

## ANTENNES ADAPTATIVES SOUS CONTRAINTES

P.Chevalier\* et B.Picinbono#

# Laboratoire des Signaux et Systèmes, ESE, Plateau du Moulon, 91190 Gif sur Yvette  
 \*Division Télécommunications, Thomson-CSF, 16 rue du Fossé Blanc, 92231 Gennevilliers

## RÉSUMÉ

Le but de cet article est d'analyser les performances et la vitesse d'adaptation d'antennes optimales sous des contraintes ne nécessitant aucune information a priori sur le signal utile. L'une de ces contraintes introduit le concept d'inversion de puissance et l'antenne associée est dite à "contrainte d'inversion de puissance" (ACIP). Après avoir étudié les performances de la contrainte de norme, on complète des résultats antérieurs en évaluant la vitesse d'adaptation de l'ACIP fonctionnant avec un algorithme des moindres carrés sous contrainte. Le lien existant entre l'ACIP et le préprocesseur de Gram-Schmidt (GS) est examiné et les vitesses d'adaptation de ces deux dernières structures sont comparées.

## SUMMARY

The purpose of this paper is to analyse the performance and the convergence rate of some antennas which are optimal under constraints which do not require any a priori knowledge on the desired signal. One of this constraint exhibits the concept of "power inversion" and the associated antenna is called "Power Inversion Constraint Array" (PICA). Firstly we study the performance of the antenna using the norm constraint. Then, we complete previous results by evaluating the convergence rate of the PICA using a Sample Matrix Inversion (SMI) algorithm. The relation between the PICA and the Gram-Schmidt (GS) preprocessor is examined and the convergence rate of these two latter structures are compared.

## 1. INTRODUCTION ET FORMULATION DU PROBLÈME

Soit une antenne linéaire à bande étroite et à  $N$  capteurs, de sortie  $y(t) = \mathbf{w}^\dagger \mathbf{x}(t)$ , signal de puissance moyenne  $P(\mathbf{w}) = \mathbf{w}^\dagger R_x \mathbf{w}$  où  $R_x$  est la matrice de corrélation  $E[\mathbf{x}\mathbf{x}^\dagger]$  appelée  $R$  dans le cas où seul le bruit est présent. On suppose que le bruit est composé de  $M$  brouilleurs ( $M < N$ ) et de bruit spatialement blanc. Sous des hypothèses très générales  $R$  s'écrit

$$R = \sigma^2 I + \sum_{k=1}^M \pi_k \mathbf{J}_k \mathbf{J}_k^\dagger \quad (1.1)$$

où  $\sigma^2$  est la puissance du bruit blanc et où  $\pi_k$  et  $\mathbf{J}_k$  sont respectivement la puissance d'entrée et le vecteur source du brouilleur  $k$ .

Les performances de l'antenne pour la direction  $\theta_s$  sont souvent caractérisées par le rapport Signal sur Bruit dénommé SNR (Signal-to-Noise Ratio) et défini par

$$\text{SNR} [R, \mathbf{w}, s] = \pi_s |\mathbf{w}^\dagger s|^2 / \mathbf{w}^\dagger R \mathbf{w} \quad (1.2)$$

où  $\pi_s$  et  $s$  sont respectivement la puissance d'entrée et le vecteur source associés à la direction  $\theta_s$ . Il est bien connu que pour  $R$  et  $\theta_s$  donnés, l'antenne maximisant le SNR en sortie est le filtre adapté spatial (FAS), proportionnel à  $\mathbf{w}_s = R^{-1} s$  et le SNR maximal correspondant est donné par

$$[\text{SNR}]_s = \pi_s s^\dagger R^{-1} s \quad (1.3)$$

Le vecteur  $\mathbf{w}_s$  est aussi la solution du problème de la minimisation de la puissance de bruit en sortie sous la contrainte  $\mathbf{w}^\dagger s = 1$ . Cependant dans de nombreux problèmes pratiques, la direction

du signal, ou le vecteur  $s$ , est inconnue alors que  $R$  reste connue. Comme  $s$  apparaît seulement dans la contrainte, le problème est de trouver une autre contrainte donnant de bonnes performances. Une contrainte directionnelle  $\mathbf{w}^\dagger s_\alpha = 1$  n'est pas acceptable car elle donne d'excellents résultats pour la direction  $\alpha$  mais non pour toutes les autres directions. Le problème général d'une contrainte optimale reste posé mais en pratique, deux procédures ont déjà été utilisées dans d'autres contextes. La première est la contrainte linéaire  $\mathbf{w}^\dagger c = 1$  avec  $c^T = (1, 0, \dots, 0)$ , qui a été utilisée par R.T. Compton, dans un cas très particulier, introduisant le concept d'inversion de puissance [1]. Pour cette raison, nous utilisons pour cette contrainte le terme de "Contrainte d'Inversion de Puissance". La seconde procédure est la contrainte de norme  $\mathbf{w}^\dagger \mathbf{w} = 1$  qui est évidemment non linéaire.

Dans un précédent article [2], nous avons présenté les propriétés et les performances en régime permanent de l'antenne à contrainte d'inversion de puissance (ACIP). On a démontré en particulier que l'ACIP donne, dans la plupart des cas, de bonnes performances qui approchent l'optimalité lorsque le nombre de brouilleurs croît. Notre propos est ici de compléter ces résultats. On montre tout d'abord pourquoi, dans certains cas, la contrainte de norme n'est pas acceptable. On évalue la vitesse d'adaptation de l'ACIP fonctionnant avec un algorithme des moindres carrés sous contrainte. On donne la relation qui existe entre l'ACIP et le préprocesseur de Gram-Schmidt (GS). Enfin on compare les vitesses d'adaptation de ces deux dernières structures.

## 2. PERFORMANCES DU FILTRE ADAPTÉ SPATIAL

Nous avons montré dans [2] que dans le cas où les brouilleurs sont forts ( $N\pi_k \gg \sigma^2$ ,  $1 \leq k \leq M$ ) et orthogonaux ( $\mathbf{J}_k^\dagger \mathbf{J}_i = 0$ ,  $i \neq k$ ), le rapport Brouilleur- $k$  sur Bruit en sortie, dénommé  $[\text{INR}]_k$  (Interference-to-Noise Ratio) et défini pour un vecteur poids  $\mathbf{w}$  par



$$[\text{INR}]_k = \pi_k |\mathbf{w}^\dagger \mathbf{J}_k|^2 / \sigma^2 \mathbf{w}^\dagger \mathbf{w} \quad (2.1)$$

est donné, pour le FAS, par

$$[\text{INR}]_{k,s} \cong \sigma^2 |\alpha_{sk}|^2 / N\pi_k [1 - |\alpha_{js}|^2] \quad (2.2)$$

où  $\alpha_{sk}$  et  $\alpha_{js}$ , définis dans [2], sont les coefficients respectivement de corrélation complexe entre le signal et le brouilleur  $k$  et de corrélation spatiale entre le signal et les brouilleurs.

L'expression (2.2) montre en particulier que le FAS atténué d'autant plus un brouilleur que celui-ci est fort, qu'il est éloigné du signal ( $|\alpha_{sk}| \ll 1$ ) et que le nombre de capteurs est grand. On en déduit que le FAS n'annule généralement pas complètement les brouilleurs, excepté dans des cas très particuliers (ici, brouilleurs orthogonaux au signal). D'autre part, on peut montrer [2] que quelle que soit la position des brouilleurs, le rapport Signal sur Bruit en sortie du FAS, s'écrit pour des brouilleurs forts

$$[\text{SNR}]_s = \text{SNR} [R, \mathbf{w}_s, s] \cong N\pi_s [1 - |\alpha_{js}|^2] / \sigma^2 \quad (2.3)$$

ce qui montre que lorsque les brouilleurs sont forts et tant qu'ils ne sont pas dans la direction du signal ( $|\alpha_{js}| \neq 1$ ), le SNR en sortie du FAS est presque indépendant de la puissance des brouilleurs et dépend essentiellement du coefficient de corrélation spatial  $\alpha_{js}$ . Ces résultats sont illustrés sur la Figure 1.

### 3. PERFORMANCES DE L'ANTENNE À CONTRAINTES DE NORME

Dans ce paragraphe on considère l'antenne à contrainte de norme (ACNO) définie dans le paragraphe 1.

Il est bien connu que le vecteur poids  $\mathbf{w}_n$  qui minimise la puissance de bruit en sortie,  $P(\mathbf{w}) = \mathbf{w}^\dagger R \mathbf{w}$ , sous la contrainte de norme  $\mathbf{w}^\dagger \mathbf{w} = 1$  n'est pas unique et correspond aux vecteurs propres de  $R$  associés à la valeur propre minimale  $\lambda_{min}$ . On peut donc écrire que  $R\mathbf{w}_n = \lambda_{min} \mathbf{w}_n$  et la puissance de bruit en sortie qui en résulte est égale à  $\lambda_{min}$ . Dans le cas où  $R$  est donnée par (1.1) avec  $M < N$ , et dans la mesure où les sous-espaces propres d'une matrice hermitienne sont orthogonaux, le vecteur poids optimal  $\mathbf{w}_n$  est orthogonal aux vecteurs sources  $\mathbf{J}_k$  ( $1 \leq k \leq M$ ) des brouilleurs et la valeur propre minimale  $\lambda_{min}$  est égale à  $\sigma^2$ . Utilisant la formule (2.1), on en déduit que tous les brouilleurs sont complètement annulés par l'ACNO et ceci quelle que soit leur position et leur puissance. Réciproquement, les antennes qui annulent les brouilleurs correspondent à des vecteurs poids  $\mathbf{w}$  qui sont vecteurs propres de  $R$  associés à  $\sigma^2$ . Ainsi les ACNO correspondent très exactement aux annulateurs de brouilleurs, ce qui explique leur intérêt pratique.

D'autre part, les ACNO sont aussi les antennes qui maximisent le rapport Signal sur Bruit moyen en sortie, la moyenne étant prise sur l'ensemble des directions d'arrivée possibles du signal. En effet, lorsque  $\theta_s$  n'est pas connu et que le signal peut provenir de n'importe quelle direction de l'espace, il est légitime de considérer  $\theta_s$  comme une variable aléatoire uniformément répartie sur  $[0, 2\pi]$ . Dès lors, on peut montrer [3] que le SNR moyen en sortie de l'antenne  $\mathbf{w}$  s'écrit, d'après (1.2)

$$\overline{\text{SNR}} [R, \mathbf{w}] \cong \pi_s \mathbf{w}^\dagger \mathbf{w} / \mathbf{w}^\dagger R \mathbf{w} \quad (3.1)$$

On peut alors montrer que l'antenne qui maximise ce SNR moyen correspond à l'ACNO et le SNR moyen associé vaut

$$\overline{\text{SNR}} [R, \mathbf{w}_n] \cong \pi_s / \sigma^2 \quad (3.2)$$

ce qui correspond au SNR en sortie d'une antenne omnidirectionnelle dans un environnement non brouillé ( $M = 0$ ). Cependant, bien qu'elle annule les brouilleurs et maximise le SNR moyen en sortie, l'ACNO peut, dans certains cas, donner des performances non acceptables. Pour montrer ceci, calculons le SNR en sortie de l'ACNO pour un vecteur  $s$  donné. D'après (1.2), ce SNR s'écrit

$$[\text{SNR}]_n = \text{SNR} [R, \mathbf{w}_n, s] = \pi_s |\mathbf{w}_n^\dagger s|^2 / \sigma^2 \quad (3.3)$$

Soit  $\mathcal{H}$  l'espace engendré par les vecteurs sources  $\mathbf{J}_k$   $1 \leq k \leq M$  et  $\mathcal{H}^\perp$  l'espace orthogonal associé. Le vecteur  $s$  se décompose de manière unique en la somme d'un vecteur  $s_J$  de  $\mathcal{H}$  et d'un vecteur  $s_J^\perp$  de  $\mathcal{H}^\perp$ . Comme  $\mathbf{w}_n \in \mathcal{H}^\perp$ , on obtient

$$|\mathbf{w}_n^\dagger s|^2 = |\mathbf{w}_n^\dagger s_J^\perp|^2 = \|s_J^\perp\|^2 \cos^2(\gamma) \quad (3.4)$$

où  $\gamma$  est l'angle formé par les vecteurs  $\mathbf{w}_n$  et  $s_J^\perp$ . D'autre part, en utilisant la décomposition de  $s$  et la définition de  $\alpha_{js}$  [2], on peut montrer facilement que

$$\|s_J^\perp\|^2 = \|s\|^2 [1 - |\alpha_{js}|^2] = N [1 - |\alpha_{js}|^2] \quad (3.5)$$

En reportant (3.4) et (3.5) dans (3.3), le SNR en sortie de l'ACNO s'écrit

$$[\text{SNR}]_n = N\pi_s [1 - |\alpha_{js}|^2] \cos^2(\gamma) / \sigma^2 \quad (3.6)$$

Cette expression montre que  $[\text{SNR}]_n$  est maximal lorsque  $\cos^2(\gamma)$  vaut 1, c'est-à-dire lorsque  $\mathbf{w}_n$  est colinéaire à  $s_J^\perp$ . Cette situation se produit en particulier lorsque  $M = N - 1$ , tant que  $|\alpha_{js}| \neq 1$ . Dans ce cas, l'ACNO correspond à l'annuleur de brouilleurs qui maximise le SNR en sortie et donne les mêmes performances que le FAS en présence de brouilleurs infiniment puissants (§2). Cependant, généralement  $M < N - 1$  et pour un vecteur  $s$  donné,  $\cos^2(\gamma)$  peut prendre toutes les valeurs comprises entre 0 et 1 selon la valeur de  $\mathbf{w}_n$ . En fait, dans une implémentation pratique,  $\mathbf{w}_n$  est déterminé par la condition initiale de l'algorithme utilisé pour adapter l'antenne. La Fig.1 illustre les résultats précédents et montre une situation catastrophique de l'ACNO ( $\theta_s = \pm 30^\circ$ ).

### 4. PERFORMANCES DE L'ACIP

On rappelle ici les principales performances de l'ACIP, c'est-à-dire de l'antenne associée à la contrainte  $\mathbf{w}^\dagger \mathbf{c} = 1$  avec  $\mathbf{c}^T = (1, 0, \dots, 0)$  et définie par  $\mathbf{w}_c = R^{-1} \mathbf{c} / \mathbf{c}^\dagger R^{-1} \mathbf{c}$ .

On a montré dans [2] que pour des brouilleurs forts et orthogonaux, le  $[\text{INR}]_k$  défini par (2.1), vaut en sortie de l'ACIP

$$[\text{INR}]_{k,c} \cong \sigma^2 / N(N-M)\pi_k \quad (4.1)$$

ce qui montre que l'ACIP rejette d'autant mieux un brouilleur que celui-ci est fort, que le nombre de capteurs est grand et que celui-ci est très supérieur au nombre de brouilleurs. A partir de (4.1), le concept d'inversion de puissance connu pour 2 sources a été étendu et formalisé au cas d'un nombre arbitraire de sources. D'autre part, on a établi dans [2] que sous les hypothèses précédentes, le SNR en sortie de l'ACIP s'écrit

$$[\text{SNR}]_c = \text{SNR} [R, \mathbf{w}_c, s] \cong N\pi_s [1 - r_{js}]^2 / \sigma^2 (N-M) \quad (4.2)$$

où  $r_{js}$  est la somme des coordonnées de  $s_J$  dans la base des vecteurs  $\mathbf{J}_k$ ,  $1 \leq k \leq M$ . Des expressions (2.3) et (4.2), on déduit la dégradation  $d(s, R, c)$  du SNR, engendrée par l'utilisation de l'ACIP au lieu du FAS, pour des brouilleurs forts et orthogonaux

$$d(s, R, c) = \frac{[\text{SNR}]_s}{[\text{SNR}]_c} \cong (N-M) \frac{[1 - |\alpha_{js}|^2]}{[1 - r_{js}]^2} \quad (4.3)$$

Cette dégradation fluctue autour de  $N - M$  tant que le signal reste éloigné des brouilleurs ( $|\alpha_{js}| \ll 1$ ,  $|r_{js}| \ll 1$ ). Ainsi elle décroît lorsque le nombre de brouilleurs croît et est minimale lorsque  $M = N - 1$ . Dans ce cas les performances de l'ACIP sont celles du FAS [2]. D'autre part, lorsque le signal est éloigné des brouilleurs et  $N \gg M$ , la dégradation avoisine  $N$  mais le SNR en sortie de l'ACIP est toujours proche du rapport Signal sur Bruit

Blanc en entrée ( $[SNR]_c \cong \pi_s / \sigma^2$ ) et les performances de l'ACIP sont acceptables [2]. La robustesse de l'ACIP est illustrée sur la Fig.1. Cette figure montre les variations du SNR en sortie du FAS, de l'ACNO et de l'ACIP en fonction de  $\theta_s$  pour  $N = 4, M = 1, \theta_1 = 0^\circ$  et un réseau linéaire ( $\lambda/2$ ),  $\pi_s = 0\text{db}$ ,  $\pi_1 = 30\text{db}$ ,  $\sigma^2 = 0\text{db}$

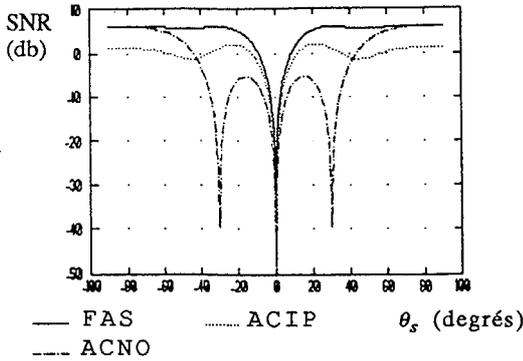


Fig. 1 - SNR en sortie du FAS, de l'ACNO et de l'ACIP en fonction de  $\theta_s$ .

### 5. LIEN ENTRE L'ACIP ET LE PRÉPROCESSEUR DE GRAM-SCHMIDT

Le préprocesseur de Gram-Schmidt, décrit dans [4], a pour fonction de décorréler les signaux capteurs par une transformation linéaire et inversible de ceux-ci. Son nom vient du fait que la décorrélation est basée sur une procédure d'orthogonalisation de Gram-Schmidt. La décorrélation des signaux capteurs peut être vue comme un prétraitement permettant en particulier d'accroître les performances d'algorithmes type gradient utilisant comme données d'entrée les sorties décorréliées du préprocesseur. Cependant ce préprocesseur peut aussi être utilisé comme processeur dont la fonction est d'éliminer les brouilleurs.

Le vecteur des sorties  $e$  est relié au vecteur des entrées  $x$  par la relation linéaire  $e = Gx$  où  $G$ , inversible, triangulaire supérieure et d'éléments diagonaux égaux à 1, est obtenue par décomposition de Choleski de  $R_x^{-1}$ . Après quelques développements, on peut montrer que la sortie de l'ACIP à  $N$  capteurs décrite dans le paragraphe 4 correspond à la  $(p-N+1)^{\text{ième}}$  sortie du préprocesseur de Gram-Schmidt à  $p$  capteurs et la forme  $w_N^\dagger$  associée correspond à la  $(p-N+1)^{\text{ième}}$  ligne de  $G$ . Cependant, bien que les structures transverse et  $GS$  de l'ACIP donnent les mêmes performances optimales en sortie, la structure cascade de  $GS$  présente certains avantages par rapport à la structure transverse. Elle permet en particulier :

- la séparation des sources lorsque celles-ci ont des puissances très différentes [5]. Les sources sont alors séparées suivant l'ordre des puissances décroissantes des sorties  $e_p$  à  $e_1$ .
- le dénombrement des sources de forte puissance présentes dans l'environnement.
- l'ajustement du nombre de capteurs au nombre de sources du fait de la propriété de modularité de la structure  $GS$ .

Cependant, contrairement au FAS, l'augmentation du nombre de capteurs à  $M$  fixé, qui a pour effet d'orthogonaliser les sources, n'augmente pas le SNR en sortie de l'ACIP mais fait tendre celui-ci vers  $\pi_s / \sigma^2$ . Il n'est donc pas utile d'augmenter indéfiniment  $N$  pour améliorer les performances en sortie de l'ACIP

### 6. VITESSE D'ADAPTATION DE L'ACIP TRANSVERSE

Lors d'une implémentation, la matrice  $R$  nécessaire au calcul de  $w_v = R^{-1}v / v^\dagger R^{-1}v$  (antenne optimale sous la contrainte  $w_v^\dagger v = 1$ ) n'est pas connue du récepteur et doit être estimée. Un estimateur possible de  $R$  est défini par

$$\hat{R}(K) = (1/K) \sum_{i=1}^K x(i) x(i)^\dagger \quad (6.1)$$

où  $x(i)$  est une représentation de  $x(t)$  à l'instant  $t = i$  et où  $K$  est le nombre d'échantillons utilisés pour estimer  $R$ . Un estimateur de  $w_v$  s'en déduit alors directement par

$$\hat{w}_v(K) = \hat{R}(K)^{-1} v / v^\dagger \hat{R}(K)^{-1} v \quad (6.2)$$

Les expressions (6.1) et (6.2) constituent l'algorithme des moindres carrés sous contrainte encore appelé  $DMI$  ou  $SMI$  (Direct ou Sample Matrix Inversion) introduit initialement par Reed et al [6]. Notre propos est ici d'évaluer la vitesse de convergence de l'ACIP ( $v = e$ ) adaptée par l'algorithme  $DMI$  et de la comparer à celle du FAS ( $v = s$ ). Dans ce but, on introduit les quantités  $\rho$  et  $d(s, R, v)$  définies respectivement par

$$\rho = \text{SNR} [R, \hat{w}_v, s] / \text{SNR} [R, w_v, s] \quad (6.3)$$

et

$$d(s, R, v) = \text{SNR} [R, w_s, s] / \text{SNR} [R, w_v, s] \quad (6.4)$$

La quantité  $\rho$  est comprise entre 0 et  $d(s, R, v)$ . Cette dernière quantité, supérieure ou égale à l'unité, représente la dégradation du SNR par rapport à celui du FAS lorsque  $v$  est utilisé comme vecteur contrainte à la place de  $s$ . En supposant que les  $K$  échantillons  $x(i)$  sont indépendants, que  $K \geq N$  et que le processus  $x(t)$  ne contient que du bruit centré, stationnaire et Gaussien, Boroson [7] a établi que la densité de probabilité de  $\rho$ , et donc aussi sa moyenne  $E[\rho]$  et sa variance  $\text{Var}[\rho]$ , ne dépendent que de  $N, K$  et  $d(s, R, v)$ . D'autre part, pour  $N$  et  $d(s, R, v)$  fixés,  $E[\rho]$  et  $\text{Var}[\rho]$  tendent respectivement vers 1 et 0 lorsque  $K$  tend vers l'infini, ce qui montre que le SNR estimé tend vers le SNR théorique. Cependant dès que  $K$  devient suffisamment grand par rapport à  $N$  et  $d(s, R, v)$

$$\text{Var}[\rho] \sim (N-1) / K^2 \quad d = 1 \quad (6.5)$$

$$\text{Var}[\rho] \sim 2(d-1) / K \quad d > 1 \quad (6.6)$$

ce qui montre que lorsque  $K$  augmente,  $\text{Var}[\rho]$  décroît d'autant plus lentement que la dégradation  $d(s, R, v)$  est élevée. Ainsi, pour  $v, s$  et  $R$  donnés, plus  $d(s, R, v)$  est grand c'est-à-dire plus les performances en sortie de l'antenne  $w_v$  sont dégradées par rapport à celles du FAS et plus il faut d'échantillons pour converger vers  $w_v$ . Des résultats précédents on déduit que lorsque l'algorithme d'adaptation est le  $DMI$ , le FAS, pour lequel  $d(s, R, s) = 1 \forall R$  et  $s$ , a d'une part une vitesse de convergence indépendante de  $R$  et  $s$  et est, d'autre part, l'antenne sous contrainte qui converge le plus vite. La vitesse d'adaptation du FAS peut s'évaluer à partir des expressions de Boroson pour  $d = 1$ . Ces expressions relatives au FAS ont été établies initialement par Reed et al [6] qui ont déduit que  $E[\rho] \geq 0.5$  dès que  $K \geq 2N - 3$ . La Fig.2 affine ces résultats en montrant les variations de  $T[\rho] = E[\rho] - \sigma[\rho]$  (pire cas) ( $\sigma[\rho]$  est l'écart type de  $\rho$ ) en fonction de  $N$  pour un nombre d'échantillons arbitraire.

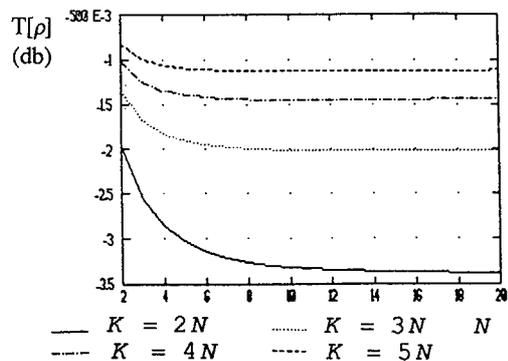


Fig. 2 -  $E[\rho] - \sigma[\rho]$  en fonction de  $N$  pour  $K$  arbitraire ;  $d = 1$

On constate en particulier que dès que  $K \geq 3N$ , les performances en sortie du FAS sont, dans le pire des cas, à 2 dB des

performances théoriques optimales et ceci  $\forall N \geq 6$ . On remarque aussi que pour les faibles valeurs de  $N$  ( $N < 6$ ), l'écart à l'optimalité est inférieur à 2 dB dès que  $K \geq 3N$ .

En ce qui concerne l'ACIP, les propriétés de convergence ne sont pas aussi faciles à évaluer que précédemment. En effet, on a montré dans [2] et rappelé dans le paragraphe 4 que la quantité  $d(s,R,c)$  dépend étroitement de  $s$  et de  $R$  et plus précisément du nombre de brouilleurs forts et de leur position par rapport au signal. On a établi en particulier que lorsque le signal est éloigné des brouilleurs,  $d(s,R,c)$  décroît lorsque le nombre de brouilleurs croît et fluctue autour de  $(N - M)$  lorsque les brouilleurs sont orthogonaux. On en déduit donc que lorsque l'algorithme d'adaptation est le DMI et tant que la direction d'arrivée du signal n'est pas proche de celle d'un brouilleur, l'ACIP converge d'autant plus rapidement que le nombre de brouilleurs forts est grand. La convergence la plus rapide est obtenue pour  $M = N - 1$ . Dans ce cas  $d(s,R,c) \cong 1$  et l'ACIP a théoriquement et algorithmiquement les performances du FAS. La convergence la plus lente correspond à l'environnement non brouillé ( $M = 0$ ). Dans ce dernier cas  $d(s,R,c) = N$  et la vitesse d'adaptation de l'ACIP peut s'évaluer à partir des expressions de Boroson pour  $d = N$ . La Fig.3 montre les variations de  $T[\rho] = E[\rho] - \sigma[\rho]$  en fonction de  $N$  pour un nombre d'échantillons fixé et pour  $d = N$ .

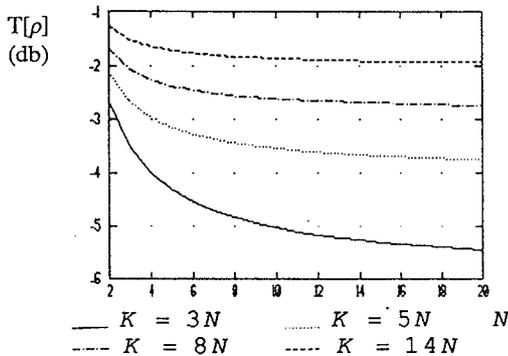


Fig. 3 -  $E[\rho] - \sigma[\rho]$  en fonction de  $N$  pour  $K$  arbitraire ;  $d = N$

La Fig.3 montre en particulier qu'il faut cette fois 14N échantillons indépendants pour que, dans le pire cas de l'environnement tranquille ( $M = 0$ ), les performances en sortie de l'ACIP soient à 2dB des performances théoriques, et ceci  $\forall N \geq 10$ . Pour  $N < 10$ , l'exigence est moins sévère, comme le montre la Fig.3, mais elle reste plus sévère que pour le FAS. Les résultats précédents sont illustrés par les simulations des Fig. 4 et 5. Ces figures montrent les variations du SNR en sortie du FAS et de l'ACIP en fonction du nombre d'échantillons  $K$  pour  $R$  et  $s$  donnés, pour  $N = 4$ ,  $\theta_s = 0^\circ$ ,  $\pi_s = 15\text{db}$ ,  $\sigma^2 = 0\text{db}$  et pour un réseau linéaire ( $\lambda/2$ ) en indiquant à chaque fois les performances théoriques associées. Pour la Fig.4,  $M = 0$  et pour la Fig.5,  $M = 2$  avec  $\theta_1 = 20^\circ$ ,  $\theta_2 = 30^\circ$ ,  $\pi_1 = 30\text{db}$ ,  $\pi_2 = 15\text{db}$ .

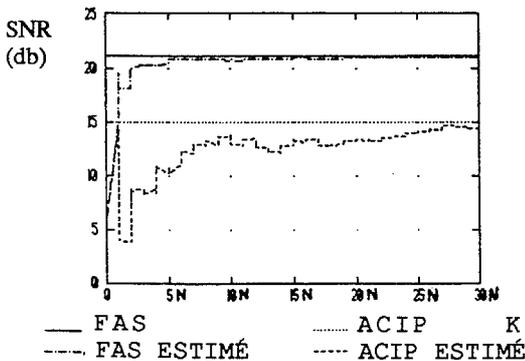


Fig. 4 - SNR en sortie du FAS et de l'ACIP en fonction de  $K$  pour  $M = 0$

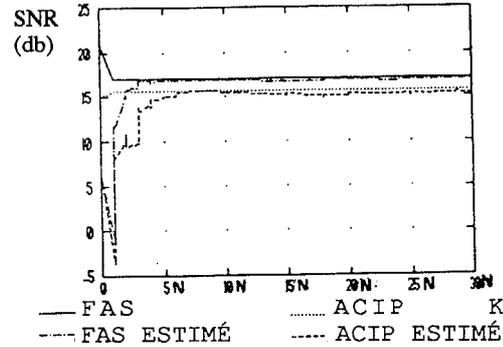


Fig. 5 - SNR en sortie du FAS et de l'ACIP en fonction de  $K$  pour  $M = 2$

On constate que la présence de brouilleurs diminue la dégradation  $d(s,R,c)$  et accélère la convergence de l'ACIP alors qu'elle ne modifie pas celle du FAS.

### 7. VITESSE D'ADAPTATION DE L'ACIP GS

L'algorithme DMI présenté au paragraphe précédent est, de tous les algorithmes adaptatifs existants, celui qui converge le plus rapidement. Cependant il est complexe ( $O(N^3)$  opérations complexes), en boucle ouverte, et sensible aux erreurs de précision finie lorsque  $R$  devient mal conditionnée. Un moyen de s'affranchir de ces désavantages est d'utiliser l'algorithme du "Treillis Spatial Adaptatif (TSA)" présenté dans [5]. Cet algorithme, adapté à la structure Gram-Schmidt, calcule de manière séquentielle la décomposition de Choleski de la matrice  $R$ . Il est récurrent sur l'ordre et sur le temps, est en boucle fermée, a une complexité de  $2N^2 + 6N$  opérations complexes, est robuste aux erreurs d'arrondis, possède la propriété de modularité et a la même vitesse de convergence que l'algorithme DMI. Ainsi la structure Gram-Schmidt adaptée avec l'algorithme du TSA semble réaliser le meilleur compromis vitesse d'adaptation-stabilité-complexité pour la réalisation de l'ACIP adaptative.

### RÉFÉRENCES

- [1] R.T. COMPTON, jr, "The power inversion adaptive array: concept and performance", IEEE Trans-Aersp-Elect-Syst, vol AES-15, n°6, pp 803-814, Nov 1979.
- [2] P. CHEVALIER, G. GOUDEZEUNE, B. PICINBONO, "On the constraint problem in adaptive beamforming", Proc. EU-SIPCO'88, Grenoble (France), pp 275-278.
- [3] L.L. HOROWITZ, H. BLATT, W.G. BRODSKY, K.D SENNE, "Controlling adaptive antenna arrays with the SMI algorithm", IEEE Trans-Aersp-Elect-Syst, vol. AES-15, n°6, pp 840-848, Nov 1979.
- [4] R.A. MONZINGO, T.W. MILLER, "Introduction to Adaptive Arrays", Wiley & Sons, 1980.
- [5] L. FETY, C. GUEGUEN, "Filtrage d'antenne en radiocommunications- Réception optimale par inversion de puissance", Onzième colloque GRETSI, pp 361-364, Juin 1987.
- [6] I.S. REED, J.D. MALLETT, L.E. BRENNAN, "Rapid convergence rate in adaptive arrays", IEEE Trans-Aersp-Elect-Syst, vol AES-10, n°6, pp 853-863, nov 1974.
- [7] D.M. BOROSON, "Sample size considerations for adaptive arrays", IEEE Trans-Aersp-Elect-Syst, vol AES-16, n°4, pp 446-451, July 1980.