

REDUCTION DE BRUIT EN PRESENCE DE REFERENCES MULTIPLES TRAITEMENTS PARALLELE ET CASCADE

J.-F. GUERRE-CHALEY D. BAUDOIS
C. SERVIERE A. SILVENT (*)

CEPHAG Ecole Nationale Supérieure d'Ingénieurs Electriciens de Grenoble
B.P. 46 38402 SAINT MARTIN D'HERES FRANCE

(*) Attaché aux services techniques des Armées

RÉSUMÉ

Dans le cas où l'on dispose de références bruit, la réduction de bruit est équivalente à une identification de filtres. Des résultats ont été établis dans le cas d'un traitement monovoie (une seule référence bruit). Nous nous proposons d'analyser l'extension au cas de références bruit-seul multiples. Nous avons étudié les performances de la réduction de bruit suivant l'architecture utilisée :

- parallèle, avec un traitement simultané et équivalent des voies références bruit,
- cascade, avec un traitement successif de chaque voie.

Nous avons évalué, pour les deux types de traitements, les erreurs d'estimation en fonction des différents paramètres (rapports signal à bruit, temps d'estimation et supports des filtres estimés), dans le cas de références bruit préalablement orthogonalisées. Les puissances des erreurs sont comparées et permettent de définir, pour un environnement donné, le traitement le plus performant.

SUMMARY

When we have noise references, noise cancelling is similar to filtering identification. Results have already been established in the case of one reference. We propose, in this paper, to extend them for several noise references. We have considered the performance of the noise cancelling according to the architecture used :

- parallel architecture, with a simultaneous and equivalent utilisation of the references,
- cascade architecture, using successively each reference.

We have calculated, for both structures, the errors of estimation from the various parameters (signal to noise ratios, times of estimation of the filters, filter orders), when the references are previously orthogonalized. The powers of the errors are compared, that allows the choice of the best processing for a specific environment.

INTRODUCTION :

Dans beaucoup de situations réelles le signal utile, porteur de l'information, est additivement perturbé. Il est alors nécessaire de mettre en œuvre un système optimal ayant pour but d'éliminer "au mieux" (au sens d'un critère à préciser) le bruit perturbateur. Lorsque l'expérimentateur a directement accès à la source du bruit, il peut enregistrer une "référence bruit-seul" qui ne contient pas de signal utile. Le problème de la réduction de bruit se ramène alors à un problème d'identification de filtre : il s'agit en effet d'identifier, puis de reconstruire le filtre qui, excité par la référence-bruit, fournit une estimation du bruit perturbateur. Celle-ci est alors retranchée au signal bruité, ce qui conduit alors à l'estimation du signal utile.

De nombreux travaux ([1],[2],[3],[4]) ont été réalisés dans le cas d'une référence bruit scalaire. Ils ont permis de dégager une classification des méthodes usuelles (optimalité, coût-calcul, adaptativité, robustesse ...). Cependant, dans de nombreux cas, plusieurs sources distinctes de bruit sont présentes et l'expérimentateur a accès à une référence bruit multidimensionnelle, ce qui est le cas du traitement adaptatif d'antenne ([5],[6]). Cet aspect a été souligné en particulier par H.Mermoz ([7],[8]) qui a décomposé le traitement d'antenne en modules spécifiques de traitement (fig.1).

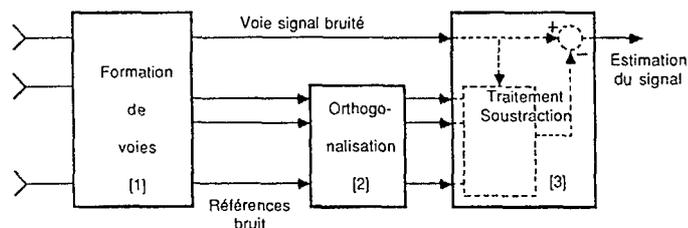


fig.1 : Caractère modulaire du traitement d'antenne

Le présent travail a pour but d'étudier le module de traitement et soustraction, les références bruit étant préalablement orthogonalisées et blanchies. Le critère d'estimation choisi est la minimisation de l'écart quadratique moyen entre la voie bruitée et la sortie du traitement qui est linéaire.

Les résultats qui suivent ont été établis pour une structure d'identification de type corrélofiltre car elle nous permet de conduire les calculs analytiques à leur terme. Il est clair que les conclusions obtenues s'appliquent à l'ensemble des structures optimales équivalentes (spectrofiltre, formule de Kalman, système fréquentiel récursif). En revanche elles ne peuvent s'appliquer au cas des systèmes sous optimaux (de type LMS par exemple).

II MODELES UTILISES - STRUCTURES DE TRAITEMENT UTILISEES :



La fig.2 représente le modèle des signaux utilisé dans la suite .

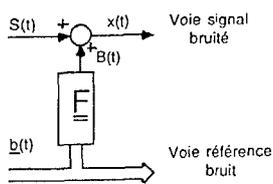


fig 2 : Modèle des signaux

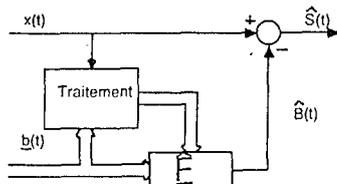


fig 3 : Principe du soustracteur

Le signal utile $S(t)$ est supposé aléatoire, stationnaire au second ordre, centré, de fonction de corrélation $\Gamma_{ss}(\tau)$. La référence $b(t)$ est composée de N signaux $b_1(t), \dots, b_N(t)$ stationnaires et conjointement stationnaires au second ordre et centrés. F représente la transformation supposée linéaire et homogène que subit $b(t)$ pour engendrer le bruit perturbateur $B(t)$. Les $b_i(t)$ étant orthogonaux, nous ne restreindrons pas la généralité en supposant que F peut être modélisée en tant que "système diagonal" défini par N filtres linéaires et homogènes F_i de réponse impulsionnelle respective $h_i(l)$.

Dans ces conditions, le bruit perturbateur $B(t)$ peut être écrit :

$$B(t) = \sum_{i=1}^N B_i(t); \quad \text{avec } B_i(t) = (h_i * b_i)(t)$$

Le signal observé $x(t)$ est alors tel que $x(t) = S(t) + B(t)$
On suppose $b(t)$ (et donc $B(t)$) indépendant de $S(t)$.

Le traitement (fig.3) a pour objectif d'identifier F et de reconstruire $\hat{S}(t)$. La filtrée de $b(t)$ par F_i fournit une estimation de $B(t)$ qui retranchée à $x(t)$ réalise l'estimation $\hat{S}(t)$ de $S(t)$ telle que $E\{[S(t) - \hat{S}(t)]^2}$ ou $E\{[B(t) - \hat{B}(t)]^2}$ soit minimal, ce qui est équivalent.

Deux structures de traitement peuvent alors être envisagées:

II-1 Structure parallèle :

Cette structure consiste à traiter les références simultanément (fig.4).

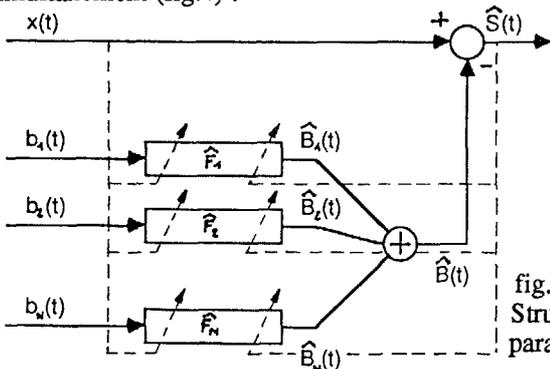


fig 4 : Structure parallèle

II-2 Structure cascade :

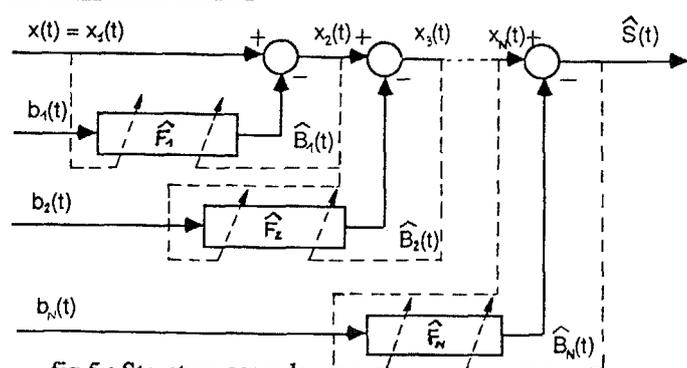


fig 5 : Structure cascade

La structure cascade est caractérisée par le fait que les références bruit sont traitées les unes après les autres (fig.5). Il est clair que les performances d'un tel système vont dépendre de l'ordre dans lequel sont effectués les traitements élémentaires.

La comparaison des deux structures nécessite une réflexion concernant les performances du système cascade en fonction de l'ordre des références traitées.

III PERFORMANCES DES DEUX STRUCTURES :

Le calcul analytique de l'erreur d'estimation de $S(t)$ est réalisé dans le cas d'une identification par corrélofiltre ([2],[9],[10]). Les références bruit $b_i(t)$ sont blanches, décorréllées et Gaussiennes, ce qui entraîne une hypothèse d'indépendance entre elles. L'hypothèse Gaussienne intervient dans le calcul d'un moment d'ordre 4 et n'est donc pas trop contraignante.

III-1 Cas de la structure parallèle :

$b_i(t)$ étant blanc de densité spectrale de puissance moyenne P_i , la réponse impulsionnelle $h_i(t)$ du filtre F_i , qui engendre $B_i(t)$ peut être estimée par l'intercorrélacion entre $b_i(t)$ et $B_i(t)$, ou, ce qui revient au même par l'intercorrélacion entre $b_i(t)$ et $x(t)$ (décorrélacion des B_j):

$$\hat{h}_i(l) = \frac{1}{M_i P_i} \sum_{j=0}^{M_i-1} b_i(j-l) B_i(j) = \frac{1}{M_i P_i} \sum_{j=0}^{M_i-1} b_i(j-l) x(j)$$

Cette estimation est réalisée à l'aide de M_i échantillons des signaux. L_i points de corrélation sont calculés, pour des retards variants de 0 à L_i-1 . Le filtre \hat{F}_i à L_i coefficients, excité par $b_i(t)$ fournit une estimation $\hat{B}_i(t)$ de $B_i(t)$. En sortie du soustracteur, l'estimation $\hat{S}(t)$ de $S(t)$ est telle que :

$$E_p \triangleq E\{[S(t) - \hat{S}(t)]^2\} = \sum_{i=1}^N \frac{L_i}{M_i} \Gamma_{ss}(0) + \sum_{i=1}^N P_i \bar{H}_i(L_i) + \sum_{i=1}^N \frac{L_i}{M_i} \sum_{k=1}^N P_k H_k(\infty) + \sum_{i=1}^N \frac{L_i}{M_i} \sum_{j=0}^{L_i-1} \sum_{k=0}^{L_i-1} \sum_{l=0}^{L_i-1} h_i(j-k+l) h_i(j+k-l)$$

expression dans laquelle

$$H_k(\theta) \triangleq \sum_{j=0}^{\theta-1} h_k(j)^2 \quad \text{et} \quad \bar{H}_k(\theta) \triangleq H_k(\infty) - H_k(\theta)$$

L'erreur quadratique moyenne ainsi calculée est la somme de quatre termes. Le second terme est une erreur de biais due au fait que le filtre F_i est estimé à l'aide de L_i coefficients (erreur de troncature). Ce terme tend vers 0 lorsque L_i tend vers ∞ . Les trois autres termes tendent vers 0 lorsque M_i tend vers ∞ . Le premier terme dépend de la puissance du signal utile et le troisième terme est lié au bruit. Enfin le quatrième terme est en général négligeable (inversement proportionnel à M_i^2).

Pour établir ce résultat nous avons supposé que $h_i(l)$ était indépendant de $b_i(t)$, ce qui signifie que l'estimation \hat{h}_i a été réalisée à l'aide d'échantillons de b_i antérieurs à ceux auxquels on applique h_i .

III-2 Cas de la structure cascade :

Les résultats ci-dessous ont été obtenus en supposant un traitement des références dans leur ordre indiciel. L'expression générale (cas de N références) est assez complexe. Dans le cas de deux références, elle est :



$$E_c \hat{=} E\{ [S(t) - \hat{S}(t)]^2 \} = E_p + \frac{L_1 L_2}{M_1 M_2} \Gamma_{SS}(0) + \frac{L_1 L_2}{M_1 M_2} \sum_{i=1}^2 P_i H_i(\infty) - \frac{L_2}{M_2} P_1 H_1(L_1) + \frac{P_1 L_2}{M_1 M_2} \sum_{j=0}^{L_1-1} \sum_{k=0}^{M_1-1} \sum_{l=0}^{M_1-1} h_1(j-k+l) h_1(j+k-l)$$

Autrement dit, il apparait un terme additif complémentaire dont l'étude va permettre de définir la structure la plus performante en fonction des paramètres .

III-3 Comparaison des deux structures dans le cas de deux références :

En posant $C \hat{=} E_p - E_c$, lorsque $C > 0$ le traitement cascade est plus performant que le traitement parallèle et inversement . D'où l'existence d'un seuil : $C > 0 \iff$

$$P_1 [H_1(L_1) - \frac{1}{2} \sum_{j=0}^{L_1-1} \sum_{k=0}^{M_1-1} \sum_{l=0}^{M_1-1} h_1(j-k+l) h_1(j+k-l)] \geq \frac{L_1}{M_1} \Gamma_{xx}(0)$$

Si M_1 est suffisamment grand, en négligeant la somme triple, il vient : $C > 0 \iff P_1 H_1(L_1) \geq \frac{L_1}{M_1} \Gamma_{xx}(0)$

De plus, l'aspect dissymétrique de l'expression de E_c permet de définir l'ordre de traitement des références bruit dans le cas de la structure cascade . Le résultat est immédiat en négligeant la somme triple . Le seul terme dissymétrique est alors :

$$- \frac{L_2}{M_2} P_1 H_1(L_1)$$

En supposant que L_i/M_i est constant ($i=1,2$), les performances seront meilleures en traitant d'abord la référence telle que $P_i H_i(L_i)$ soit le plus grand .

Il est à remarquer que plus la puissance du signal observé $x(t)$ est élevée, plus ce seuil devient favorable à la structure parallèle .

III-4 Comparaison des deux structures dans le cas de trois références :

Grâce à un développement analogue à celui utilisé pour obtenir la formulation du §III-2 et par le même raisonnement qu'au §III-3, on montre l'existence d'un seuil délimitant, en fonction des données, les domaines de prédominance des structures parallèle et cascade . Les facteurs $P_i H_i(L_i)$ déterminent de la même façon l'ordre optimal de traitement des références bruit dans le cas cascade . Ceci sera validé par simulations .

IV VALIDATION A L'AIDE DE SIMULATIONS :

Dans une première étape, les résultats précédents ont été validés à l'aide de simulations, dans le cas de deux et trois références .

Les références bruit utilisées sont des bruits blancs, indépendants, Gaussiens, centrés et normés . Il en est de même du signal utile .

Les filtres F_i sont définis par leur gain complexe en z .

Pour toutes les simulations présentées, les temps d'intégration M_i sont égaux ($M_i=M, i=1..N$) . Il en est de même pour des supports L_i ($L_i=L, i=1..N$) .

Les signaux simulés sont découpés en blocs de M points . Afin d'assurer l'hypothèse d'indépendance entre les références $b_i(t)$ et les estimées $\hat{h}_i(t)$ des réponses impulsionnelles, ces estimations sont réalisées en utilisant les échantillons du bloc précédant celui sur lequel est appliqué le filtre F_i (fig.6) .

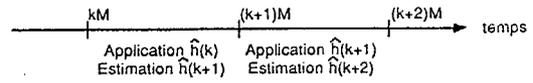


fig.6 : Découpage en blocs .

Les erreurs d'estimation sont calculées sur un nombre de points traités supérieur à 100 M puis moyennées sur au moins 20 expériences statistiquement indépendantes .

IV-1 Simulations dans le cas de deux références bruit :

Les courbes de la figure 7 représentent les tracés théoriques de l'efficacité du traitement :

$\text{Log} \left(\frac{\Gamma_{\epsilon}(0)}{P_B} \right)$ en fonction de $\text{Log} \left(\frac{P_1 H_1(L_1)}{P_2 H_2(L_2)} \right)$

pour les valeurs des paramètres suivantes :

$$\Gamma_{SS}(0)=0.0 \quad P_2=1.0 \text{ (fixe)} \quad P_1 \text{ variant de } 10^{-2} \text{ à } 10^2$$

$$h_1(z^{-1}) = \frac{1}{1-0.3z^{-1}} \quad h_2(z^{-1}) = \frac{z^{-1}}{1-0.3z^{-1}}$$

Le traitement utilisé est le corrélofiltre $L=3 \quad M=1000$.

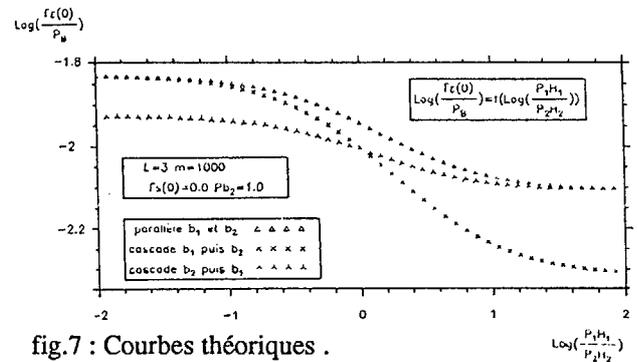


fig.7 : Courbes théoriques .

On constate dans ce cas :

- que le traitement cascade est supérieur au traitement parallèle dans une large plage ($P_1 > 0.003$ dans ce cas) et, qu'à l'extérieur de cet intervalle le traitement parallèle n'est que très légèrement supérieur au traitement cascade (de l'ordre du %),
- que lorsque l'on utilise une structure cascade il convient de traiter d'abord la référence telle que $P_i H_i$ soit le plus grand .

Ces résultats sont confirmés (fig.8) à l'aide d'une étude sur des signaux simulés .

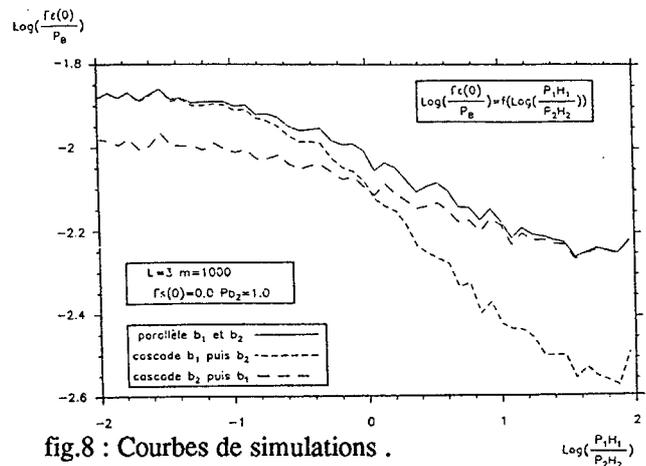


fig.8 : Courbes de simulations .

On observe effectivement l'existence d'un seuil limitant la prédominance du traitement parallèle sur le traitement cascade. Mais dans le domaine où le traitement parallèle est supérieur au traitement cascade, on peut remarquer que :



- le traitement parallèle n'est que faiblement supérieur au cascade,
- dans le domaine où la référence traitée la première ne bruite que très faiblement le signal observé, le traitement de cette référence n'est pas efficace, voire même dégrade le signal ([4]).

IV-2 Simulations dans le cas de trois références :

Dans un deuxième temps, le cas plus complet de trois références bruit est envisagé.

Pour des valeurs fixées de $\Gamma_{ss}(0)$, P_3 , L et M , les filtres hi étant identiques, le tracé des surfaces $\Gamma_{\epsilon}(0)$ en fonction de P_1 et P_2 , pour le traitement parallèle (fig.9) et le traitement cascade (b1 puis b2 puis b3) (fig.10) permet de visualiser les conclusions du § III-4. Ces surfaces théoriques montrent bien l'existence d'une courbe seuil qui délimite la prédominance de l'un des deux traitements, et l'intérêt qu'il y a à traiter en premier la référence qui bruite le plus l'observation (dissymétrie de la surface, pour le traitement cascade, dans un cas symétrique).

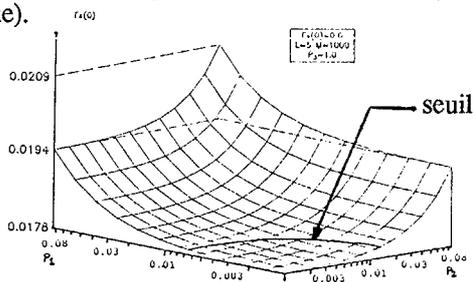


fig.9 : Puissance d'erreur théorique dans le cas parallèle

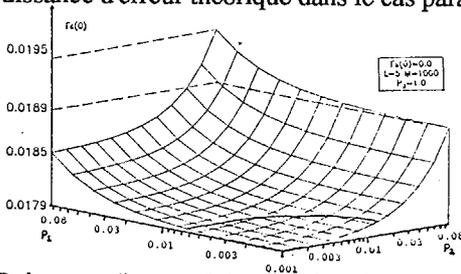


fig.10 : Puissance d'erreur théorique dans le cas cascade (b1 puis b2 puis b3)

(valeurs des paramètres : $L=5$ $M=1000$)

$$\Gamma_{ss}(0) = 0.0 \quad h_1(z^{-1}) = h_2(z^{-1}) = h_3(z^{-1}) = \frac{1}{1 - 0.3z^{-1}}$$

P_1 variant de 0.001 à 0.1 P_2 variant de 0.001 à 0.1 $P_3=1.0$)

Pour valider l'influence de l'ordre de traitement des références bruit, des simulations ont été réalisées pour les mêmes paramètres, hormis les puissances des références P_i . Les puissances d'erreur sont calculées pour quatre traitements différents : parallèle (/), cascade b1 puis b2 puis b3 (123), cascade b2 puis b1 puis b3 (213), cascade b2 puis b3 puis b1 (231) pour :

$$P_1 \text{ variant de } 10^{-3} \text{ à } 10^2 \quad P_2=1.0 \quad P_3=0.1$$

Les courbes (fig. 11) confirment bien la théorie dans la mesure où :

- tant que $P_1 < P_3 < P_2$ le traitement cascade "231" est supérieur aux autres traitements cascade (y compris ceux non représentés),
- tant que $P_3 < P_1 < P_2$ le traitement cascade "213" est supérieur aux autres,
- et de même tant que $P_3 < P_2 < P_1$ le traitement cascade "123" est le plus favorable.

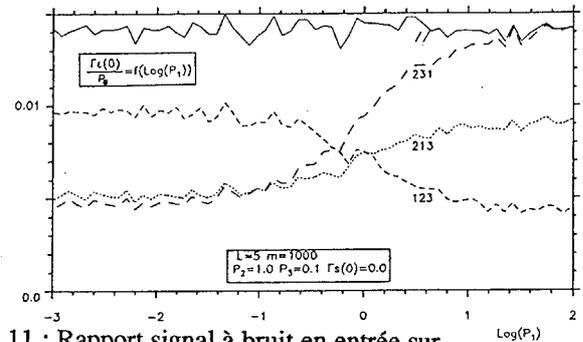


fig.11 : Rapport signal à bruit en entrée sur signal à bruit en sortie en fonction de P_1 .

Comme dans le cas de deux références bruit, il est à noter que les conclusions sont tout à fait similaires lorsque le signal utile est de puissance non nulle (fig.12).

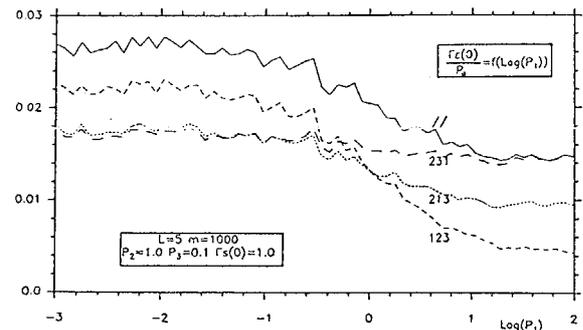


fig.12 : Identique à la figure 11 avec $\Gamma_{ss}(0)=1.0$

V CONCLUSION ET PERSPECTIVES :

Cette première étude, bien que partielle (cas de trois références bruit au maximum) montre que, dans le cas d'un traitement optimal de références orthogonalisées, le traitement cascade donne des résultats supérieurs au traitement parallèle dans une large plage, que le traitement cascade donnant les résultats les meilleurs consiste à traiter successivement les références bruit dans l'ordre décroissant de la puissance de leur contribution dans le signal observé.

Ces résultats théoriques ont été confirmés par des simulations réalisées dans un grand nombre de situations.

Le cas de N références, plus lourd à traiter (en particulier pour la structure cascade) a été mené à bien. Les premières études tendent à confirmer les conclusions précédentes (prédominance du traitement cascade, ordre de traitement, tout en sachant que plus le nombre N de références croît, plus la puissance du signal observé croît vis-à-vis des puissances des bruiteurs) et des études sur signaux simulés sont actuellement en cours de réalisation.

BIBLIOGRAPHIE :

- [1] B.WIDROW & al Adaptive noise cancelling. Principles and applications Proc. IEEE vol63 Dec 1975.
- [2] D.BAUDOIS W.KOFMAN A.SILVENT Etude théorique et expérimentale du corrélofiltre 8ème colloque GRETSI 1981.
- [3] P.COMON J.L.LACOUME Noise reduction for an estimated Wiener filter using noise references IEEE Trans. on Information Theory vol.32 n°2 march 1986 pp310-313.
- [4] P.COMON J.L.LACOUME A robust adaptive filter for noise reduction problem Proc. ICASSP 7-11 April 1986 Tokyo Japan vol.4 pp2599-2602.
- [5] R.MONZINGO T.MILLER Introduction to adaptive array John Wiley & Sons Fullerton California 1980.
- [6] N.JABLON Steady state analysis of the generalizes sidelobe canceller by adaptive noise cancelling techniques IEEE Trans. on Antennas and Propagation vol.34 n°3 March 1986 pp330-337.
- [7] H.MERMOZ Ecueils et diversité des traitement adaptatifs d'antenne Annales des télécom 1973 tome 28 pp244-254.
- [8] H.MERMOZ Modularité du traitement adaptatif d'antenne Annales des télécom 1974 tome 29 pp43-53.
- [9] G.FAUCON Comparaison de structures du corrélofiltre. Application au débruitage de la parole 11ème colloque GRETSI 1987 p165.
- [10] P.Y.ARQUES G.FAUCON Proposal and experimental evaluation of a combined structure "corrélofilter-adaptier" ICASSP 82 Paris.