).

### REFERENCES

[1] CHANG S.K., CHOW C.K. The reconstruction of three-dimensional objects from two orthogonal projections and

its application to cardiac cineangiography. IEEE trans. Computers, 1973, 22, pp 18-28.

[2] S.EIHO and al. Reconstruction of the left ventricle from X-ray cineangiograms with an rotating arm. Proc. 1983, IEEE Conf. Computer Cardiology, pp 63-67.

[3] JIYE X., SHAO Z.F. Three-dimensional algebraic reconstruction from three mutually orthogonal projections. Optik, 1985, 71, pp 143-148.

[4] BAI Z.D., KRISHNAIAH P.R., RAO C.R. et al. Reconstruction of the left ventricle from two orthogonal projections based on theorems of equal divisor curves. University of Pittsburgh. Technical report, 1986.

[5] ONNASCH D.G.W., HEINTZEN P.H. A new approach for reconstruction of the right or left ventricle form from biplane angiocardigraphic recordings. Comput. Cardiol. 1976, pp 67-73.

[6] SLUMP C.H., GERBRANDS J.J. A new approach to reconstruction of the left ventricle from two projections. Computer graphics and image processing, 1982, 18 pp 18-36.

[7] R.L. YANG, Vidéodensitométrie et reconstruction 3D en angiographie numérisée. Thèse de doctorat CNAM Paris, Janvier 1989.

[8] RESEAUX, Exercices et problèmes résolus de recherche opérationnelle. Masson, Tome 1, 1986.