



MODEM M-FSK A SAUTS DE FREQUENCE

P.A.LAURENT

THOMSON-CSF Division Télécommunications
66 rue du Fossé Blanc, 92231 GENNEVILLIERS CEDEX

RESUME

La présente communication propose un procédé qui a pour but d'améliorer les performances de modems M-FSK utilisés sur une liaison à sauts de fréquence en présence de brouillage.

Après la définition théorique du récepteur optimum, on propose une mise en oeuvre pratique dont on évalue le gain en performances par rapport à un système plus simple. Ce gain est d'autant plus élevé que les conditions de brouillage sont plus sévères.

SUMMARY

This paper describes a demodulation method aimed at improving the performances of M-FSK modems using frequency hopping across a heavily crowded frequency band.

A brief theoretical study is followed by the description of a practical implementation of the proposed signal processing scheme whose performances are compared to those of a less sophisticated demodulator. The achieved processing gain increases with the severity of the jamming conditions.

I INTRODUCTION

Le principal facteur limitatif des performances des systèmes à sauts de fréquence est la présence, dans la bande qu'ils utilisent, de communications de même nature (brouillage dit "intrinsèque") ou d'autres systèmes, pouvant être soit à fréquence fixe soit eux aussi à sauts de fréquence. S'il est quasiment impossible de s'affranchir du brouillage intrinsèque, il est par contre envisageable de lutter efficacement contre les brouilleurs à fréquence fixe dont on peut évaluer les caractéristiques de base pour tenter d'améliorer les performances de la démodulation.

On s'intéresse ici à des transmissions de données à débit limité où le type de modulation adopté est du M-FSK: à un instant donné, on émet une porteuse pure dont la fréquence est choisie parmi M valeurs possibles autour de la fréquence centrale instantanée, en fonction de l'information à transmettre.

Il va de soi que ce procédé, de faible complexité donc peu coûteux, est particulièrement sensible à des brouilleurs à bande étroite, qui sont vus par le récepteur comme des tonalités parasites et, par conséquent peuvent induire un taux d'erreurs non négligeable.

Cependant, par nature, la liaison est amenée à passer à intervalles plus ou moins réguliers sur toutes les fréquences disponibles de la bande, et peut donc en principe élaborer une "carte" du brouillage pour évaluer la qualité du signal reçu sur une fréquence donnée. Ce faisant, on minimise l'influence du dit brouillage, ce qui se

traduit dans la pratique par une diminution du taux d'erreurs en sortie du récepteur.

On présente ci-après tout d'abord une analyse théorique du phénomène pour en déduire la structure du récepteur optimum idéal. Des hypothèses peu restrictives sont faites sur la répartition du brouillage pour estimer le gain potentiel minimum en performances par rapport à un système non protégé. On en déduit ensuite, par des simplifications appropriées, la structure d'un récepteur de complexité acceptable dont on évalue les performances par simulation dans deux éventualités: connaissance a priori de la répartition des brouilleurs, ou bien évaluation continue de celle-ci par une méthode simple.

II ETUDE THEORIQUE DU SYSTEME DE DECISION

2-1 Système de décision

2-1-1 Cas général

D'une manière générale, on utilise un récepteur conçu pour minimiser la probabilité d'erreur en présence de bruit blanc Gaussien, ce qui revient à dire que, quel que soit le brouillage, il est considéré comme Gaussien lui aussi en l'absence d'informations plus précises: cette hypothèse simplificatrice est universellement adoptée compte tenu de la grande diversité des formes de brouillage contre lesquelles il faut lutter et de l'impossibilité pratique de réaliser un récepteur qui soit optimum dans tous les cas.



La structure du récepteur non cohérent optimum est donc celle de la figure 1, où sont représentés M filtres "adaptés" centrés sur chacune des M fréquences susceptibles d'être émises, suivis d'une détection d'enveloppe et d'un système de décision qui détermine le rang du filtre ayant reçu le plus d'énergie.

Soient alors S_1, S_2, \dots, S_M les puissances des sorties des filtres à l'instant d'échantillonnage. Si l'on connaît la puissance moyenne P en sortie des filtres lorsque seul le signal utile est présent en entrée, ainsi que la puissance moyenne de brouillage (le bruit est assimilé à du brouillage) J_k en sortie du k -ème filtre lorsque le signal utile est absent, on est capable d'évaluer les quantités $P_0(S_k)$ et $P_1(S_k)$, densités de probabilité de la sortie du filtre de rang k lorsque le signal est absent ou présent en entrée du dit filtre.

La fréquence K la plus vraisemblablement émise, lorsque les M fréquences sont équiprobables (cas général) est celle qui maximise la quantité suivante:

$$R(K) = \ln (P_1(S_K)) - \ln (P_0(S_K))$$

2-1-2 Signal utile de puissance constante

L'amplitude du signal utile en sortie du filtre correspondant au symbole émis suit la loi de RICE, ce que l'on exprime par:

$$P_1(S_k) = 1/J_k I_0 (2/J_k \sqrt{P \cdot S_k}) \exp(-S_k/P) / J_k$$

Cette expression se réduit à une loi de RAYLEIGH lorsque le signal est absent (i.e. en faisant $P=0$):

$$P_0(S_k) = 1/J_k \exp (- S_k/J_k)$$

La fonction $R(K)$ dont il s'agit de trouver le maximum s'écrit alors:

$$R(K) = \ln (I_0 (2/J_k \sqrt{P \cdot S_k})) - P/J_k$$

En faisant un développement limité de la fonction de Bessel $I_0(\cdot)$, on obtient l'expression approchée suivante, valable pour des faibles niveaux de signal utile:

$$R(K) \approx P/J_k (S_k/J_k - 1)$$

On remarquera que cette expression est une fonction croissante de S_k , et que si l'on considère que le niveau de brouillage est le même pour tous les filtres (cas du bruit, par exemple), la décision revient simplement à déterminer le filtre dont la puissance de sortie est maximale, décision qui reste indépendante de la puissance P du signal (qui est le plus souvent inconnue).

2-1-3 Signal fluctuant

On considère ici le cas simple où la puissance du signal utile fluctue en loi de Rayleigh, hypothèse souvent vérifiée dans la pratique, par exemple dans le cas de communication avec des mobiles (la fluctuation est due à une combinaison aléatoire de plusieurs signaux provenant de directions différentes, les multi-trajets). La quantité $P_0(S_k)$ ne change pas (signal absent), tandis que $P_1(S_k)$ devient:

$$P_1(S_k) = 1/(P+J_k) \exp (-S_k / (P+J_k))$$

La fonction $R(K)$ devient alors:

$$R(K) = P/(P+J_k) S_k/J_k - \ln ((P+J_k)/J_k)$$

expression qui, pour de faibles niveaux du signal, peut être encore approximée par :

$$R(K) \approx P/J_k (S_k/J_k - 1)$$

2-3 Performances

2-3-1 Brouillage de niveau moyen fixe

Lorsque l'on évite d'effacer les symboles douteux, il est possible d'évaluer la probabilité qu'un symbole soit juste dans le pire cas, i.e. lorsque le signal utile est fluctuant en loi de RAYLEIGH.

Cette probabilité peut s'écrire:

$$P_j = \int_0^{\infty} P_1(S_k) \left(\prod_{\substack{k=1 \\ k \neq K}}^M \int_0^{\infty} P_0(S_k) dS_k \right) dS_k$$

Cette équation étant difficilement exploitable par la suite, une bonne approximation de la probabilité d'erreur (complément à 1 de P_j) est alors:

$$P_e = 1 - P_j \approx A / (A M / (M - 1) + \gamma)$$

$$M-1$$

$$\text{avec } A = \sum_{n=1}^{M-1} 1/n$$

Cette expression donne les valeurs de P_e approchées (à 7% près dans le pire cas pour $M=16$).

Pour la poursuite des calculs, on prendra un majorant de cette valeur, à savoir:

$$P_e = (M - 1) / M \quad \text{pour } \gamma < A M / (M - 1)$$

$$P_e = A / \gamma \quad \text{pour } \gamma > A M / (M - 1)$$

La figure 2 montre la valeur de P_e obtenue par l'expression exacte, l'approximation et sa majoration.

2-3-2 Brouillage de niveau moyen variable

On suppose par la suite que la puissance J_k de



brouillage rencontrée sur la fréquence k fluctue suivant une loi LOG-NORMALE ayant une moyenne J_{ref} et un écart-type de σ_J dB.

Cette hypothèse est en général assez bien vérifiée, notamment pour les forts niveaux de brouillage qui sont précisément ceux auxquels on s'intéresse ici.

Si l'on pose $J_k = J_{ref} \cdot 10^{L/10}$ alors le majorant de la probabilité d'erreur peut s'écrire:

$$P_e = \int_{-\infty}^{L_0} A \gamma P(L) dL + \int_{L_0}^{\infty} (M-1)/M P(L) dL$$

avec $L_0 = 10 \log_{10} (P(M-1) / (A M J_{ref})$

$$\text{et } P(L) = \frac{1}{\sigma_J \sqrt{2\pi}} \exp \left(- \frac{L^2}{2 \sigma_J^2} \right)$$

Finalement, la borne supérieure du taux d'erreurs est donnée par l'expression:

$$P_e < \frac{A}{\gamma_{ref}} \exp(\lambda^2 \sigma_J^2 / 2) Q(\lambda \sigma_J - L_0 / \sigma_J) + (M-1)/M Q(L_0 / \sigma_J)$$

$$\text{avec } A = \sum_{n=1}^{M-1} 1/n, \quad \lambda = \ln(10)/10$$

$$\gamma_{ref} = P/J_{ref} \text{ (rapport S/J moyen)}$$

$$L_0 = \log_{10} ((M-1)/M \gamma_{ref}/A)$$

$$\text{et } Q(x) = 1/\sqrt{2\pi} \int_x^{\infty} \exp(-t^2/2) dt$$

Les courbes donnant cette borne supérieure en fonction du rapport signal/brouillage moyen sont données figure 3 pour diverses valeurs de σ_J (courbes en traits épais), dans le cas où $M=2$ où le signal est fluctuant.

A titre de comparaison on a tracé en traits fins les courbes donnant, dans les mêmes conditions, le taux d'erreurs réel pour le système simple où l'on se contente de déterminer K (info la plus probablement émise) en fonction du niveau de sortie des filtres.

Pour un taux d'erreurs typique de 3%, le gain minimum attendu est de l'ordre de 2 dB pour $\sigma_J=10$ dB, environ 5 dB pour $\sigma_J=20$ dB et atteint 10 dB pour $\sigma_J=30$ dB: comme on peut le constater, ce gain théorique MINIMUM est loin d'être négligeable et justifie donc la complexité accrue du récepteur qui doit tenir à jour une table des niveaux moyens de brouillage présent sur chacune des fréquences qu'il peut être amené à utiliser.

Son synoptique est donné figure 4, où l'on peut voir un dispositif chargé d'évaluer la puissance moyenne de brouillage sur chacune des

fréquences utilisées en examinant la sortie des filtres qui n'ont vraisemblablement pas de signal utile à l'entrée (tous sauf celui correspondant à l'information démodulée).

III RESULTATS DE SIMULATION

3-1 Principe de la simulation

Au démarrage de chaque simulation, on tire au hasard suivant une loi LOG-Normale les niveaux moyens de brouillage sur les fréquences disponibles (de 100 à 1000 fréquences). Le niveau de signal utile est supposé fixe.

Pour un symbole donné, on tire au hasard le jeu de M fréquences susceptibles d'être utilisées par le symbole courant, ainsi que le niveau réel de brouillage présent sur ces fréquences, suivant une loi de Rayleigh.

Deux simulations différentes ont été effectuées:

- dans la première simulation, le récepteur est supposé connaître avec exactitude le niveau moyen de brouillage sur les fréquences de trafic;
- dans la deuxième simulation, il estime ce niveau moyen, par mesure du niveau instantané en sortie des filtres où il n'y avait vraisemblablement pas de signal utile ($M-1$ filtres parmi M), et lissage par un filtre du premier ordre dont la constante de temps est ajustée en fonction de la fréquence moyenne de passage sur une fréquence donnée.

3-2 Résultats obtenus

Les résultats de simulation avec et sans connaissance *a priori* sur les niveaux de brouillage sont extrêmement proches, lorsque le récepteur est en régime stabilisé: ceci s'explique par le fait que, même lorsque le récepteur a une connaissance parfaite du brouillage MOYEN, il ne connaît pas sa valeur instantanée sur le jeu de fréquences utilisées (on rappelle que le niveau instantané du brouillage est fluctuant), ce qui limite les performances.

On n'a donc représenté figure 5 que les résultats de simulation avec récepteur réel.

En tout état de cause, au vu des résultats (qui, cette fois-ci ne sont plus des résultats théoriques ni des bornes supérieures de taux d'erreurs) on constate que, pour des taux d'erreurs par symbole compris entre 1% et 10 % et une signalisation de type 4-FSK, l'estimation du niveau moyen de brouillage permet d'obtenir un gain significatif que l'on peut chiffrer de la façon suivante:

- pour $\sigma_J = 10$ dB: 2 à 3 dB;
- pour $\sigma_J = 20$ dB: 4 à 8 dB;
- pour $\sigma_J = 30$ dB: 12 à 16 dB.

Ces chiffres sont à comparer aux gains théoriques minima estimés précédemment: ils correspondent bien, et sont assez souvent plus élevés, surtout pour les taux d'erreurs modérés



(p. ex. 1%).

Le gain est bien entendu d'autant plus élevé que les conditions de brouillage sont plus sévères, ce qui justifie l'emploi du système dans les situations où le dit brouillage est intense, en particulier dans les systèmes à accès multiple par sauts de fréquence dont l'efficacité spectrale (nombre d'utilisateurs par unité de surface et par unité de bande de fréquences) est reconnue.

IV CONCLUSION

On a montré, par voie théorique d'abord, par simulation ensuite, l'intérêt pour un système de transmission de données M-FSK utilisant les sauts de fréquence d'évaluer en permanence le niveau de brouillage présent sur les fréquences qu'il est amené à utiliser: ce procédé permet en effet d'améliorer sensiblement les performances par rapport à un système plus rustique, pour une augmentation de complexité modérée. L'utilisation de plus en plus fréquente de processeurs de traitement du signal rapides, peu consommateurs et peu coûteux facilite grandement la mise en oeuvre de tels systèmes "intelligents" pour un gain appréciable en performances.

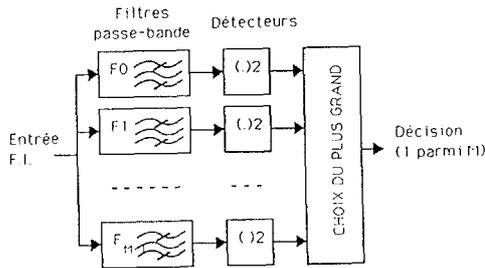


Figure 1

Système de démodulation simple en M-FSK (optimale avec bruit Gaussien seul)

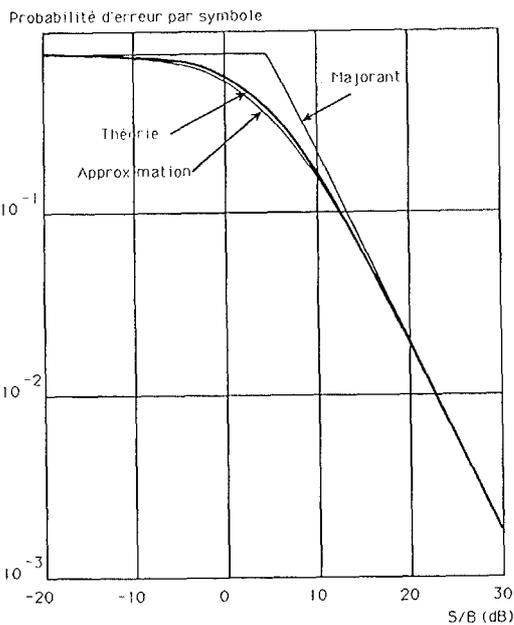


Figure 2

Probabilité d'erreur par symbole en 4-FSK pour un signal utile et un brouillage fluctuant en loi de Rayleigh

Probabilité d'erreur par symbole

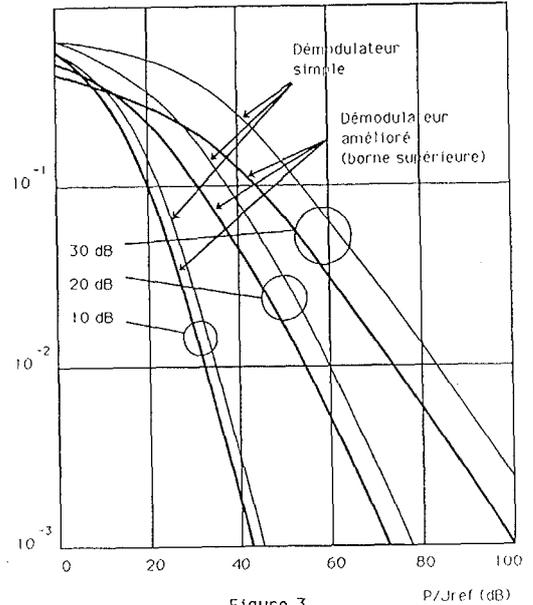


Figure 3

Probabilité d'erreur par symbole en 4-FSK pour un signal utile et un brouillage fluctuant en loi de Rayleigh
Paramètre: écart-type de la loi log-normale du brouillage

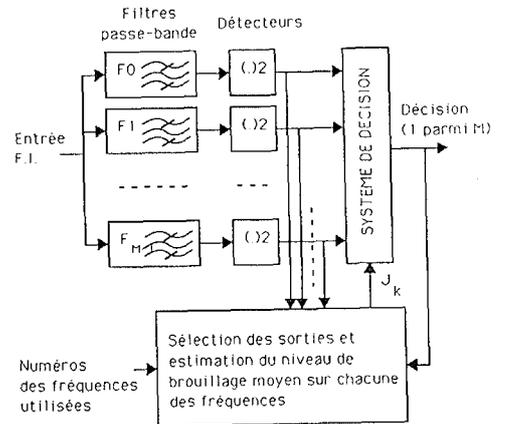


Figure 4

Système de démodulation amélioré en M-FSK

Probabilité d'erreur par symbole

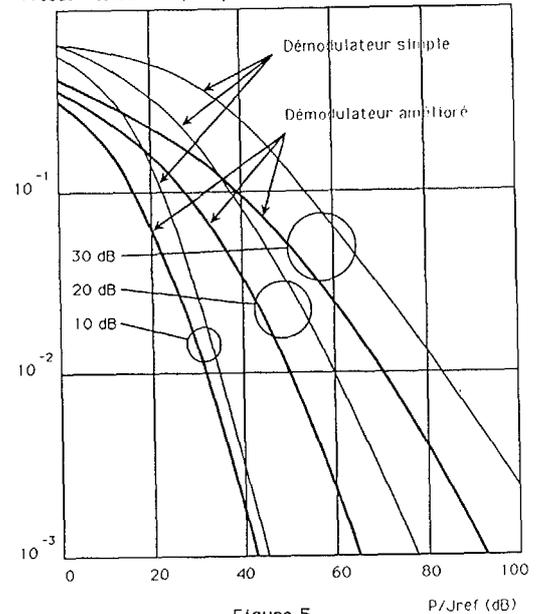


Figure 5

Probabilité d'erreur par symbole en 4-FSK pour un signal utile et un brouillage fluctuant en loi de Rayleigh
Paramètre: écart-type de la loi log-normale du brouillage.