



RESULTATS EXPERIMENTAUX DE L'INTERCORRELATEUR AVEC
COMPENSATION DE DOPPLER DIFFERENTIEL

M.T. SAUVET-CAROF, Y. CHOCHETRAS

Thomson-Sintra ASM, BP53
06801 CAGNES-SUR-MER Cedex

RESUME

Cet article aborde le problème de l'estimation conjointe d'écart de temps et de dopplers différentiels, et dans ce contexte rend compte de résultats expérimentaux. Un réseau fixe de capteurs est utilisé pour localiser et trajectographier à partir d'estimations de retards et de dopplers différentiels une source se déplaçant rapidement dans le champ proche du réseau. On rappelle ici la structure de l'estimateur optimal, de retard et de doppler différentiel, l'intercorrélateur avec compensation de doppler différentiel, ses performances, ainsi que son comportement en présence de plusieurs sources. On compare par simulation les performances théoriques et les performances effectivement atteintes par l'estimateur réellement implanté. Enfin des résultats expérimentaux sont fournis.

1 INTRODUCTION, FORMULATION DU PROBLEME

En acoustique sous marine les performances de l'estimation d'écart de temps de propagation sont très dépendantes du milieu et notamment de la cohérence des signaux recus sur les capteurs. Les densités spectrales des bruits additifs et du signal doivent être connues a priori pour réaliser l'estimateur optimal [1], l'intercorrélateur généralisé. De plus le temps de retard entre capteurs est supposé fixe pendant le temps d'intégration. Or lorsque le bruiteur est mobile, la variation du temps de retard pendant le temps d'intégration affecte la cohérence des signaux recus sur les capteurs. Ceux ci ne sont plus conjointement stationnaires. Le doppler différentiel limite supérieurement le temps d'intégration. En effet on peut simplement considérer que la variation du temps de retard pendant le temps d'intégration doit être inférieure à la largeur du pic d'intercorrélation relatif au cas où le bruiteur serait immobile. Le temps d'intégration est par ailleurs soumis à une contrainte inférieure impliquée par la détection.

Pour des rapports signaux à bruits faibles et des déplacements rapides il est donc pratiquement impossible de détecter par intercorrélation une source, et d'estimer son retard apparent sur les capteurs.

Nous supposons que le milieu est isocélère et sans bornes. Nous considérons deux capteurs C_1 et C_2 fixes. Les signaux reçus sur ceux ci peuvent s'écrire:

$$\begin{aligned} s_1(t) &= s(t) + n_1(t) \\ s_2(t) &= \alpha s(t - \tau(t)) + n_2(t) \end{aligned}$$

où le signal $s(t)$ et les bruits additifs $n_1(t)$ et $n_2(t)$ sont supposés gaussiens et blancs dans la bande de traitement $[f_0 - B/2, f_0 + B/2]$.

On peut développer au premier ordre en t , $\tau(t)$ sous la forme:

$$\tau(t) = \tau_0 + t\dot{\tau}_0$$

τ_0 étant le retard différentiel à l'instant de référence et $\dot{\tau}_0$ étant le doppler différentiel au premier ordre.

SUMMARY

This article deals with the problem of joint estimation of Time Delays and differential Doppler, and in this context provide experimental results. A motionless sensor network is used in order to localize and to estimate the trajectory of a fast moving target in the near field of the network. We recall the structure of the optimal estimator of Time delay and differential Doppler, the Time companded cross correlator; we also recall its theoretical performances, and its behaviour when several sources are present. The theoretical performances (Cramer-Rao Lower Bound) are compared with those of the actual implemented estimator. Then experimental results are provided in order to prove the good behaviour of our estimator in real and complex context.

Les performances de l'intercorrélation conventionnelle en présence de doppler différentiel sont dégradées, tant en ce qui concerne la détection que l'estimation [4]. Knapp et Carter ont introduit l'estimateur du maximum de vraisemblance de retard et de doppler différentiel, l'intercorrélateur avec compensation de doppler différentiel défini par:

$$(\hat{\tau}, \hat{\dot{\tau}}) = \arg(\max_{\tau, \dot{\tau}} C(\tau, \dot{\tau}))$$

$$\text{avec } C(\tau, \dot{\tau}) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s_1(t) s_2((1+\dot{\tau})(t+\tau)) dt$$

Nous rappelons en annexe les calculs qui aboutissent à cette structure d'estimateur ainsi que les principales hypothèses qui y conduisent.

On peut réaliser pratiquement cet estimateur par compression / rééchantillonnage de la représentation temporelle ou fréquentielle du signal $s_2(t)$ suivi d'une intercorrélation conventionnelle.

2 PERFORMANCES THEORIQUES DE L'ESTIMATEUR

2-1 Borne de Cramer-Rao

L'estimateur de retard et de doppler différentiel est optimal dans le cas monosource. Dans le cas où une seule source est présente, il atteint théoriquement la borne de Cramer-Rao [3,7,8]; la covariance $R_{\tau, \dot{\tau}}$ de l'estimateur conjoint de retard et de doppler différentiel est bornée inférieurement par l'inverse de la matrice de Fisher, ce qui plus précisément se traduit par le caractère défini positif de la matrice $R_{\tau, \dot{\tau}} - F^{-1}_{\tau, \dot{\tau}}$

$$F^{-1}_{\tau, \dot{\tau}} = \begin{bmatrix} \sigma^2_{\tau} & 0 \\ 0 & (12/T^2) \sigma^2_{\dot{\tau}} \end{bmatrix}$$



où σ_{τ} est l'écart type d'estimation sur le temps de retard donné dont l'expression est:

$$\sigma_{\tau} = \frac{1}{\sqrt{8BT}} \frac{\sqrt{1+2(S/N)}}{(S/N)} 2\tau_3 \quad [3,5]$$

où (S/N) est le rapport signal à bruit sur capteurs, et où $2\tau_3$ est défini plus loin.

Il faut noter que l'indépendance des estimations de τ et $\dot{\tau}$, comme en témoigne la nullité des termes antidiagonaux de l'inverse de la matrice de Fisher, ne sera assurée pratiquement que pour des temps d'intégration élevés. Nous précisons la validité de ces expressions par des simulations dans la suite de l'article.

2-2 Séparation de bruiteurs en doppler différentiel

On peut étudier les caractéristiques en séparation de bruiteurs dans le plan $(\tau, \dot{\tau})$. On peut calculer comme dans [4] l'espérance du maximum d'intercorrélacion en fonction du doppler différentiel $\dot{\tau}^0$.

On a :

$$E(C(0, \dot{\tau}_0)) = \frac{1}{\pi B T \dot{\tau}_0} [\text{Si}(\pi B T \dot{\tau}_0 (f_0/B+2)) - \text{Si}(\pi B T \dot{\tau}_0 (f_0/B-2))]$$

où $\text{Si}(x)$ désigne le sinus intégral:

$$\text{Si}(x) = \int_0^x \text{sinc}(t) dt$$

Dans le cas où deux sources sont présentes le pouvoir séparateur limite (sans bruit) peut être défini de façon conventionnelle à partir d'un simple critère de Rayleigh par la largeur à 3dB selon la variable τ du pic d'intercorrélacion avec compensation de doppler différentiel, $2\tau_3$. On peut donner une expression approchée de $2\tau_3$:

$$2\tau_3 = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1}{T} 2\tau_3$$

$$\text{avec} \quad 2\tau_3 = \frac{1}{\pi} [f_0^2 + B^2/12]^{-1}$$

Cette expression est obtenue par approximation parabolique de $E(C(0, \dot{\tau}))$ au voisinage du maximum et n'est en pratique valable que pour $f_0 \neq 0$

On vérifie ainsi que le pouvoir séparateur limite en doppler différentiel est proportionnel au pouvoir séparateur limite en retard différentiel et inversement proportionnel au temps d'intégration.

3 MISE EN OEUVRE DE L'ESTIMATEUR

L'expression de l'estimateur conduit à le mettre en oeuvre par intercorrélacion du signal de référence avec des versions comprimées du deuxième signal:

$$C(\tau, \dot{\tau}_i) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s_1(t) s_{a_i}(t+\tau) dt$$

$$\text{ou } s_{a_i}(t) = s_2((1+\dot{\tau}_i)t)$$

$$\text{pour } \dot{\tau}_i = \dot{\tau}_0 + i\Delta\dot{\tau}$$

Le pas d'échantillonnage en doppler $\Delta\dot{\tau}$ doit être choisi tel que $\Delta\dot{\tau} < \dot{\tau}_3$, pour assurer une interpolation ultérieure.

4 SIMULATIONS

Nous avons illustré la dépendance du pouvoir séparateur, en fonction du temps d'intégration, par les figures 1 et 2; on simule les signaux recus sur

les capteurs $C_1(-500, 0, 0)m$ et $C_2(500, 0, 0)m$ et émis par deux sources S_1 et S_2 de positions initiales $(1000, 3000, 0)$ et $(900, 2000, 0)$ se déplaçant suivant un mouvement rectiligne et uniforme suivant les vitesses $(0, -10, 0)ms_{-1}$ et $(0, -20, 0)ms_{-1}$. Le signal émis par les deux sources est supposé gaussien, blanc dans la bande inférieure à 300Hz. Le rapport signal à bruit sur capteurs est de 0dB. On a ainsi représenté la nappe $C(\tau, \dot{\tau})$ pour un temps d'intégration de 3s (figure 1) et pour un temps d'intégration de 1s (figure 2). Lors du croisement des pistes de temps de retard la discrimination des sources est assurée pour $T=3s$ ce qui n'est pas le cas pour $T=1s$.

De toutes les hypothèses conduisant à l'expression de la borne de Cramer-Rao, la plus restrictive est celle portant sur le temps d'intégration. En effet l'intercorrélacion avec compensation de doppler différentiel n'atteint la borne de Cramer-Rao qu'asymptotiquement en fonction du temps d'intégration. Nous allons donc montrer dans quelques cas réalistes d'utilisation de l'estimateur que cette hypothèse est bien respectée.

Nous avons donc de nouveau simulé un signal passe bas de fréquence de coupure 300Hz échantillonné à 1500 Hz sur le capteur C_1 et sa réplique retardée de 0.03 s et soumise à une compression temporelle d'un facteur 0.001 sur le capteur C_2 . Les deux signaux ainsi simulés sont ensuite soumis à un bruit additif gaussien blanc dans la bande limitée à 300Hz, de puissance telle que le rapport signal à bruit sur les capteurs soit de 0 dB. Nous représentons aux figures 3, 4 et 5 les écarts types d'estimation de retard différentiel, de doppler différentiel, et la valeur absolue du coefficient de corrélation estimé des variables τ et $\dot{\tau}$ en fonction du temps d'intégration. La courbe continue représente l'écart type limite fourni par la borne de Cramer-Rao, et les croix les écarts types estimés par 400 tirages de séquences de bruit. Nous représentons de plus la barre d'erreur relative à l'estimation des écarts types. On peut remarquer que ces simulations montrent que l'estimateur atteint la borne de Cramer-Rao relative à l'estimation conjointe de τ et $\dot{\tau}$. Il convient de noter que l'intervalle de temps d'intégration considéré assure des index de détection de 6dB à 20dB. Par contre pour un rapport signal à bruit faible il faudrait tenir compte des ambiguïtés qui peuvent se produire en limite de détection du pic d'intercorrélacion.

5 EXPERIMENTATION

Nous décrivons succinctement l'expérimentation qui rentre dans le cadre de l'exploitation d'un réseau fixe comportant 4 capteurs. On considère un capteur de référence et trois capteurs auxiliaires sur un cercle de 1000m de rayon à une immersion de 250m. Une source est passée à une vitesse de $10ms_{-1}$ au dessus du réseau de capteurs suivant un cap connu. Le signal utile est inclus dans la bande inférieure à 300 Hz. Le temps d'intégration considéré est de 1s. Nous nous sommes situés dans le cas où l'on connaît a priori la trajectoire du bruiteur donc lorsque l'on connaît les retards différentiels et dopplers différentiels a priori.

Nous représentons aux figures 6,7,8 et 9 deux suites d'estimées de retard différentiel et de doppler différentiel, obtenues sur deux couples de capteurs, à partir desquelles les écarts types d'estimation ont été calculés. (Temps d'intégration: 1s) Nous avons pu estimer connaissant parfaitement la trajectoire de la source par d'autres moyens, l'écart type d'estimation des retards différentiels et des dopplers différentiels.

$$\text{ainsi } \sigma_{\tau} = 2.1 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

$$\text{et } \sigma_{\dot{\tau}} = 1.3 \cdot 10^{-4}$$

On vérifie donc la relation entre σ_{τ} et $\sigma_{\dot{\tau}}$, compte tenu du temps d'intégration fixé à 1s.



6 CONCLUSION

Nous avons rappelé ici la structure de l'estimateur conjoint de retard et de doppler différentiel et souligné son intérêt en ce qui concerne la détection de sources en mouvement rapide dans le champ proche d'un réseau de capteurs. De plus nous avons montré comment celui-ci peut être appliqué à la discrimination de bruiteurs proches et rapides ayant des vitesses différentes.

REMERCIEMENTS

Cette étude a été en partie financée par la Direction des Recherches Etudes et Techniques (DRET Paris).

ANNEXE

Nous rappelons ici les principales étapes du calcul conduisant à l'expression de l'estimateur du Maximum de vraisemblance pour le retard et le doppler différentiel.

Les signaux reçus sur les capteurs pouvant s'écrire:

$$\begin{aligned} s_1(t) &= s(t) + n_1(t) \\ s_2(t) &= \alpha s(t - \tau) + n_2(t) \end{aligned}$$

leur représentation fréquentielle sur le temps d'observation T peut s'écrire:

$$\begin{aligned} S_{1T}(f) &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} S(u) \exp(2i\pi u(f-f_0)) du + N_1(f) \\ S_{2T}(f) &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} S(v) \exp(2i\pi [v(1-\dot{\tau}) - f - \tau_0 v]) dv + N_2(f) \end{aligned}$$

$$\text{ou } S_{1T}(f) = \int \text{sinc}(\pi T(u-f)) S(u) du + N_1(f)$$

$$\text{et } S_{2T}(f) = \int \text{sinc}(\pi T((1-\dot{\tau})v - f)) \exp(-2i\pi v \tau_0) S(v) dv$$

On peut donc calculer $E[S_{1T}(f_1) S_{2T}^*(f_2)] =$

$$\begin{aligned} & \alpha \iint F(u, v; f_1, f_2) E[S(u) S^*(v)] \exp(2i\pi v \tau_0) du dv \\ & = \alpha \iint N_s(u) F(u, u; f_1, f_2) \exp(2i\pi u \tau_0) du \end{aligned}$$

avec $F(u, v; f_1, f_2) = \text{sinc} \pi T(u - f_1) \text{sinc} \pi T((1 - \dot{\tau})v - f_2)$

or on peut montrer à l'aide de [6] que pour $\alpha_1 > \alpha_2$

$$\int \text{sinc}(\alpha_1 u - \beta_1) \text{sinc}(\alpha_2 u - \beta_2) du = \frac{\pi}{\beta_2 \alpha_1 - \beta_1 \alpha_2} \frac{\sin(\beta_2 \alpha_1 - \beta_1 \alpha_2)}{\alpha_1}$$

donc

$$\int F(u, u; f_1, f_2) du = \pi \text{sinc} \pi T(f_2 - f_1(1 - \dot{\tau})) \text{ fonction de } f_1$$

et f_2 qui est non nulle pour $f_2 = f_1(1 - \dot{\tau}_0)$, d'où comme on peut considérer que T est grand devant τ_0

$$E[S_{1T}(f_1) S_{2T}^*(f_2)] =$$

$$= N_s(f_1) \exp(2i\pi \tau_0 f_1) \int F(u, u; f_1, f_2) du$$

$$\begin{aligned} & = N_s(f_1) \exp(2i\pi \tau_0 f_1) \text{ pour } f_2 = f_1(1 - \dot{\tau}_0) \\ & = 0 \text{ pour } f_2 \neq f_1(1 - \dot{\tau}_0) \end{aligned}$$

On peut donc construire la suite de vecteurs d'observation indépendants sous la forme

$$\underline{X}(f) = [S_1(f), S_2(f(1 - \dot{\tau}))]'$$

On a, d'après ce qui précède $\Gamma(f) = E[\underline{X}(f) \underline{X}^*(f)]$

$$\Gamma(f) = \begin{bmatrix} N_s(f) + N_b(f) & N_s(f) \exp(2i\pi \tau f) \\ N_s(f) \exp(-2i\pi \tau f) & N_s(f(1 - \dot{\tau})) + N_b(f) \end{bmatrix}$$

les vecteurs d'observation $\underline{X}(f)$ étant gaussiens et indépendants l'estimateur du maximum de vraisemblance se réduit à maximiser le critère

$$J(\tau, \tau) = 1/2 \int \underline{X}_{\tau, \tau}^*(f) \Gamma(f) \underline{X}_{\tau, \tau}(f) df$$

l'intégrande étant en pratique limité aux termes issus des éléments antidiagonaux de $\Gamma(f)$, et les signaux et les bruits blancs sur la bande de traitement,

$$J(\tau, \tau) = \int S_1(f) S_2^*(f(1 - \dot{\tau})) \exp(-2i\pi \tau f) df$$

ce qui revient à maximiser

$$C(\tau, \tau) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} S_1(t) S_2^*((t + \tau)/(1 - \dot{\tau})) dt$$

ou comme $\tau \ll 1$

$$C(\tau, \tau) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} S_1(t) S_2^*((1 + \dot{\tau})(t + \tau)) dt$$

REFERENCES

- [1] C.H. Knapp and G.C. Carter
" The Generalized Correlation method for estimation of Time Delay "
IEEE ASSP vol ASSP 24 no 4 August 1976
- [2] G.C. Carter and C.H. Knapp
" Estimation of Time Delay in the presence of source or receiver motion "
JASA vol 61 no 6 June 1977
- [3] B. Friedlander
" On the Cramer-Rao Bound for Time Delay and Doppler estimation "
IEEE Trans IT 30 no 3 May 1984
- [4] J.T. Rickard
" Signal Decorrelation due to differential Doppler "
Nineteenth Asilomar Conference on Circuits, Systems and Computers. (IEEE)
- [5] L.Kopp, D.Thubert
" Bornes de Cramer-Rao en Traitement d'antenne, Deuxieme partie: Applications "
Traitement du Signal Vol 4 no 1 1987
- [6] I.S. Gradshteyn, I.M. Ryzhik
" Table of Integrals, Series and Products "
Academic Press 1965 pp 401-403
- [7] P.M. Schultheiss, E.E. Weinstein
" Estimation of Differential Doppler Shifts "
JASA vol 66 November 1979
- [8] E. Weinstein
" Measurement of Differential Doppler Shift "
IEEE ASSP vol ASSP 30 no 1 February 1982

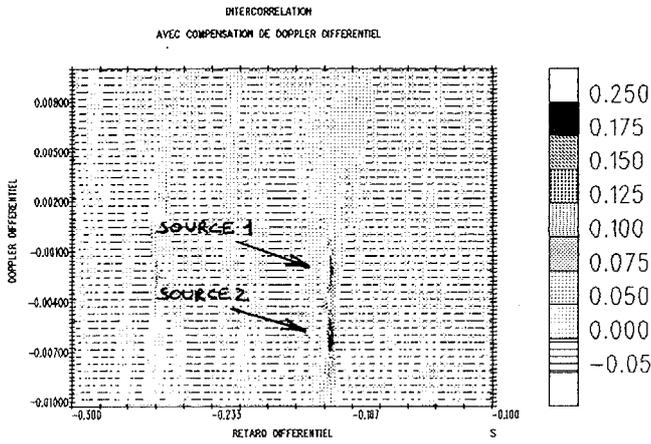


Figure 1

Ecart type d'estimation
de retard différentiel

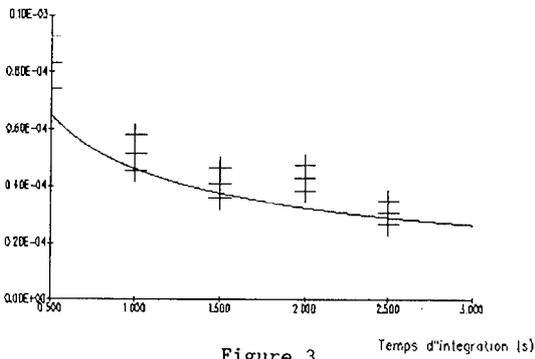


Figure 3

Coefficient de corrélation des estimées
de retard et de doppler différentiel

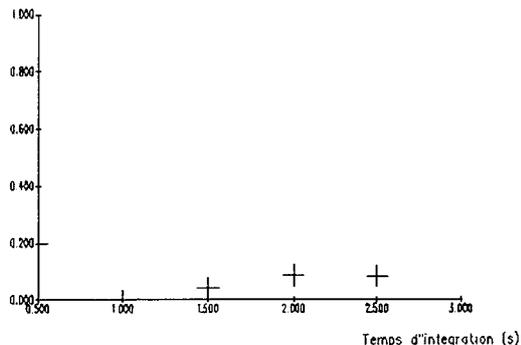


Figure 5

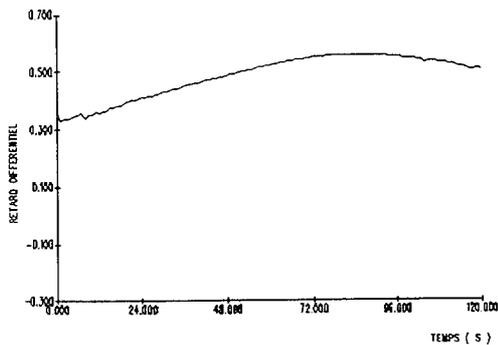


Figure 8

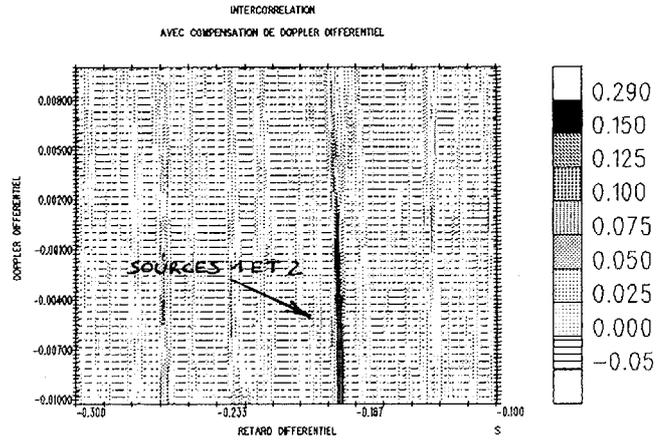


Figure 2

Ecart type d'estimation
de doppler différentiel

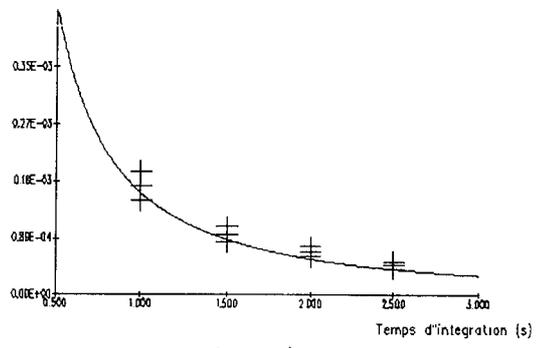


Figure 4

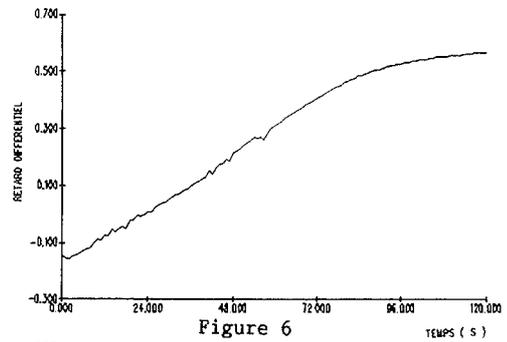


Figure 6

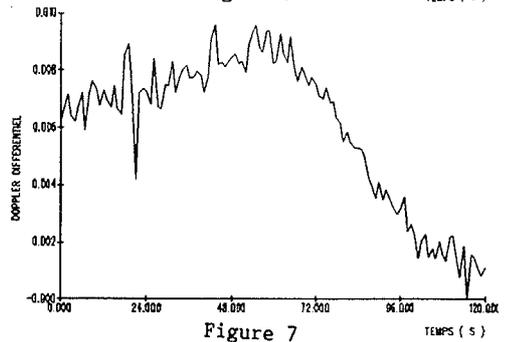


Figure 7

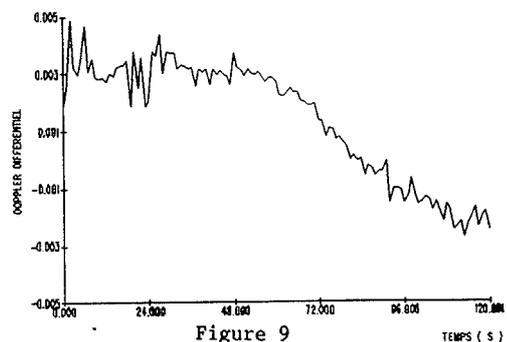


Figure 9