



TRAJECTOGRAPHIE PAR COURBURE DU FRONT D'ONDE AVEC UNE ANTENNE NON ALIGNEE *.

D. Van Cappel

Thomson-Sintra ASM , BP53 06801 Cagnes-sur-mer, France.

RESUME

Cet article s'intéresse à la trajectographie passive par courbure du front d'onde (TPCFO) en acoustique sous-marine. Le but des méthodes présentées est de déterminer la trajectoire d'une cible à l'aide d'une série d'écart de temps mesurés avec une antenne formée de trois capteurs ponctuels qui ne sont pas alignés. Tout d'abord, nous montrons que l'immersion de la cible doit être prise en compte dès que l'antenne n'est pas parfaitement alignée. Deux méthodes globales de TPCFO sont ensuite présentées; la première réalise à l'aide des seules mesures d'écart de temps l'estimation du site d'arrivée du signal reçu tandis que la seconde utilise à chaque instant la mesure d'un site d'arrivée. Ces deux méthodes sont enfin testées sur signaux synthétiques et leurs performances sont mutuellement comparées.

SUMMARY

This paper deals with underwater passive target motion analysis using wave front curvature techniques (TPCFO) when time delays measurements are obtained from an array whose sensors are unperfectly aligned. Firstly, it is shown that even with a very small array misalignment, relative ignorance about immersion of the source can result in a very large bias on target range estimates. Secondly, two algorithms for estimating the position, speed, course and depth elevation angle of a target with constant velocity and depth, are presented. The first one only uses time delays measurements whereas the other uses additional measurements of the depth-elevation angle. The estimators are shown, by computer simulation, to be unbiased and statistically efficient.

I Introduction

Une antenne mobile immergée formée de trois capteurs ponctuels séparés spatialement permet de mesurer les différences entre les temps de propagation d'un signal émis d'une source mobile, appelée cible, vers les différents capteurs. A partir de l'observation temporelle de ces écarts de temps nous pouvons déterminer la trajectoire de la cible que l'on suppose être en mouvement rectiligne uniforme à immersion constante (MRU). Cette technique de trajectographie par écarts de temps a déjà fait l'objet de quelques articles (par ex : [1],[2]); dans ceux-ci les auteurs supposent que l'antenne est parfaitement alignée (linear array) alors qu'en pratique les capteurs réels se trouvent légèrement éloignés de leur position alignée. Ici nous considérons que l'antenne est désalignée; la position des capteurs reste toutefois exactement connue.

Tout d'abord, en partant du problème de localisation (instant t fixé) nous montrons que le désalignement vertical de l'antenne nécessite la connaissance ou l'estimation de l'immersion de la cible. Pour se rapprocher au maximum des conditions réelles de propagation on utilise, à la place de l'immersion, la valeur de l'angle que fait le signal arrivant sur le capteur central avec le plan horizontal (i.e. le site). Deux méthodes de TPCFO sur antenne désalignée sont ensuite présentées. La première n'utilise que les seules mesures d'écart de temps pour estimer la trajectoire ainsi que le site de la cible et nécessite une manœuvre de l'antenne pour rendre le problème observable tandis que la seconde utilise des mesures de site mais n'exige pas la manœuvre. Ces deux méthodes non-récursives consistent à maximiser la vraisemblance par un algorithme itératif du type Gauss-Newton. Des simulations sur signaux synthétiques montrent l'efficacité de ces méthodes et permettent d'en comparer les performances.

II Problème de localisation

Ici nous montrons que contrairement au problème de trajectographie par azimuts, la TPCFO sur antenne désalignée ne peut être réalisée seulement dans le plan horizontal sans biaiser la trajectoire estimée.

Considérons un seul instant de mesure. La figure 1 donne la géométrie du problème et définit les principales notations. L'antenne alignée est en C_1 , C_2 et C_3 tandis que l'antenne désalignée s'obtient en tradant le capteur central d'un vecteur désalignement ϵ . En supposant la propagation acoustique isocélère, les écarts de temps exacts obtenus entre les capteurs C_1 et C_2^P et les capteurs C_2^P et C_3 s'expriment par :

$$\begin{aligned}\tau_{12} &= \frac{R_1 - R^P}{c} \\ \tau_{23} &= \frac{R^P - R_3}{c}\end{aligned}\quad (1)$$

où c représente la célérité du son.

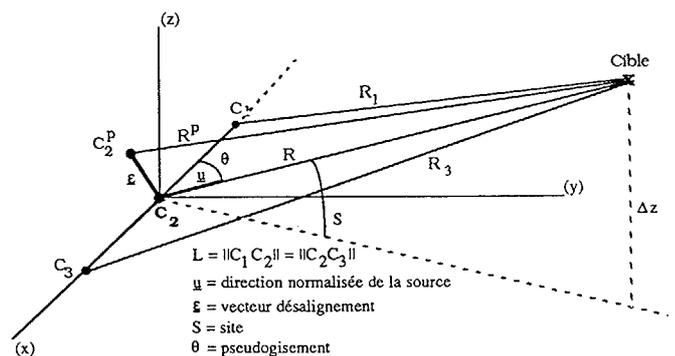


Figure 1 : Géométrie antenne-cible

* Etude financée par le G.E.R.D.S.M (DCN Toulon, France)



On déduit de (1) (au second ordre en L/R et au premier ordre en $\|\underline{\varepsilon}\|/R$) les formules d'inversion qui permettent d'exprimer R et θ en fonction des écarts τ_{12} et τ_{23} :

$$\cos \theta = \frac{-c(\tau_{12} + \tau_{23})}{2L} \quad (2.a)$$

$$\frac{1}{R} = \frac{c(\tau_{12} - \tau_{23})}{L^2 \sin^2 \theta} + \frac{2\langle \underline{u}, \underline{\varepsilon} \rangle}{L^2 \sin^2 \theta} \quad (2.b)$$

où \langle, \rangle représente le produit scalaire.

Les formules (2) montrent que le problème de localisation est sous-déterminé; la formule (2.a) permet seulement de positionner la direction de la cible sur un cône. Ici la connaissance du site S permet de lever l'indétermination.

Notons tout de même que lorsque l'antenne est alignée ($\underline{\varepsilon} = \underline{0}$) la distance est toujours calculable avec (2.b).

En pratique S prend de petites valeurs et on peut penser ne localiser la cible que dans un plan. Par exemple pour S petit, (2.a) nous permet de trouver assez précisément la direction de la source dans le plan horizontal et le biais le plus important est sur la composante verticale de \underline{u} . Cette valeur biaisée de \underline{u} reportée dans (2.b) donne une valeur biaisée de la distance :

$$\begin{aligned} \text{Biais}\left(\frac{1}{R}\right) &= \frac{2 \langle \text{Biais}(\underline{u}), \underline{\varepsilon} \rangle}{L^2 \sin^2 \theta} \\ &\approx \frac{2 \varepsilon_z \frac{\Delta z}{R}}{L^2 \sin^2 \theta} \end{aligned} \quad (3)$$

Ce qui donne finalement :

$$\begin{aligned} \text{Biais}(R) &= \frac{-R^2 \text{Biais}\left(\frac{1}{R}\right)}{1 + R \text{Biais}\left(\frac{1}{R}\right)} \\ &= -\frac{\alpha}{1 + \alpha} R \\ \text{avec } \alpha &= \frac{2 \varepsilon_z \Delta z}{L^2 \sin^2 \theta} \end{aligned} \quad (4)$$

On voit donc que même si le vecteur $\underline{\varepsilon}$ est parfaitement connu, une erreur de Δz sur l'immersion de la cible induit un biais proportionnel non négligeable sur la distance; par exemple avec $L=25\text{m}$, $\varepsilon_z=10\text{cm}$, $\Delta z=400\text{m}$ et $\theta=90^\circ$ (cas le plus favorable de pseudogisement) on trouve un biais relatif de 11%.

Ceci montre que pour estimer sans biais la trajectoire plane de la cible, l'immersion doit être prise en compte dès que l'antenne n'est pas parfaitement alignée.

III TPCFO sans mesure de site

Equation de mesure

La cible est supposée se déplacer à vitesse constante \underline{V} dans un plan horizontal d'immersion z .

Toutes les coordonnées sont données dans un repère cartésien (Est, Nord, Immersion) d'origine arbitrairement centrée.

Soit $\underline{X} = (x(t^*), y(t^*), V_x, V_y, S(t^*))^T$ le vecteur des paramètres à estimer (vecteur d'état). Ce vecteur est relatif à l'instant d'estimation t^* et permet par intégration de reconstruire la trajectoire $(x(t), y(t))$ de la cible.

A tout instant t , l'écart de temps entre les capteurs C_k et C_l est :

$$\tau_{kl}(t) = \frac{R_k(t) - R_l(t)}{c} \quad (5)$$

La distance $R_k(t)$ séparant la cible de C_k est donnée par :

$$R_k(t) = \sqrt{d_k(t)^2 + (z - C_{kz}(t))^2} \quad (6)$$

Ici $d_k(t)$ est la distance horizontale :

$$d_k(t)^2 = (x(t) - C_{kx}(t))^2 + (y(t) - C_{ky}(t))^2 \quad (7)$$

Le terme d'immersion dans (6) est calculé en faisant intervenir l'immersion du capteur central à l'instant t^* :

$$\begin{aligned} z - C_{kz}(t) &= (z - C_{2z}(t^*)) + (C_{2z}(t^*) - C_{kz}(t)) \\ &= R_2(t^*) \sin S(t^*) + (C_{2z}(t^*) - C_{kz}(t)) \end{aligned} \quad (8)$$

Cette dernière expression nécessite le calcul préalable de $R_2(t^*)$:

$$R_2(t^*) = \frac{d_2(t^*)}{\cos S(t^*)} \quad (9)$$

Les formules (5) à (9) permettent de prédire les écarts de temps en fonction du vecteur d'état.

Bruit de mesure

Après échantillonnage, on dispose de N instants de mesure dans l'intervalle d'observation.

Notons $\underline{\tau}(\underline{X})$ le vecteur des $3N$ écarts de temps obtenus à partir de l'état exact et $\underline{\tau}_m$ celui des écarts de temps mesurés.

On suppose que :

$$\underline{\tau}_m = \underline{\tau}(\underline{X}) + \underline{w} \quad (10)$$

où le vecteur \underline{w} est Gaussien centré de matrice de covariance Σ .

De plus, on peut supposer l'indépendance temporelle des mesures.

Si bien que la matrice Σ est diagonale par blocs 3×3 ; chaque bloc $K(t_i)$ étant la covariance des écarts de temps mesurés à l'instant t_i .

En général ces matrices ne sont pas diagonales; une expression générale de ces matrices peut être déduite de [3] :

$$K(t_i) = \gamma \begin{pmatrix} n_1 n_2 + n_1 + n_2 & -n_2 & -n_1 \\ -n_2 & n_2 n_3 + n_2 + n_3 & -n_3 \\ -n_1 & -n_3 & n_1 n_3 + n_1 + n_3 \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$\gamma = 1/8\pi^2 B T (f^2 + B^2/12)$$

où $[f-B/2, f+B/2]$ est la bande spectrale du signal reçu, T est la durée utilisée pour l'estimation des écarts de temps et n_k représente l'inverse du rapport signal à bruit en sortie du capteur C_k à l'instant t_i .

Estimateur du maximum de vraisemblance.

Le bruit de mesure étant Gaussien, les estimateurs du maximum de vraisemblance et des moindres carrés sont identiques; l'estimé $\hat{\underline{X}}$ minimise le critère :

$$C(\underline{X}) = \|\underline{\tau}_m - \underline{\tau}(\underline{X})\|_{\Sigma}^{-1} \quad (12)$$

où $\|\cdot\|_{\Sigma}^{-1}$ représente la norme quadratique pour la métrique Σ^{-1}

Borne de Cramer-Rao (BCR)

La variance de tout estimateur sans biais $\hat{\underline{X}}$ du vecteur d'état est supérieure à l'inverse de la matrice de Fisher F ; ici cette matrice est donnée par :

$$F = J(\underline{X})^T \Sigma^{-1} J(\underline{X}) \quad (17)$$

où $J(\underline{X})$ est la matrice Jacobienne de $\underline{\tau}(\underline{X})$ calculée avec la valeur exacte du vecteur d'état.



En théorie l'estimateur du maximum de vraisemblance atteint la BCR pour un nombre suffisant de mesures (efficacité asymptotique).

Algorithme de minimisation

Pour minimiser $C(\underline{X})$ on utilise un algorithme itératif du type Gauss-Newton. Si $\hat{\underline{X}}_i$ est l'estimé obtenu à la $i^{\text{ème}}$ itération le nouvel estimé est calculé par :

$$\hat{\underline{X}}_{i+1} = \hat{\underline{X}}_i + \mu \underline{D}_i \quad (13)$$

La descente \underline{D}_i est la solution d'un problème aux moindres carrés :

$$\text{Min}_{\underline{D}} \| J_i \underline{D} - (\underline{\tau}_m - \tau(\hat{\underline{X}}_i)) \|_{\Sigma}^{-1} \quad (14)$$

où J_i est la matrice Jacobienne $3N \times 5$ de la fonction $\underline{\tau}(\underline{X})$ évaluée au point $\hat{\underline{X}}_i$.

Le problème (14) est résolu par décomposition QR à l'aide des symétries de Householder.

Dans (13), μ est un scalaire compris entre -1 et 1 choisis à chaque itération de manière à diminuer le critère. Les itérations s'arrêtent lorsque le critère ne diminue plus de façon significative.

Initialisation PSL

L'algorithme de Gauss-Newton doit être correctement initialisé. Ici nous utilisons un estimateur pseudo-linéaire dérivé de la trajectographie par azimuts (voir [4]). Celui-ci considère que le problème est plan; la méthode est la suivante :

-1- pour chaque instant t et chaque paire de capteurs (C_k, C_l) on calcule avec τ_{kl} la valeur de l'angle que fait l'axe Nord avec la demi-droite joignant I_{kl} , le milieu de $[C_k, C_l]$, et la cible (i.e. azimut) :

$$A_{kl} = \text{Acos} \frac{-c \tau_{kl}}{L_{kl}} + \text{Angle}(\text{Nord}, [C_k, C_l]) \quad (15)$$

où L_{kl} est la longueur de $[C_k, C_l]$

-2- un azimut est relié à l'état par la relation :

$$\begin{pmatrix} \cos A_{kl} & -\sin A_{kl} & (t-t^*)\cos A_{kl} & -(t-t^*)\sin A_{kl} \\ I_{kl,x} \cos A_{kl} - I_{kl,y} \sin A_{kl} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t^*) \\ y(t^*) \\ V_x \\ V_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (16)$$

-3- en considérant les trois paires de capteurs et les N instants de mesure, la relation (16) nous permet d'écrire un système linéaire que l'on résoud au sens des moindres carrés pondérés par Σ^{-1} .

L'estimateur pseudo-linéaire nous permet d'initialiser le Gauss-Newton en position et vitesse; le site initial est choisi arbitrairement nul.

IV TPCFO avec mesures de site

Si en plus le sonar délivre à chaque instant une mesure du site du signal d'arrivée, il est judicieux d'utiliser ces données pour la TPCFO. La méthode qui en découle est calquée sur la précédente; les principales modifications sont décrites ici.

En référençant les sites par rapport au capteur central, l'équation de prédiction des sites est :

$$S(t) = \text{Asin} \frac{R_2(t^*) \sin S(t^*) + C_2 z(t^*) - C_2 z(t)}{R_2(t)} \quad (18)$$

Les sites prédits sont à inclure dans le vecteur $\underline{\tau}(\underline{X})$ tandis que les sites mesurés sont inclus dans le vecteur $\underline{\tau}_m$. La matrice de covariance des mesures est alors diagonale par bloc 4×4 et les mesures de site pouvant être obtenues indépendamment de celles des écarts de temps, chacun de ces blocs peut s'exprimer par :

$$\begin{pmatrix} K(t_i) & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \sigma_s^2 \end{pmatrix} \quad (19)$$

Pour initialiser l'algorithme de Gauss-Newton le site est pris égal à la moyenne des sites :

$$\bar{S} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S(t_i) \quad (20)$$

et la PSL tient compte de cette valeur de site dans le calcul des azimuts :

$$A_{kl} = \text{Acos} \frac{-c \tau_{kl}}{L_{kl} \cos \bar{S}} + \text{Angle}(\text{Nord}, [C_k, C_l]) \quad (21)$$

V Simulations sur signaux synthétiques

Observabilité

Avec des mesures de site on peut localiser la cible à chaque instant (formules (2)); par conséquent la manœuvre de l'antenne n'est pas nécessaire pour assurer l'unicité de la solution. Par contre, sans mesure de site le problème de localisation est sous déterminé et la levée de l'indétermination ne peut se faire qu'avec une manœuvre de l'antenne. L'expérience montre qu'un changement de cap d'une trentaine de degrés donne des résultats satisfaisant lorsque le but reste à peu près par le travers.

Description du scénario

Le scénario utilisé (décrit en figure 2) est d'une durée totale de 10mn et les mesures sont générées toutes les 3 secondes; ce qui donne 200 instants de mesure au maximum. La cible part de $(x_0, y_0) = (7.5, 13)$ Km et évolue au cap 150° à la vitesse de 10 Nœuds; son immersion est de 600 m. La vitesse de l'antenne reste constante égale à 5 Nœuds; l'antenne part de l'origine, est en MRU au cap 90° pendant les 4 premières minutes, puis pendant 2mn change de cap à raison de $15^\circ/\text{mn}$ et enfin de 6 à 10 mn suit une route MRU au cap 120° ; son immersion est de 100 m. La longueur totale de l'antenne alignée est de 50 mètres et le vecteur de désalignement est, dans le repère propre de l'antenne (figure 1), égal à $(5, 8, 10)$ cm. Ces valeurs de distances (13 à 15 Km) et d'immersion relative (500 m) donnent un site géométrique variant peu (1.9° à 2.2°).

Les matrices de covariance des mesures sont prises constantes dans le temps. Pour les écarts de temps, les matrices données par (11) sont calculées avec une même valeur de rapport signal à bruit qui, pour un BT donné, a été choisi de manière à obtenir un écart type égal à $10 \mu\text{s}$. Les sites sont mesurés avec un écart type de 2° .

L'estimation du vecteur d'état est réalisée à 8 instants différents (de minute en minute à partir de la troisième minute) en ne considérant à chaque fois que les mesures précédant l'instant d'estimation.

Résultats

Pour chaque instant d'estimation on calcule le biais et l'écart type obtenus avec 100 séquences de bruit indépendantes. Les figures 3 et 4 montrent les résultats obtenus pour la distance et le site.

Pour l'algorithme avec mesures de site les biais sont négligeables et la BCR peut être considérée atteinte. On note que cette algorithm donne de bonnes performances en distance avec un nombre réduit de mesures (environ 10% pour seulement 3mn).



Sans mesure de site le biais en distance reste négligeable; par contre on peut voir un léger biais en site qui s'estompe lorsque le nombre de mesures augmente. L'efficacité semble atteinte seulement pour un nombre suffisant de mesures (surtout pour le site estimé) et dans ce cas les performances en distance sont comparables à celles obtenues avec les sites mesurés; en revanche lorsque le nombre de mesures est faible la méthode sans mesure de site est nettement moins performante.

VI Conclusions

Nous avons développé deux méthodes de TPCFO, avec et sans mesure directe du site, pour estimer la trajectoire MRU d'une cible avec une antenne non parfaitement alignée. Les simulations montrent que les deux méthodes ont des performances équivalentes si la durée d'observation est suffisamment longue. En revanche si celle ci est courte la mesure directe du site s'avère nécessaire d'une part car les performances sont bien meilleures et d'autre part car la manœuvre de l'antenne n'est pas requise.

REFERENCES

- [1] J.C. Hassab, B. Guimond, S.C. Nardone "Estimation of location and motion parameters of a moving source observed from a linear array" JASA 70(4), Oct. 1981.
- [2] D.J. Murphy "Target tracking with a linear array in an underwater environment" Proceedings of the 15th Asilomar Conference on Circuits, Systems, and computers, Nov. 1981.
- [3] W.R. Hahn, S.A. Tretter "Optimum Processing for Delay-Vector Estimation in Passive Signal Arrays" IEEE Transactions on information theory, Vol. IT-19, Sept. 1973.
- [4] S.C. Nardone, A.G. Lindgren, K.F. Gong "Fundamental properties and performance of conventional Bearings-only target motion analysis" IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-29. No 9, Sept. 1984.

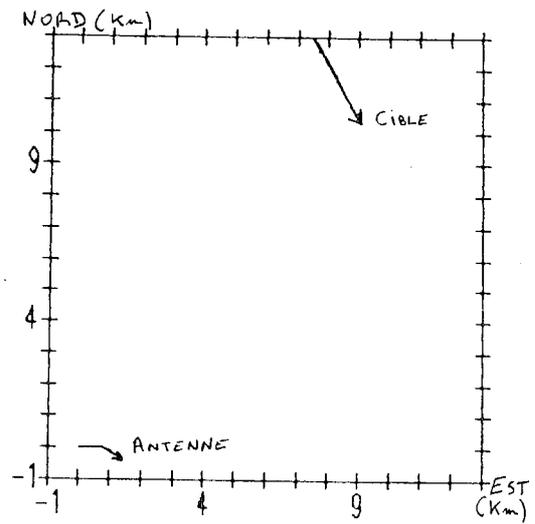


Figure -2- Scénario utilisé

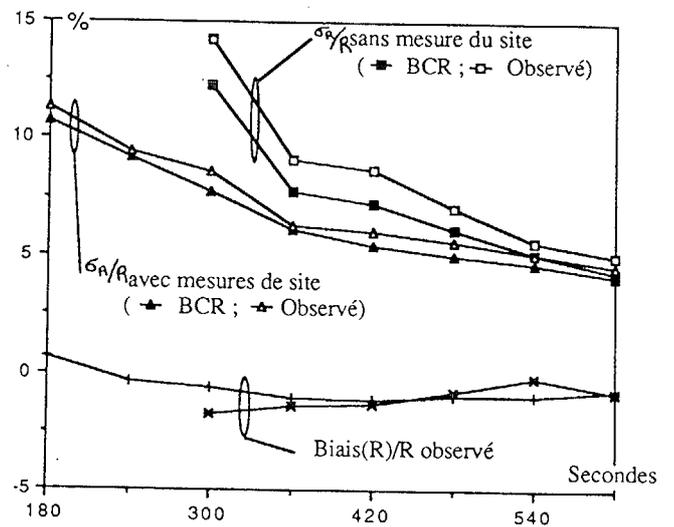


Figure 3 : performances en distance

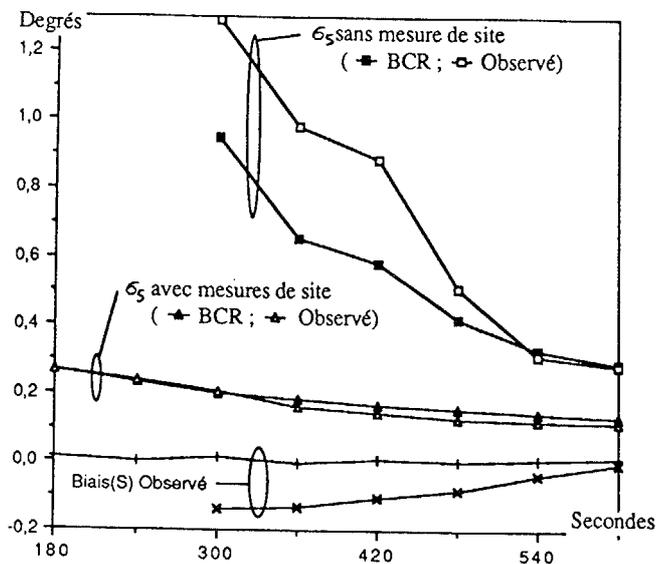


Figure 4 : performances en site