

## Une méthode de maximum d'entropie approchée pour l'estimation spectrale 2D

C. LE MARTRET, G. VEZZOSI\*

LABORATOIRE TRAITEMENT DU SIGNAL  
UNIVERSITE DE RENNES I  
35042 RENNES CEDEX

\* THOMSON SINTRA, BP 53, 06801, Cagnes/mer

### RESUME

Etant donné un jeu de corrélations 2D  $\{r(m,n), |m| \leq M, |n| \leq N\}$ , son extension au sens du maximum d'entropie 2D conduit classiquement à résoudre un problème d'optimisation non linéaire lourd à mettre en œuvre numériquement. Nous proposons un algorithme donnant un Spectre du Maximum d'Entropie (SME) 2D approché, basé sur des techniques de prédiction linéaire. La méthode repose sur la relation donnant l'entropie des spectres hybrides d'ordre infini, et sur le développement quadratique de cette relation par rapport aux corrélations inconnues. Les spectres obtenus sont très voisins du vrai SME, pour une charge de calculs beaucoup plus faible.

### SUMMARY

The problem of 2D Maximum Entropy Method (MEM) spectral estimation from a 2D set of finite correlations  $\{r(m,n), |m| \leq M, |n| \leq N\}$ , leads usually to a non linear problem which is computationally expensive. A new algorithm yielding approximate MEM spectral estimates is proposed, based on linear prediction methods. It rests on the relation giving the entropy of hybrid spectra with infinite order and, on the quadratic expansion of this relation with respect to the unknown correlations. The obtained spectra are very close to the true ME ones, for a much lighter computational burden.

### INTRODUCTION

L'estimation spectrale 2D, utilisée dans de nombreuses disciplines tel que sonar, radar, traitement des signaux sismiques, restauration d'image, radio astronomie, etc ... , a fait l'objet de nombreuses recherches et publications. Dans la plupart de ces applications, la première qualité demandée au spectre est une bonne résolution. En l'absence d'information sur les corrélations du bruit, la méthode du Maximum d'Entropie est à l'heure actuelle celle qui semble répondre le mieux à ce critère. On cherche alors l'extension infinie d'un jeu de corrélations donné qui maximise l'entropie du spectre, sous la contrainte que celui-ci respecte les corrélations connues (CMP : Correlation Matching Property). En 1D on sait que la méthode équivaut à calculer un spectre AR, ce qui est simple numériquement. En 2D l'équivalence n'a plus lieu et on est ramené à résoudre un problème d'optimisation non linéaire. De nombreuses solutions ont été proposées [1]. Toutes ces méthodes - algorithmes de descente à base de gradient - demandent une lourde charge de calcul. De plus, la plupart d'entre elles ne sont pas assurées de converger, particulièrement à fort rapport signal à bruit.

Nous proposons ici un algorithme donnant un SME approché, mettant en jeu des techniques de prédiction linéaire. Le terme approché est à prendre dans le sens où l'on cherche à maximiser de façon approximative l'entropie dans une classe de spectres qui vérifient la CMP.

### 1 NOTATIONS, DEFINITIONS

Soit  $y(x,t)$  un champ stationnaire 2D, défini sur les entiers  $x$  et  $t$  représentant respectivement des variables spatiale et temporelle. On note  $r(m,n)$  sa fonction de corrélation :

$$r(m,n) = E\{y(x,t)y(x-m,t-n)\} \quad (1)$$

et  $S(f_1, f_2)$  son spectre associé :

$$S(f_1, f_2) = \sum_{m,n} r(m,n) e^{-2i\pi(f_1 m + f_2 n)} \quad (2)$$

Soit  $\underline{y}(t) = [y(0,t), \dots, y(M,t)]^T$ , le vecteur des données spatiales de la restriction à la bande  $[0, M]$  du champ  $y(x,t)$ . Considérons sa matrice de corrélation temporelle :

$$\underline{R}(n) = E[\underline{y}(t)\underline{y}^T(t-n)], \quad (3)$$

sa matrice spectrale :

$$\underline{G}(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \underline{R}(n) e^{-2i\pi f n} \quad (4)$$

et la matrice Toeplitz bloc-Toeplitz :

$$\underline{R}_N = E \begin{bmatrix} \underline{y}(t) \\ \vdots \\ \underline{y}(t-N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{y}^T(t) & \dots & \underline{y}^T(t-N) \end{bmatrix} \quad (5)$$

L'entropie de la suite infinie de vecteurs  $\{\underline{y}(t)\}$  est donnée par :

$$H = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \frac{\log \det \underline{R}_N}{N+1} = \frac{1}{2} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \log \det \underline{G}(f) df \quad (6)$$

$$= \frac{1}{2} \log \det \underline{R}(0) + \frac{1}{2} \sum_{n \geq 1} \log \det (\underline{I} - \underline{K}(n)\underline{K}^T(n)) \quad (7)$$

où  $\{\underline{K}(n), n \geq 1\}$  désigne la suite infinie des matrices de coefficients de réflexion déduite des corrélations  $\{\underline{R}(n)\}$ . On note  $\underline{A}(N) = [\underline{A}_0(N), \dots, \underline{A}_N(N)]$  les coefficients de prédiction directe normalisés du modèle AR vectoriel d'ordre  $N$  construit à partir des  $\{\underline{R}(n), 0 \leq n \leq N\}$ .  $\underline{A}(N)$  est solution de :

$$[\underline{A}_0(N), \dots, \underline{A}_N(N)] \underline{R}_N = [\underline{A}_0^T(N), \underline{0}, \dots, \underline{0}] \quad (8)$$



## II PRINCIPE DE LA METHODE

La méthode proposée consiste à rechercher le SME dans la classe des spectres hybrides d'ordre infini définis ci après. Pour de tels spectres, la CMP est automatiquement satisfaite, et il existe une relation simple entre leur entropie et la suite des coefficients de réflexion qui permettent de les construire. En développant cette relation à l'ordre deux par rapport aux corrélations inconnues et en maximisant la forme quadratique correspondante, on obtient le SME approché cherché.

### SPECTRE HYBRIDE

Un spectre hybride est un spectre 2D obtenu en appliquant dans chaque dimension (temporelle et spatiale) une technique de maximum d'entropie 1D. Supposons donné le jeu de corrélations 2D  $\{r(m,n), |m| \leq M, |n| \leq N\}$ . Par l'algorithme de Levinson, on commence par identifier un modèle AR vectoriel d'ordre N, de filtre blanchissant

$$\mathbf{H}(f_2) = \sum_{k=0}^N \mathbf{A}_k(N) e^{-2i\pi k f_2} \quad (9)$$

et de matrice spectrale inverse

$$\mathbf{G}^{-1}(f_2) = \mathbf{H}^*(f_2) \mathbf{H}(f_2) \quad (10)$$

On sait qu'en raison de la double stationnarité des corrélations d'entrée, la matrice spectrale  $\mathbf{G}(f_2)$  est centrosymétrique, mais quelle n'est pas de Toeplitz en général [2]. Le spectre hybride est obtenu en appliquant formellement la relation donnant le spectre du maximum d'entropie 1D aux matrices  $\mathbf{G}(f_2)$ . On obtient :

$$S_h(f_1, f_2) = \frac{\mathbf{e}_M^T \mathbf{G}^{-1}(f_2) \mathbf{e}_M}{\left| \mathbf{e}_M^T \mathbf{G}^{-1}(f_2) \mathbf{d}(f_1) \right|^2} \quad (11)$$

avec

$$\mathbf{e}_M^T = [0, \dots, 1] \quad (12)$$

$$\mathbf{d}(f_1) = [e^{-2i\pi f_1 M}, e^{-2i\pi f_1 (M-1)}, \dots, 1] \quad (13)$$

Posons :

$$\mathbf{d}^T(w, z) = [1, w, \dots, w^M | z, zw, \dots, zw^M | \dots | z^N, z^N w, \dots, z^N w^M]$$

$$P_m(w, z) = \mathbf{d}^T(w, z) \mathbf{a}_m^T$$

où  $\mathbf{a}_m^T$  désigne la  $m^{\text{ième}}$  ligne de la matrice  $\mathbf{A}(N)$ . Le spectre hybride peut également s'exprimer à l'aide des polynômes  $P_m(w, z)$ . On obtient :

$$S_h(f_1, f_2) = \frac{\sum_{m=0}^M |P_m(0, 1/z)|^2}{\left| \sum_{m=0}^M P_m(0, 1/z) P_m(w, z) \right|^2} \quad (14)$$

avec  $w = e^{-2i\pi f_1}$  et  $z = e^{-2i\pi f_2}$ .

On notera que dans les relations précédentes, on peut échanger les rôles de  $m$  et  $n$ . On obtient ainsi un autre spectre hybride, différent de celui défini en (14).

## ENTROPIE DES SPECTRES HYBRIDES D'ORDRE INFINI

Supposons que les matrices spectrales  $\mathbf{G}(f_2)$  calculées par le modèle AR vectoriel soient de Toeplitz, ce qui se produit dans deux cas particuliers : ( $M=2, N$  quelconque), ( $M$  quelconque,  $N$  infini). Dans ce cas le spectre hybride satisfait la CMP, et son entropie peut être évaluée complètement. On a en effet

$$H(S_h) = \frac{1}{2} \int_{-1/2}^{1/2} \int_{-1/2}^{1/2} \log S_h(f_1, f_2) df_1 df_2 \quad (15)$$

$$= -\frac{1}{2} \int_{-1/2}^{1/2} \log \mathbf{e}_M^T \mathbf{G}^{-1}(f_2) \mathbf{e}_M df_2 \quad (16)$$

soit encore

$$H(S_h) = \frac{1}{2} \int_{-1/2}^{1/2} [\log \det \mathbf{G}(f_2) - \log \det \tilde{\mathbf{G}}(f_2)] df_2 \quad (17)$$

où  $\tilde{\mathbf{G}}(f_2)$  est la matrice spectrale privée de sa dernière ligne et dernière colonne.

D'après la relation (6),  $H(S_h)$  s'interprète ainsi comme la différence d'entropie du champ  $y(x,t)$  restreint à la bande  $B_M = \{(m,t), 0 \leq m \leq M\}$  et à la bande  $B_{M-1} = \{(m,t), 0 \leq m \leq M-1\}$ .

note : Toutes les quantités relatives aux données contenues dans la bande  $B_{M-1}$  seront surmontées d'un tilde ~.

Ceci constitue la base du procédé d'extension que nous avons développé :  $M$  et  $N$  étant fixés (ie : l'ensemble  $\{\mathbf{R}(n), |n| \leq N\}$  est connu), nous cherchons la suite des matrices de corrélations  $\{\mathbf{R}(n), |n| > N\}$  qui maximise (17), la CMP étant obtenue pour une extension infinie. La définition (7) permet de réécrire l'entropie du spectre hybride sous la forme :

$$H(S_h) = \frac{1}{2} \sum_{n \geq 1} \log \frac{\det(\mathbf{I} - \mathbf{K}(n) \mathbf{K}^T(n))}{\det(\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{K}}(n) \tilde{\mathbf{K}}^T(n))} + \text{Cte.} \quad (18)$$

Un développement au premier ordre de  $\log \det(\mathbf{I} - \mathbf{K}(n) \mathbf{K}^T(n))$  amène :

$$H(S_h) = -\frac{1}{2} \sum_{n \geq 1} \text{tr}(\mathbf{K}(n) \mathbf{K}^T(n) - \tilde{\mathbf{K}}(n) \tilde{\mathbf{K}}^T(n)) + \text{Cte.} \quad (19)$$

qui exprime l'entropie du spectre hybride comme une fonction quadratique des coefficients de réflexion.

## III DEVELOPPEMENT DES COEFFICIENTS DE REFLEXION AUTOUR DES CORRELATIONS DU MODELE AR

Donnons nous une suite de matrices de covariance  $\{\mathbf{R}(n), 0 \leq n \leq N\}$ , non nécessairement de Toeplitz, que nous étendons pour  $n > N$  par un modèle AR vectoriel d'ordre  $N$ . Par définition du modèle AR, la suite des coefficients de réflexion  $\{\mathbf{K}(n)\}$  est identiquement nulle si  $n > N$ . Supposons que les corrélations étendues par le modèle AR soient perturbées de  $\{\Delta \mathbf{R}(n)\}$ . La suite des corrélations perturbées

$$\hat{\mathbf{R}}(n) = \mathbf{R}(n) + \Delta \mathbf{R}(n), \quad n > N,$$

ne mettent plus les coefficients de réflexion à zéro. On se propose de calculer le premier terme du développement limité de

$$\hat{\mathbf{K}}(n) = \Delta \mathbf{K}(n)$$

en fonction des  $\{\Delta \mathbf{R}(n)\}$ .

Ceci va être effectué en développant au premier ordre l'algorithme de Levinson normalisé. Commençons par poser

$$\mathbf{U}^T(n) = [\mathbf{R}^T(n), \dots, \mathbf{R}^T(1)] \quad (\text{corrélations de l'AR}),$$

$$\widehat{\mathbf{U}}(n) = \mathbf{U}(n) + \Delta\mathbf{U}(n) = [\widehat{\mathbf{R}}^T(n), \dots, \widehat{\mathbf{R}}^T(1)]^T,$$

(corrélation perturbées), où naturellement  $\widehat{\mathbf{R}}(i) = \mathbf{R}(i)$  pour  $i \leq N$ . Puis considérons la  $n$ ème étape de l'algorithme de Levinson

$$\widehat{\mathbf{K}}(n) = \widehat{\mathbf{A}}(n-1)\widehat{\mathbf{U}}(n)\mathbf{B}_{n-1}^T(n-1), \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{A}}(n) \\ \widehat{\mathbf{B}}(n) \end{bmatrix} = \Theta(\widehat{\mathbf{K}}(n)) \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{A}}(n-1), \mathbf{0} \\ \mathbf{0}, \widehat{\mathbf{B}}(n-1) \end{bmatrix}, \quad (21)$$

où  $\Theta(\mathbf{K})$  désigne la rotation hyperbolique

$$\Theta(\mathbf{K}) = \begin{bmatrix} (\mathbf{I} - \mathbf{K}\mathbf{K}^T)^{-1/2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & (\mathbf{I} - \mathbf{K}^T\mathbf{K})^{-1/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{K} \\ -\mathbf{K}^T & \mathbf{I} \end{bmatrix}$$

Posons

$$\widehat{\mathbf{A}}(n) = \mathbf{A}(n) + \Delta\mathbf{A}(n)$$

$$\widehat{\mathbf{B}}(n) = \mathbf{B}(n) + \Delta\mathbf{B}(n),$$

où  $\mathbf{A}(n)$ , et  $\mathbf{B}(n)$  désignent les coefficients de prédiction directe et rétrograde d'ordre  $n$  du modèle AR. On a évidemment :

$$\mathbf{A}(n) = [\mathbf{A}(N), \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}]$$

$\xleftarrow{n-N \text{ fois}}$

$$\mathbf{B}(n) = [\mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}, \mathbf{B}(N)].$$

$\xleftarrow{n-N \text{ fois}}$

Pour un modèle AR, le produit  $\mathbf{A}(n)\mathbf{U}(n)$  est identiquement nul si  $n > N$ , donc le développement au 1<sup>er</sup> ordre de l'équation (20) par rapport aux variations  $\Delta\mathbf{R}(n)$  amène la relation :

$$\mathbf{K}(n) = [\Delta\mathbf{A}(n-1)\mathbf{U}(n) + [\mathbf{A}(N), \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}]\widehat{\mathbf{U}}(n)]\mathbf{B}, \quad (23)$$

où  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_N^T(N)$ . Reste à trouver le développement de  $\Delta\mathbf{A}(n-1)$  en fonction des  $\{\Delta\mathbf{R}(j), j \leq n-1\}$  pour  $n > N+1$ . Ceci s'effectue en développant au premier ordre la relation (21) :

$$\widetilde{\mathbf{A}}(n-1) = [\widetilde{\mathbf{A}}(n-2), \mathbf{0}] - \widehat{\mathbf{K}}(n-1)[\mathbf{0}, \mathbf{B}(n-2)]$$

d'où l'on tire aussitôt d'après (22) et en passant aux accroissements :

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{A}(n-1) &= [\Delta\widetilde{\mathbf{A}}(n-2), \mathbf{0}] - \widehat{\mathbf{K}}(n-1)[\mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}, \mathbf{B}(N)] \\ &= - \sum_{i=1}^{n-N-1} \widehat{\mathbf{K}}(n-i) \underbrace{[\mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}, \mathbf{B}(N), \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}]}_{n-N-i \text{ fois}} \underbrace{[\mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}]}_{i-1 \text{ fois}} \end{aligned}$$

Portant cette relation dans (23), on en déduit le développement limité de  $\widehat{\mathbf{K}}(n)$  en fonction de celui de  $\widehat{\mathbf{K}}(i)$  pour  $N+1 \leq i \leq n-1$ .

$$\widehat{\mathbf{K}}(n) = [\mathbf{A}(N), \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}]\widehat{\mathbf{U}}(n)\mathbf{B} - \sum_{i=1}^{n-N-1} \widehat{\mathbf{K}}(n-i)\mathbf{\Gamma}(i), \quad (24)$$

$$\text{où } \mathbf{\Gamma}(i) = [\mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}, \mathbf{B}(N), \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}]\mathbf{U}(n)\mathbf{B}.$$

En résolvant cette relation, on obtient le développement limité cherché. Ce développement va être utilisé dans le cas où les matrices perturbées  $\widehat{\mathbf{R}}(n)$  sont les matrices de Toeplitz construites avec les corrélations inconnues  $\{r(m,n), 1 \leq m \leq M, n > N\}$ . En remplaçant les coefficients de réflexion par leur développement limité dans l'expression (21) donnant l'entropie

du spectre hybride, on obtient une approximation quadratique du critère, qui peut être maximisé aisément. On notera que l'expression (21) met en jeu deux développements limités, correspondant aux deux bandes  $B_M$  et  $B_{M-1}$ , et centrés autour de valeurs différentes des corrélations, les corrélations étendues par le modèle AR dans les deux bandes n'étant pas identiques.

#### IV L'ALGORITHME

Le développement limité précédent fournit une approximation quadratique du critère par rapport à l'infinité des corrélations inconnues  $\{r(m,n), |m| \leq M, n > N\}$ . La mise en œuvre de l'algorithme oblige pratiquement à limiter les inconnues à un nombre fini de sections. Si  $N < n \leq n_1$ , la maximisation du critère peut alors être effectuée en une seule passe, en résolvant un système linéaire d'ordre  $(2M-1)(n_1-N)$ . Cette méthode conduit toutefois à optimiser simultanément des sections qui contribuent de façon dissymétrique à la valeur finale de l'entropie. L'expérience montre qu'on obtient de meilleurs résultats (valeur d'entropie plus grande pour le même nombre de sections) en optimisant les sections pas à pas comme indiqué ci-dessous.

#### DESCRIPTION DE L'ALGORITHME

On suppose l'ensemble  $\{r(m,n), |m| \leq M, |n| \leq N\}$  des corrélations connu.

#### (A) INITIALISATION

- 1) on calcule les deux AR vectoriels jusqu'à l'ordre  $N$ , pour les corrélations de la bande  $B_M$  et  $B_{M-1}$ . On dispose alors des jeux de matrices  $\mathbf{A}(N), \mathbf{B}(N), \widetilde{\mathbf{A}}(N), \widetilde{\mathbf{B}}(N)$ .
- 2) on se fixe  $n_s, \epsilon$  et on pose  $n = N+1$ .

#### (B) ALGORITHME

- 3) on calcule  $\{\mathbf{R}(k), n_s \leq k \leq n_s + n - 1\}$  en utilisant (24) et en résolvant le système de moindres carrés (19).
- 4) on garde la matrice  $\mathbf{R}(n)$
- 5) on poursuit le calcul des AR vectoriels (étape 1) jusqu'à l'ordre  $n$ .
- 6) on calcule l'entropie  $H_n$  par (7)
- 7) test: si  $|H_n - H_{n-1}| < \epsilon$  aller à l'étape 8, sinon faire  $n = n+1$  retourner à l'étape 3.
- 8) on calcule le spectre hybride par (14).
- 9) fin.

Le spectre (14) peut être calculé de façon rapide au moyen de FFT 2D. Le paramètre  $n_s$  sera choisi de manière à obtenir l'entropie du spectre la plus forte une fois l'extension terminée. Les expériences montrent que la meilleure valeur de  $n_s$  est de l'ordre de  $M$ .

#### V RESULTATS

Nous présentons les résultats obtenus avec notre algorithme sur un exemple de LIM et MALIK [3]. Le signal 2D est constitué d'un mélange de trois sinusoides de puissance 1 et de bruit blanc centré. Sa fonction d'autocorrélation s'écrit :



$$r(m,n) = \sum_{k=1}^3 \cos(2\pi(f_{1k}(k)m + f_{2k}(k)n)) + \sigma^2 \delta(m,n) \quad (25)$$

où  $\sigma^2$  représente la puissance du bruit et  $(f_1(k), f_2(k))$  le couple fréquence spatiale - fréquence temporelle de la  $k^{\text{ième}}$  sinusoïde.

Les couples de fréquences sont :  $(.1, .1), (.2, .2), (.3, .1)$ ,  $\sigma^2=6$  et la fonction d'autocorrélation est supposée connue sur le carré  $[-M, M] \times [-N, N]$  avec  $M=N=3$ .

La Fig.1 représente le tracé des courbes de niveaux du SME approché ( $n_s=6$ , 17 itérations  $\varepsilon=1E-8$ ). Ce spectre est très voisin du vrai SME calculé par la méthode de LANG et Mc CLELLAN [4], aucune différence n'est décelable à l'œil. Les valeurs d'entropie des spectres confirment cette observation, nous avons en effet :

$H(S_H) = .98276735302$  ( entropie SME approché)

$H(S) = .98276771951$  ( entropie vrai SME)

soit une différence  $\Delta H \approx 4 E-7$ .

Une étude des performances de l'algorithme en fonction du rapport signal à bruit par source (non présentée ici) amène les deux résultats suivants :

1) Pour les méthodes classiques - qui utilisent le plus souvent la FFT 2D - le temps de calcul augmente fortement avec le rapport signal à bruit (temps de convergence plus long, taille de FFT plus grande); pour notre algorithme il ne varie pas en fonction du S/B.

2) A fort S/B on note une légère dégradation de la qualité des SME approchés. Cela s'explique par le fait que les coefficients de réflexion devenant plus grands, le développement au premier ordre de (18) est erroné. On peut sensiblement améliorer les résultats en considérant le spectre suivant :

$$S(f_1, f_2) = \frac{1}{2} (S_{\text{temp}}(f_1, f_2) + S_{\text{spa}}(f_1, f_2)), \quad (26)$$

où  $S_{\text{temp}}(f_1, f_2)$  et  $S_{\text{spa}}(f_1, f_2)$  désignent respectivement les spectres hybrides d'ordre infini obtenus par extension temporelle des corrélations à la bande  $\{r(m,n), |m| \leq M, -\infty < n < +\infty\}$  et par extension spatiale des corrélations à la bande  $\{r(m,n), -\infty < m < +\infty, |n| \leq N\}$ . Le spectre (26) est plus proche du vrai SME (entropie et CMP) que  $S_{\text{temp}}(f_1, f_2)$  ou  $S_{\text{spa}}(f_1, f_2)$ .

### CONCLUSION

Nous avons présenté un algorithme pour estimer de façon approchée le spectre du maximum d'entropie 2D d'un champ stationnaire 2D lorsque ses corrélations sont connues sur un rectangle  $[-M, M] \times [-N, N]$ . La méthode repose sur la notion de spectre hybride d'ordre infini. L'algorithme correspondant - contrairement aux méthodes classiques - fait appel à des techniques de calculs simples (modélisation AR vectorielle, résolution de systèmes linéaires). Les résultats sont satisfaisants, les spectres estimés sont très proches du vrai SME (valeurs d'entropie voisines, CMP vérifiée). De plus, à fort S/B notre algorithme se révèle très rapide par rapport aux méthodes conventionnelles.

### Références :

- [1] J.H. Mc CLELLAN "Multidimensional Spectral Estimation", *Proceedings of the IEEE*, vol 70, n.9 September 1982.
- [2] H. KIMURA, Y. HONOKI, "A Hybrid Approach to High Resolution Two-Dimensional Spectrum Analysis", *IEEE ASSP*, vol ASSP-35, n.7, July 1987.
- [3] J.S. LIM, N.A. MALIK "A New Algorithm for Two Dimensional Maximum Entropy Power Spectrum Estimation", *IEEE ASSP*, vol ASSP-29, n.3, June 1981.
- [4] S.W. LANG, J.H. Mc CLELLAN "Multidimensional MEM Spectral Estimation", *IEEE ASSP*, vol ASSP-30, n.6 December 1982.

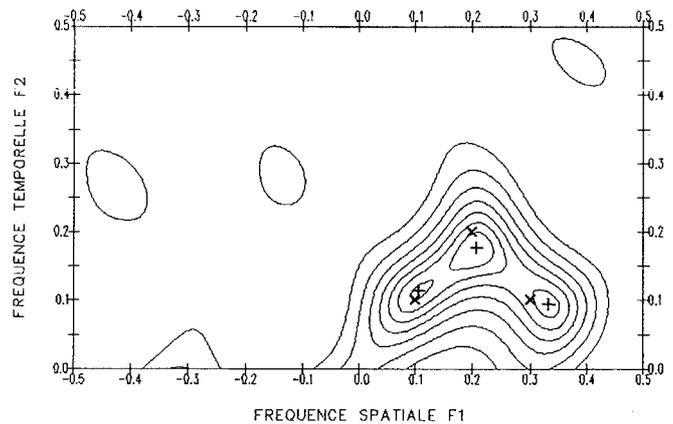


Fig.1