



## EXPLOITATION DE L'AMPLITUDE ET DE LA PHASE POUR LE TRAITEMENT D'ECHOS ULTRASONORES

D. VRAY, G. GIMENEZ, C. CACHARD

Laboratoire de Traitement du Signal et Ultrasons - INSA - Bât. 502  
20, avenue A. Einstein - 69621 Villeurbanne cedex

### RÉSUMÉ

Les signaux physiques, à bande étroite, recueillis sur des capteurs montrent souvent des variations de phase qui ne sont pas prises en compte par l'enveloppe réelle seule. Dans ce travail, nous étudions l'enveloppe complexe des signaux qui regroupe les informations relatives à l'enveloppe et à la phase.

Pour illustrer notre démarche, nous présentons les enveloppes complexes de signaux simulés modulés en amplitude et en fréquence, et montrons les avantages d'une telle représentation. Nous présentons enfin les signaux pour lesquels nous avons développé la méthode : des échos ultrasonores de sphères de polystyrène. L'enveloppe complexe met en évidence de faibles variations de phase que la représentation temporelle permettait difficilement de mesurer.

### SUMMARY

Physical band-limited signals picked up on sensors, always reveal phase variations which don't appear in the envelope. In this work, we use the concept of complex envelope which shows simultaneously envelope and phase informations versus time.

Then, we introduce complex envelopes computed on signals elaborated from analytical expressions. In the case of amplitude and frequency modulation, we show the advantages of such a representation. Finally, ultrasound echo signals are presented. The complex envelope really points out weak phase variations versus time and also represents simultaneously the evolution of the phase versus the amplitude in a polar plot.

#### Notations

$f_p$  : fréquence de la porteuse sinusoïdale  
 $\varepsilon(x)$  : échelon unité

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ +1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

$$\dot{u}(t) = \frac{du(t)}{dt} \text{ dérivée de } u(t)$$

$u(t)$  signal réel, signal physique

$U(f)$  transformée de Fourier de  $u(t)$

$\underline{u}(t)$  signal analytique

$\tilde{u}(t)$  transformée de Hilbert de  $u(t)$

$r(t)$  enveloppe réelle

$\Phi(t)$  phase instantanée

$\Phi_d(t)$  phase instantanée après déroulement de  $\Phi(t)$

$R(t)$  enveloppe complexe

$\alpha(t)$  argument de l'enveloppe complexe

#### I - Introduction

Les signaux physiques à bande étroite issus de capteurs montrent souvent des variations de la phase au cours du temps et cette information n'est pas prise en compte par l'enveloppe seule. Nous proposons ici d'extraire enveloppe et phase instantanées afin de pouvoir analyser ces deux types

d'information au cours du temps. Pour cela, nous rappelons tout d'abord la notion de signal analytique et celle d'enveloppe complexe. Ensuite nous décrivons la mise en oeuvre pratique de ces traitements. Enfin, l'application est faite d'une part sur des signaux simulés et d'autre part sur des signaux d'échos ultrasonores.

#### II - Représentation des signaux par amplitude et phase instantanées

Divers auteurs ont proposé un modèle de l'enveloppe et de la phase instantanées établi à partir du signal analytique [PICI-83], [DECO-84]. Le signal analytique  $\underline{u}(t)$  est un signal complexe associé au signal physique réel  $u(t)$  et parmi tous les signaux complexes possibles associés à  $u(t)$ , le signal analytique est le seul à posséder certaines propriétés physiques imposées à l'avance [PICI-83] que nous allons préciser ci-après.

Le signal analytique est défini par :

$$\underline{u}(t) = u(t) + j \tilde{u}(t) \quad (1)$$

où  $u(t)$  est le signal physique réel et  $\tilde{u}(t)$  est la transformée de Hilbert de  $u(t)$ . La transformée de Hilbert de  $u(t)$  est donnée, dans le domaine temporel par le produit de convolution :

$$\tilde{u}(t) = \frac{1}{\pi t} * u(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u(\tau)}{t-\tau} d\tau \quad (2)$$

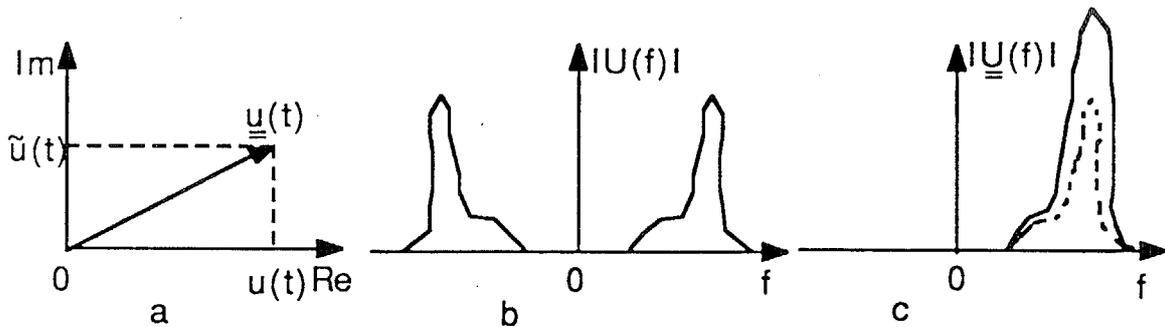


Figure 1 - a) Représentation vectorielle du signal analytique b) Module de la transformée de Fourier du signal réel c) Module de la transformée de Fourier du signal analytique

et impose que  $u(t)$  et  $\tilde{u}(t)$  soient en quadrature (déphasage de  $\pi/2$ ).

Par transformation de Fourier de (1), on peut écrire:

$$\underline{U}(f) = U(f) + j \tilde{U}(f) = 2\varepsilon(f) U(f) \quad (3)$$

La transformée de Fourier du signal analytique est donc celle du signal physique réel sans les fréquences négatives (figure 1). Cette propriété fréquentielle, duale du caractère causale dans le domaine temporel, est utilisée pour le calcul du signal analytique.

Le signal analytique, complexe, peut aussi s'écrire sous sa forme polaire :

$$\underline{u}(t) = u(t) + j \tilde{u}(t) = r(t) \exp [j \Phi(t)] \quad (4)$$

ce qui permet de définir immédiatement l'enveloppe réelle  $r(t)$  qui est le module du signal analytique et la phase instantanée  $\Phi(t)$  qui est son argument :

$$r(t) = |\underline{u}(t)| = [u^2(t) + \tilde{u}^2(t)]^{1/2} \quad (5)$$

$$\Phi(t) = \arg [\underline{u}(t)] = \arctan [\tilde{u}(t) / u(t)] \quad (6)$$

Cette représentation est une généralisation de la représentation de Fresnel puisque le module  $r(t)$  est variable et la phase  $\Phi(t)$  peut être une fonction non linéaire du temps, (figure 2), donc la représentation de signaux du type non-stationnaire est possible [REND-87].

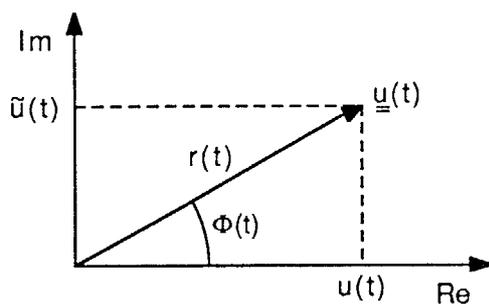


Figure 2 - Diagramme vectoriel montrant l'enveloppe  $r(t)$  et la phase instantanée  $\Phi(t)$  d'un signal  $u(t)$ .

### III - Enveloppe complexe

Soit le signal analytique  $\underline{u}(t) = u(t) + j\tilde{u}(t)$  et une pulsation arbitraire  $\omega_p = 2\pi f_p$ . L'expression suivante définit l'enveloppe complexe du signal réel  $u(t)$  :

$$R(t) = \underline{u}(t) \exp (-j\omega_p t) \quad (7)$$

$$R(t) = a(t) + jb(t) = r(t) \exp [j\alpha(t)] \quad (8)$$

Le module est  $r(t)$  (enveloppe réelle du signal  $u(t)$ ) et l'argument est la phase instantanée  $\alpha(t)$ , liée à celle du signal analytique  $\Phi(t)$  et dépendante du choix de  $\omega_p$ .

Prenons l'exemple d'un signal sinusoïdal modulé en amplitude et en phase :

$$u(t) = r(t) \cos [2\pi f_p t + \alpha(t)] \quad (9)$$

où  $r(t)$  est l'enveloppe réelle de  $u(t)$ ,  $f_p$  est la fréquence de la porteuse et la phase  $\alpha(t)$  est à variation lente vis-à-vis de  $\omega_p t$ . L'enveloppe complexe de  $u(t)$  permet d'accéder à l'information utile du signal :  $r(t)$  et  $\alpha(t)$ , en éliminant dans la phase ce qui est dû à la porteuse. En représentation polaire, seules les variations lentes de la phase sont considérées par l'enveloppe complexe, la rotation à vitesse angulaire constante  $\omega_p$  a été annulée. Schématiquement, on peut considérer que sur la figure 2, on se place sur un vecteur tournant à vitesse angulaire constante  $\omega_p$  pour observer les variations lentes de rotation de la représentation vectorielle du signal.

### IV - Mise en oeuvre pratique du calcul de l'enveloppe complexe

Les signaux sont à traiter numériquement ; supposons donc que nous disposons de  $N$  échantillons du signal  $u(t)$  prélevés sur une durée  $T$  au pas d'échantillonnage  $T_e = 1/f_e$ .  $u(t)$  étant un signal physique, sa partie imaginaire sera nulle. Les  $N$  échantillons complexes seront notés :

$$u(k) \text{ pour } k = 0, \dots, N - 1$$

La première opération consiste à calculer la Transformée de Fourier Discrète (FFT), pour obtenir une suite fréquentielle de  $N$  échantillons complexes

$U(n)$  au pas  $\Delta f = \frac{1}{T} = \frac{f_e}{N}$  sur une bande fréquentielle de largeur  $f_e[-f_e/2, f_e/2]$

$$U(n) \text{ pour } n = 0, \dots, N - 1$$

La définition (3) permet de calculer la transformée de Fourier  $\underline{U}(n)$  du signal analytique à partir de la transformée de Fourier du signal réel  $U(n)$  : pour  $n=0, \dots, N-1$ ,

$$\underline{U}(n) = \begin{cases} 2U(n) & \text{pour } n=1 \dots N/2-1 \\ U(n) & \text{pour } n=0 \text{ et } n=N/2 \\ 0 & \text{pour } n=N/2+1 \dots N-1 \end{cases}$$

Par transformée de Fourier inverse de  $\underline{U}(n)$ , on calcule le signal analytique  $\underline{u}(k)$ . A partir de ses



parties réelle et imaginaire, sont alors calculées l'enveloppe réelle  $r(k)$  et la phase instantanée  $\Phi(k)$ .

$$r(k) = (\{Re[\underline{u}(k)]\}^2 + \{Im[\underline{u}(k)]\}^2)^{1/2}, \quad k = 0, \dots, N-1$$

$$\Phi(k) = \text{Arctan} \left\{ \frac{Im[\underline{u}(k)]}{Re[\underline{u}(k)]} \right\} \quad \text{pour } k = 0, \dots, N-1$$

A ce niveau du calcul, la phase instantanée  $\Phi(k)$  pour  $k = 0$  à  $N-1$  est une fonction bornée par  $-\pi$  et  $\pi$  puisque calculée par la fonction arctangente. Pour un signal sinusoïdal, la phase instantanée évolue continûment sur une période puis une brusque discontinuité apparaît et fait évoluer la phase de  $\pi$  à  $-\pi$ . Si le signal est modulé en fréquence, les discontinuités apparaissent moins régulièrement et leurs amplitudes sont alors fonction du signal étudié. Pour rendre cette fonction continue, nous avons réalisé ce que nous avons appelé le **déroulement de la phase** qui consiste à annuler les fortes discontinuités en ajoutant ou retranchant  $2\pi$  aux instants où seront détectées les discontinuités. La phase  $\Phi_d(k)$  n'est plus bornée par  $-\pi$  et  $\pi$  mais évolue continûment depuis une valeur initiale fonction de l'origine des temps choisie, jusqu'à une valeur maximale correspondant à la phase calculée pour l'instant final.

On continue en calculant la phase  $\alpha(k)$  de l'enveloppe complexe  $R(k)$ . Pour cela, nous allons retrancher de la phase instantanée après déroulement  $\Phi_d(k)$ , la contribution apportée par la pulsation  $\omega_p = 2\pi f_p$  dont le choix sera fonction de l'application :

$$\alpha(k) = \Phi_d(k) - 2\pi f_p k \quad \text{pour } k = 0, \dots, N-1$$

L'enveloppe complexe est alors :

$$R(k) = r(k) \exp[j\alpha(k)] = a(k) + jb(k) \quad \text{pour } k = 0, \dots, N-1$$

Le calcul de l'amplitude instantanée  $r(t)$  et de la variation lente de la phase  $\alpha(t)$  va permettre alors la représentation polaire de l'enveloppe complexe.

### V - Application à des signaux simulés et des signaux d'échos ultrasonores

Plusieurs auteurs [FERR-84], [MEYE-88] ont montré récemment l'utilité d'exploiter la phase des signaux à bande étroite. Nous avons pour notre part proposé l'extraction de la variation lente de la phase et la représentation polaire de l'enveloppe complexe et nous allons en montrer l'application à 2 types de signaux.

#### a - Signal simulé

Nous proposons l'analyse d'un signal cosinusoïdal modulé en amplitude par une fenêtre de Hanning. La variation linéaire de la fréquence dans la porte se traduit par une évolution quadratique de la phase. Le signal simulé a pour expression analytique :

$$u(t) = W(t) \cdot \cos \left[ 2\pi \left( f_p t + \frac{B}{2T} t^2 \right) \right]$$

avec  $W(t) = 0.5 \{ 1 + \cos [2\pi(t-T/2)/T] \}$ , expression de la fenêtre de Hanning.

La figure 3.a montre ce signal avec le choix suivant pour les paramètres :

$f_p = 8$  Hz fréquence de la porteuse

$B = 4$  Hz largeur de la bande passante

$T = 1$  sec durée du signal.

$N = 128$  échantillons

$f_e = 128$  Hz

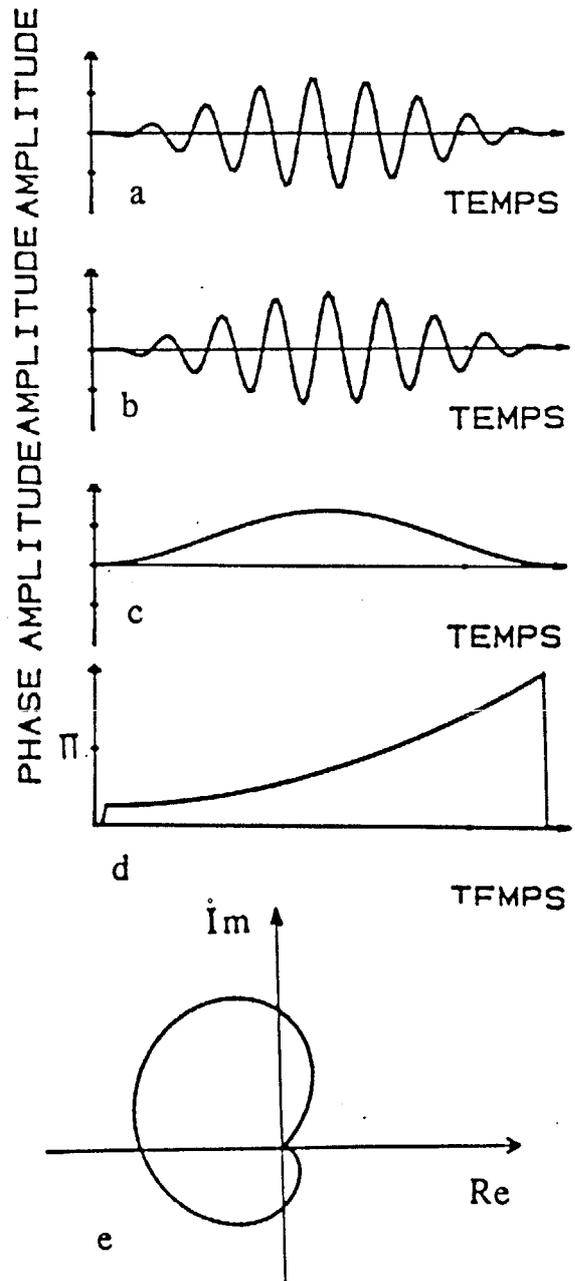


Figure 3 -

a) Signal réel simulé  $u(t)$

b)  $\hat{u}(t)$  : transformée de Hilbert de  $u(t)$ . Partie imaginaire du signal analytique.

c) Enveloppe réelle de  $u(t) = r(t)$

d) Argument de l'enveloppe complexe  $\alpha(t)$

e) Représentation polaire de l'enveloppe complexe  $R(t)$ .

Sur les figures 3.c et 3.d respectivement, on peut voir l'évolution de l'amplitude et de la phase au cours du temps. Le tracé polaire de la figure 3.e regroupe ces informations dans une représentation unique. Avec un peu d'habitude, la forme paramétrée par le temps dans le sens de la flèche et qui représente l'évolution de l'extrémité du "vecteur tournant", fait apparaître une variation de  $2\pi$  sur la phase (1 tour) entre le début



et la fin du signal pendant que l'amplitude qui est nulle au départ passe par un maximum pour tendre à nouveau vers 0.

### b - Signaux d'échos ultrasonores

Lors d'une manipulation en milieu naturel sur le lac Léman, nous avons placé des sphères de polystyrène de 10 cm de diamètre à quelques mètres d'un transducteur ultrasonore dans le but de caractériser les échos provenant d'une cible puis d'un réseau de cibles. Un signal écho est représenté figure 4.a. La fréquence de la porteuse est à 10 kHz, l'échantillonnage est réalisé à 100 kHz et la durée moyenne d'un écho d'une sphère isolée est inférieure à 1ms. Les traitements réalisés sur cet écho montrent la forme particulière de l'enveloppe (figure 4.b) de ce que l'on appelle une "rafale de sinusoïdes". L'allure exponentielle des fronts de montée et de descente est essentiellement due à la réponse de l'électronique de l'émetteur-récepteur. Ceci reste toutefois classique et

c'est plutôt à la phase que nous nous intéressons. On remarque une évolution de la phase de l'enveloppe complexe au cours du temps (figure 4.c), ce qui est équivalent à une variation de fréquence et explique une largeur de bande de 4 kHz (à -40 dB) autour de la fréquence de la porteuse. La représentation instantanée de la phase montre de plus que cette variation se situe surtout sur le début du signal pendant la période croissante de l'amplitude de l'enveloppe alors que lorsque le signal est établi ou lors de la décroissance, la phase ne varie plus. Nous expliquons son allure par trois facteurs qui sont, i) la forme originale du signal émis, ii) les différences de marche des ondes touchant la cible sphérique qui provoquent des interférences, iii) la propagation durant 10 m environ dans l'eau qui provoque une déformation du signal.

Toutes ces observations peuvent être faites sur la représentation polaire de l'enveloppe complexe (figure 4.d). Les variations simultanées de l'enveloppe et de la phase au cours du temps sont alors caractérisées par une forme dans le plan complexe. Nous avons réalisé le calcul de l'enveloppe sur de nombreux échos et nous avons vérifié que cette forme était bien caractéristique de ce type d'échos. Ce mode de représentation apparaît donc comme un moyen concis de visualiser les aspects pertinents d'un signal à bande étroite.

### VI - Conclusion et perspectives

Le calcul de l'enveloppe complexe nous a permis de mettre en évidence de faibles variations de phase que la représentation temporelle du signal ne faisait pas apparaître. La représentation polaire de l'enveloppe complexe a permis de plus de caractériser par une forme dans le plan complexe des signaux échos ultrasonores de cibles sphériques. Nous pensons poursuivre cette étude dans le cas de signaux où les variations de phase peuvent permettre de caractériser un phénomène physique (réflexion sur une interface, réflexions multiples). Le cas des échos composites dus à plusieurs échos qui se chevauchent sera aussi analysé afin d'utiliser au mieux les variations de phase pour retrouver les contributions individuelles des échos des cibles uniques.

### Bibliographie

- [DECO-84] DE COULON F. - Traité d'électricité Vol. VI. Théorie et traitement des signaux. Lausanne : Presses polytechniques romandes, 1984, 548 p.  
 [FERR-84] FERRARI L., SANKAR P., FINK M., SHIN S., CHANDLER P. - Utilisation de la phase du signal en échographie médicale. Acta Electronica, 1984, V.26, n° 1-2, p. 111-120.  
 [MEYE-88] MEYER J., CLIET C., DUBESSET M. - Application of the Hilbert transform to multidimensional seismic processing. Proceedings of EUSIPCO-88, Grenoble, september 5-8, 1988. North-Holland : Elsevier Science Publishers, 1988, p. 987-990.  
 [PICI-83] PICINBONO B., MARTIN W. - Représentation des signaux par amplitude et phase instantanées. Ann.Télé. commun. 1983, V.38, n° 5-6, p. 179-190.  
 [REND-87] RENDALL R. - Frequency analysis. Denmark : Brüel et Kjaer, 1987, 344 p.

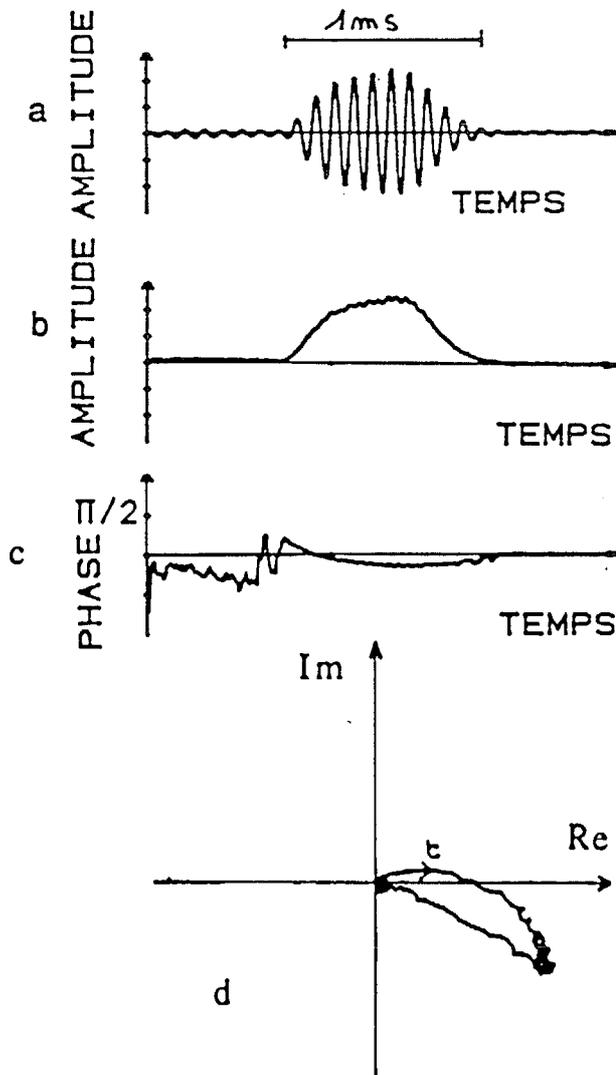


Figure 4 - Ensemble des traitements permettant le calcul de l'enveloppe complexe d'un signal écho.

- a) Signal écho d'une sphère de polystyrène  
 b) Enveloppe réelle  
 c) Argument de l'enveloppe complexe  
 d) Représentation polaire de l'enveloppe complexe.