

EGALISATION D'UN SIGNAL NUMERIQUE SUR DES PALIERS COURTS

R. VALLET (\*), ZHU Y. P.(\*), J. L. DORNSTETTER(\*\*)

(\*) ENST, Dép. SYC et CNRS UA 820 - 46,rue Barrault, 75634 PARIS CEDEX 13

(\*\*) LCT - 18 et 20, rue Grange Dame Rose, 78140 VELIZY VILLACOUBLAY

RESUME :

Dans cet article, nous utilisons un égaliseur autoadaptatif à décision dans la boucle, pour une transmission radio mobiles qui utilise une modulation de fréquence à phase continue d'indice 0.5 (T.F.M. ...).

La partie directe de l'égaliseur est à suréchantillonnage. Le rythme symbole et la phase de la porteuse sont pris en compte directement par l'égaliseur.

Dans un premier temps, en utilisant une séquence d'apprentissage assey courte (20 à 30 symboles), nous identifions les coefficients en résolvant un système linéaire de  $RC = V$  (équation Normale). En deuxième partie, nous proposons d'utiliser un algorithme d'adaptation de type gradient en treillis, qui permet d'identifier l'égaliseur sur une séquence d'apprentissage courte et de poursuivre des variations très rapides du canal de transmission tout en conservant de bonnes propriétés de stabilité. Les performances obtenues sont comparées à celle d'un gradient appliqué à la structure transversale de l'égaliseur.

INTRODUCTION

Dans cet article, nous présentons plusieurs techniques d'égalisation d'un signal numérique modulé de type TFM (Tamed Frequency Modulation). Cette modulation à enveloppe constante est démodulable par un récepteur linéaire [1]. On a la possibilité d'utiliser un récepteur autoadaptatif qui permet d'optimiser le filtre de réception du démodulateur linéaire. On peut ainsi limiter les effets des trajets multiples du canal de transmission.

Nous étudions une structure d'égaliseur récursif à décision dans la boucle et à suréchantillonnage basés sur le récepteur "série" d'une modulation TFM proposé par Sundberg [2]. Cet égaliseur peut être représenté par un filtre transverse à entrée vectorielle et à sortie scalaire. Cette représentation permet d'envisager différentes techniques d'adaptation basées sur les algorithmes de moindres carrés.

L'initialisation de l'égaliseur peut s'effectuer, sur une période d'apprentissage, en cherchant la solution d'un système d'équations Normales qui minimise un critère de moindres carrés. La solution est obtenue par un algorithme d'inversion matriciel de type Levinson Vectoriel proposé par Y. Grenier [3].

Nous étudions ensuite des algorithmes de moindres carrés récursifs (gradient, gradient en treillis et Kalman rapide) en vue de poursuivre les variations du canal de transmission.

EGALISEUR A SURECHANTILLONNAGE ET A DECISION DANS LA BOUCLE

L'égaliseur à décision dans la boucle est décrit par la figure 1. Il est constitué de deux parties : une partie directe (forward) et une partie rétrograde (backward). La partie directe est un filtre transversal de  $N_T$  coefficients espacés de  $T/q$  où  $q$  est le nombre d'échantillons par symbole. L'entrée du filtre directe est le signal échantillonné  $\{x_{k,i}\}$ ,  $x_{k,i} = x(kT-iT/q)$ ,  $0 \leq i < q$ . Le filtre rétrograde est un filtre transverse de  $N_B$  coefficients espacé de  $T$  secondes (filtre synchrone). L'entrée du filtre

SUMMARY :

In this paper, we propose the use of an autoadaptive Decision Feedback Equalizer for the radio-mobiles transmission where phase continued frequency modulation technique is applied (T.F.M.).

The feedforward part of the equalizer is the fractional tap-spacing filter. The timing-clock and the phase of carrier are taken into account directly by the equalizer.

The solution of a system of Normal equation can identify the coefficients of the equalizer on a short training sequence (20 à 30 symbols) by using a data series which possesses the good correlation properties. In the seconde part, we propose a gradient lattice adaptive algorithm which permit us to identify the equalizer on on a short training sequence and to track the very rapid variation of the transmission channel in ensuring the good properties of stability. The obtained performances are compared with that of the stochastic-gradient applied to the transversal filter.

rétrograde est la suite binaire de données attendue  $b_{k-\Delta}$  pendant la phase d'apprentissage et la suite de données décidées  $\hat{b}_{k-\Delta}$  pendant la phase de poursuite. Le rôle du filtre rétrograde est de supprimer l'interférence intersymboles apportée par les symboles déjà décidés. Pour prendre en compte la différence des fréquences d'échantillonnage entre l'entrée et la sortie du filtre directe, on représente les  $q$  échantillons consécutifs d'entrée correspondant à un symbole reçu, comme un vecteur à  $q$  composantes:  $\mathbf{z}_k = (x_{k,0}, x_{k,1}, \dots, x_{k,q-1})$ . Le filtre directe est donc composé de  $q$  filtres à  $M = N_T/q$  coefficients et d'un additionneur. Lorsque le taux d'erreur est nul (où très faible), on peut considérer que les données décidées et émises sont égales. On définit un vecteur d'entrée à  $q+1$  composantes  $\mathbf{z}_k = \{\mathbf{z}_k, b_{k-\Delta}\}$  comme nouveau vecteur d'entrée d'un filtre transverse à entrée vectoriel  $\{\mathbf{z}_k\}$  (complexe) et à sortie scalaire  $\{y_k\}$  (complexe). L'égaliseur (récursif à décision dans la boucle et à suréchantillonnage) peut être représenté par un filtre transverse à entrée vectorielle et à sortie scalaire. La partie récursive se traduit simplement par une composante supplémentaire pour le vecteur d'entrée.

Le but de cet article est d'appliquer les techniques d'égalisation aux modulations de type TFM donc aussi aux modulations qui peuvent être approximées par une modulation à une seule dimension [4]. Dans ce cas, les symboles transmis sont à valeurs réelles et ainsi la sortie du filtre directe est réelle. Elle est suivie d'un détecteur à seuil. L'égaliseur est alors représenté par un filtre à coefficients réels possédant  $2q+1$  entrées (réelles) et une sortie scalaire (réelle). La figure 2 représente l'égaliseur pour  $q=2$  (double échantillonnage): structure transversale (2(a)) et structure en treillis (2(b)).

Les coefficients de l'égaliseur seront déterminés en minimisant la distance quadratique entre la sortie de l'égaliseur  $y_k$  et le symbole attendu  $b_{k-\Delta}$  où  $\Delta$  représente le retard de décision. On ne calcule pas la partie imaginaire de la sortie du filtre directe donc on décompose les nombres complexes  $x_{k,i}$  en deux nombres réels  $x_{c,k,i}$  et  $x_{s,k,i}$  avec  $x_{k,i} = (x_{c,k,i}, x_{s,k,i})$  et de même pour les coefficients du filtre directe  $C_i = (-C_{c,i}, C_{s,i})$ .

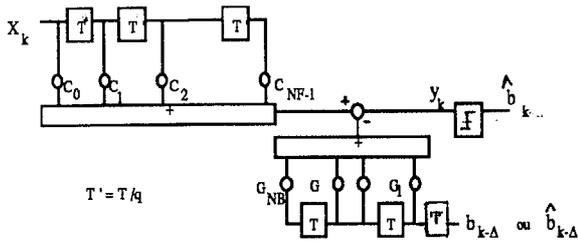


Figure 1 : Structure de l'égaliseur à suréchantillonnage et à décision dans la boucle

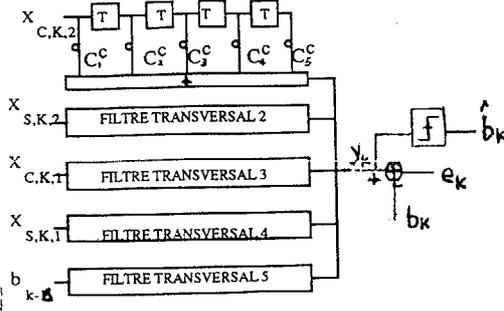


Figure 2(a) : Egaliseur DFE à double échantillonnage

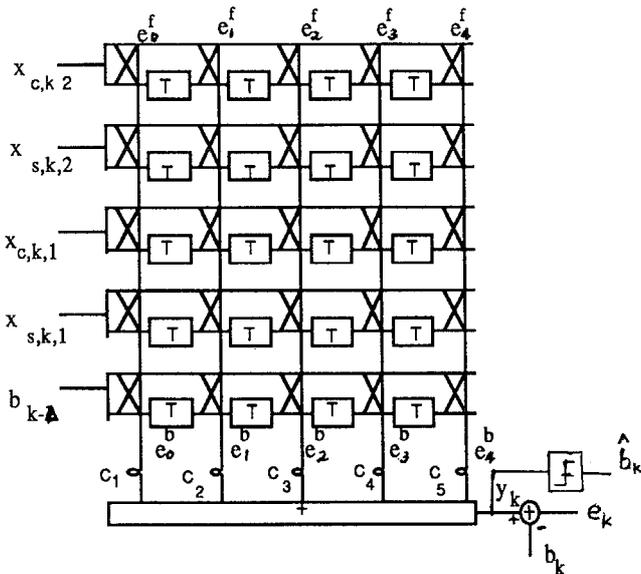


Figure 2(b) : Egaliseur DFE à double échantillonnage

Le vecteur des signaux d'entrée et le vecteur des coefficients s'écrivent sous la forme suivante :

$$Z_k^T = \{ z_k, z_{k-1}, \dots, z_{k-M} \} \tag{1}$$

$$C^T = \{ C_0, \dots, C_{q-1}, G_1, C_q, \dots, C_{2q-1}, G_2, \dots, C_{q(M-1)}, \dots, C_{qM-1}, G_M \} \tag{2}$$

La sortie de l'égaliseur, à l'instant kT, s'écrit alors simplement comme produit scalaire :

$$y_k = C^T Z_k \tag{3}$$

$Z_k$  et  $C$  sont des vecteurs à  $(2q+1)M$  composantes à valeurs réelles.

Le vecteur  $C$  qui caractérise les paramètres de l'égaliseur, est estimé au cours d'une période d'apprentissage de  $L$  symboles. Le critère de moindres carrés est utilisé :

$$\sum_{k=0}^L (y_k - b_{k-delta})^2 \tag{4}$$

Il faut alors résoudre le système

$$R C = V \tag{5}$$

avec

$$R = \sum_{k=0}^L Z_k Z_k^T \tag{6}$$

$$V = \sum_{k=0}^L b_{k-delta} Z_k \tag{7}$$

Si la suite des données de la séquence d'apprentissage satisfait des propriétés de corrélation particulières, la variance des estimations de corrélation et d'intercorrélation Eq(6) et Eq(7), ne dépend pas de la suite des données de la séquence d'apprentissage et ces estimations sont non biaisées. Pour un canal stationnaire, la matrice de corrélation  $R$  est une matrice de Toeplitz par bloc de dimension  $2q+1$ , son inverse peut être calculé en utilisant un algorithme de Levinson Vectoriel de complexité  $(2q+1)^3 M^2$ . En fait, une complexité globale doit aussi tenir compte des opérations utilisées pour estimer la matrice de corrélation  $R$  et le vecteur d'intercorrélation  $V$ . Cela est décrit dans le tableau 3 en vue de réaliser une comparaison avec les algorithmes récursifs.

**ALGORITHME RECURSIF**

Pour un canal non stationnaire, l'algorithme récursif est indispensable pour s'adapter le mieux possible aux paramètres de l'égaliseur. Trois algorithmes sont envisageables. Deux algorithmes sont résumés dans les tableaux 1 et 2. Nous précisons chaque algorithme en définissant les notations utilisées.

Application de l'algorithme du gradient transversal

La minimisation de l'erreur quadratique peut s'effectuer récursivement par un algorithme de gradient stochastique décrit par la relation suivante :

$$C_{K+1} = C_K - \mu \epsilon_K X_K \tag{8}$$

Le pas d'adaptation  $\mu$  satisfait la relation  $0 < \mu < 2/\lambda_{max}$  où  $\lambda_{max}$  est la plus grande valeur propre de la matrice de corrélation de l'observation. La vitesse de convergence dépend de cette constante  $\mu$  à choisir en fonction du canal de transmission utilisé. Cette constante doit être petite pour assurer la convergence de l'algorithme. La complexité de cet algorithme est de  $(2q+1)M$  opérations par symbole. On peut montrer (cf.figure 3) que la vitesse de convergence de cet algorithme, même si le pas de gradient  $\mu$  est correctement choisi, ne peut pas identifier les coefficients de l'égaliseur sur une période d'apprentissage courte. Par contre, il peut être efficace après une première identification globale de l'égaliseur.

Application de l'Algorithme Gradient en Treillis

L'algorithme de moindres carrés appliqué au filtre en treillis est très compliqué (en nombre d'opérations) à mettre en oeuvre [7] surtout pour un égaliseur à suréchantillonnage [8]. Nous utilisons une version basée sur l'algorithme de gradient en treillis [9], relativement plus simple. Une comparaison entre ces deux algorithmes pour un égaliseur DFE synchrone a été étudié récemment par M. Ling [10]. Les formules de l'algorithme gradient en treillis sont résumées dans le tableau 2.

L'algorithme récursif basé sur la structure de treillis consiste tout d'abord à blanchir les signaux d'entrées et ensuite, on effectue un filtrage sur ces signaux blanchis. En fait, la structure de treillis permet d'obtenir

une matrice de corrélation dont les valeurs propres sont égales . Ainsi, la convergence de cet algorithme est améliorée considérablement par rapport au gradient direct [11] [12].

Le principe de l'algorithme de gradient en treillis consiste à appliquer l'algorithme de gradient à chaque étage d'un treillis indépendamment pour déterminer les coefficients de réflexion  $K_{m+1}^f$ ,  $K_{m+1}^b$ . De même, les coefficients de la partie filtage  $G_m$  sont estimés récursivement pour les ordres  $m=1,2, \dots, M$ . Ici, nous précisons simplement les notations :

$e_m^b(k-1)$  désigne l'erreur de prédiction à priori rétrograde d'un modèle AR d'ordre  $m$ , à l'instant  $k-1$  ;

$e_m^f(k-1)$  désigne l'erreur de prédiction à priori directe d'un modèle AR d'ordre  $m$ , à l'instant  $k-1$  ;

$\alpha_m^f(k-1)$  est la variance de l'erreur directe à l'ordre  $m$  ;

$\alpha_m^b(k-1)$  est la variance de l'erreur rétrograde à l'ordre  $m$  ;

$K_{m+1}^f(k-1)$  représente les coefficients de réflexions directes d'un modèle AR d'ordre  $m+1$ , à l'instant  $k-1$  ;

$K_{m+1}^b(k-1)$  représente les coefficients de réflexions rétrogrades d'un modèle AR d'ordre  $m+1$ , à l'instant  $k-1$  ;

$e_{m+1}(k)$  indique l'erreur d'un prédicteur-estimateur d'ordre  $m+1$ , à l'instant  $k$  ;

$G_m(k)$  sont les coefficients d'estimation d'ordre  $m$ , à l'instant  $k$ .

L'avantage de cet algorithme par rapport à un algorithme de type Kalman est qu'il est toujours stable même avec une condition initiale très mauvaise. Il est donc possible de l'utiliser dans l'étape initiale mais aussi dans l'étape adaptative lorsque le canal présente des variations rapides .

Tableau 1 : Algorithme de Gradient Transversal

Initialisation : ( à l'instant 0 )

$$C_N(0) = 0$$

Mise à jour du filtre : ( à l'instant  $kT$  )

$$e_N(k) = I(k) + C_N^T(k-1) X_N(k)$$

$$C_N(k) = C_N(k-1) - \mu e_N(k) X_N(k)$$

Algorithme de Kalman Rapide Vectoriel

L'algorithme des moindres carrés récursifs rapides (Kalman rapide) introduit par Ljung et al. [13] nécessite  $10 M (2q+1)^2$  opérations par itération . Il est d'une complexité comparable à celle du gradient stochastique en treillis . L'inverse de la matrice de covariance n'est pas calculé directement mais à partir d'un ensemble de vecteurs générateurs : le prédicteur directe, le prédicteur rétrograde et le gain de Kalman . Les simulations effectuées ont surtout montré les problèmes de stabilité des algorithmes rapides en phase de transmission . Pour de mauvais rapport signal à bruit (10 dB), cet algorithme n'est pas utilisable dans le contexte qui nous est imposé . Cependant, on peut remédier à ce type de problème en utilisant une procédure de réinitialisation de façon périodique [12] [14]. Un algorithme modifié est alors utilisable pour un canal en présence des variations rapides et pour un rapport signal à bruit faible.

**RESULTATS DE SIMULATIONS**

Pour comparer les performances entre l'égaliseur DFE transversal et l'égaliseur DFE en treillis, en termes de convergence initiale et de capacité de poursuite, nous avons effectué certaines simulations pour un canal stationnaire (canal de Rummier) et un canal non stationnaire.

Tableau 2 : Algorithme de Gradient en Treillis

Initialisation pour les ordres :  $m=0,1, \dots, p-1$

$$e_m^b(0) = 0$$

$$K_{m+1}^f(0) = 0$$

$$K_{m+1}^b(0) = 0$$

$$G_m(0) = 0, \quad G_p(0) = 0$$

Initialisation à l'instant 0 :

$$e_0^f(0) = e_0^b(0) = x(0)$$

$$e_0(0) = I(0)$$

Partie en treillis :  $m=1,2, \dots, p-1$

$$e_{m+1}^f(k) = e_m^f(k) + K_{m+1}^f(k-1) e_m^b(k-1)$$

$$e_{m+1}^b(k) = e_m^b(k-1) + K_{m+1}^b(k-1) e_m^f(k)$$

$$K_{m+1}^f(k) = K_{m+1}^f(k-1) [ I - e_m^b(k-1) e_m^{bT}(k-1) \alpha_m^{-bT}(k-1) ] - e_m^f(k) e_m^{bT}(k-1) \alpha_m^{-bT}(k-1)$$

$$\alpha_m^f(k) = \lambda \alpha_m^f(k-1) + e_m^f(k) e_m^{fT}(k)$$

$$K_{m+1}^b(k) = K_{m+1}^b(k-1) [ I - e_m^f(k) e_m^{fT}(k) \alpha_m^{-fT}(k) ] - e_m^b(k-1) e_m^{fT}(k) \alpha_m^{-fT}(k)$$

$$\alpha_m^b(k) = \lambda \alpha_m^b(k-1) + e_m^b(k) e_m^{bT}(k)$$

Partie transversale :  $m=0,1, \dots, p$

$$e_{m+1}(k) = e_m(k) + G_{m+1}^T(k-1) e_m^b(k)$$

$$G_{m+1}^T(k) = G_{m+1}^T(k-1) [ I - e_m^b(k) e_m^{bT}(k) \alpha_m^{-bT}(k) ] - e_m(k) e_m^{bT}(k) \alpha_m^{-bT}(k)$$

Tableau 3 : Comparaison de la complexité (p=2q+1)

algorithmes	nombre d'opération /symbole
non-itératif [15]	$2M^2p^2 + Mp - 3$ (total)
gradient en treillis	$7 M p^3 + 13 M p^2 + 2 M p$
gradient transversal	$2 M p$
Kalman rapide vectoriel	$9 M p^3 + 4 p^2 + 2 p + 2$

A . Convergence initiale :

Pour examiner la convergence initiale de l'algorithme récursif, le canal que nous avons considéré est celui qui possède un trajet secondaire atténué et retardé par rapport au trajet principal normalisé . Ceci correspond un creux de 25 dB dans le spectre du canal . Les résultats de simulation présentés dans la figure 3 montrent que l'égaliseur DFE en treillis utilisant l'algorithme gradient converge beaucoup plus vite que l'algorithme gradient transversal . ( pas d'adaptation  $\mu = 0.02$  )

B . Performance dans un canal non stationnaire :

Nous considérons un canal non stationnaire à deux trajets dont la phase du deuxième trajet varie linéairement au cours du temps . La variation maximale pendant un palier (200 symboles) est de  $\pi$  rads. Les résultats de simulation (figure 4) montrent que l'algorithme gradient transversal ne peut pas poursuivre les variations des paramètres du canal . Par contre, l'utilisation d'un égaliseur DFE sous la forme d'un treillis vectoriel présente certaines améliorations (figure 5) au niveau de la capacité de poursuite des variations rapides du canal .



## CONCLUSION :

L'utilisation d'un égaliseur autoadaptatif à décision dans la boucle a été étudiée, pour une modulation de type T.F.M. . L'égaliseur est représenté par un filtre transverse vectoriel à  $2q+1$  entrée et une sortie réelle. Un algorithme d'adaptation du gradient, sur une structure en treillis, a permis de montrer qu'il est possible de poursuivre les paramètres d'un canal de transmission rapidement variable au cours du temps. Une application envisagée, grâce à un égaliseur adaptatif, est d'augmenter la durée des paliers pour un transmission en EVF dans un environnement radio mobiles en zone urbaines. L'algorithme de gradient en treillis peut améliorer les performances de transmission.

## REFERENCE :

- [1] F. de Jager and C.B. Dekker, "Tamed frequency modulation economy in digital transmission," *IEEE Trans. Commun.*, Vol. COM-26, May 1978.
- [2] C.E. Sundberg, "Continuous phase modulation," *IEEE Commun. Magazine*, Vol. 24, No.4, pp. 25-38, April 1986.
- [3] Y. Grenier, "Modèles autorégressifs non stationnaires, modèles autorégressifs vectoriels et algorithme de Levinson," *Rapport interne de l'E.N.S.T.* 1983.
- [4] P.A. Laurent, "Exact and approximate construction of digital phase modulations by superposition of amplitude modulated pulses (AMP)," *IEEE Trans. on Commun.*, Vol. COM-34, No. 2, Feb. 1986.
- [5] Honig and G. Messerschmitt, *Adaptive filter*, Kluwer Academic Publ. 1984.
- [6] J.G. Proakis, *Digital Communications*, New York : Mc.Graw-Hill, 1983.
- [7] E.H. Satorius and J.D. Pack, "Application of least squares lattice algorithms to adaptive equalization," *IEEE Trans. Commun.*, Vol. COM-29, pp. 136-142, Feb. 1981.
- [8] F. Ling and J.G. Proakis, "Numerically robust least squares lattice-ladder algorithms with direct updating of the reflexion coefficients," *IEEE Trans. on Acoust. Speech and Signal Processing*, Vol. ASSP-34, No. 4, Aug. 1986.
- [9] E.H. Satorius and S.T. Alexander, "Channel equalization using adaptive lattice algorithms," *IEEE Trans. Commun.*, Vol. COM-27, pp. 899-905, June 1979.
- [10] F. Ling and J.G. Proakis, "Adaptive lattice decision feedback equalizers - Their performance and application to time variant multipath channels," *IEEE Trans. Commun.*, Vol. COM-33, pp. 348-356, April 1985.
- [11] J.Makhoul, "A class of all-zero lattice digital filters : Properties and applications," *IEEE Trans. on Acoust, Speech and Signal Processing*, Vol. ASSP-26, No. 4, Aug. 1978.
- [12] E. Eleftheriou and D.D. Falconer, "Adaptive equalization techniques for HF channels," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Vol. SAC-5, No-2, Feb. 1987.
- [13] D.D. Falconer and L. Ljung, "Application of fast Kalman estimation to adaptive equalization," *IEEE Trans. Commun.*, Vol. COM-26, pp. 1439-1446, Oct. 1978.
- [14] J.M. Cioffi and T. Kailath, "Fast recursive least squares transversal filters for adaptive filtering," *IEEE Trans. Acoust., Speech and Signal Processing*, Vol. ASSP-32, pp. 304-337, Apr. 1984.
- [15] M.D. Yucel et al., "A fast noniterative method for adaptive channel equalization," *IEEE Trans. on Commun.*, Vol. COM-31, No.7, July 1983.
- [16] F. Ling and J.G. Proakis, "A generalized least square lattice algorithm and its application to decision-feedback equalization," *in Proc.*

ICASSP, Paris, France, May 1982, pp. 1439-1446.

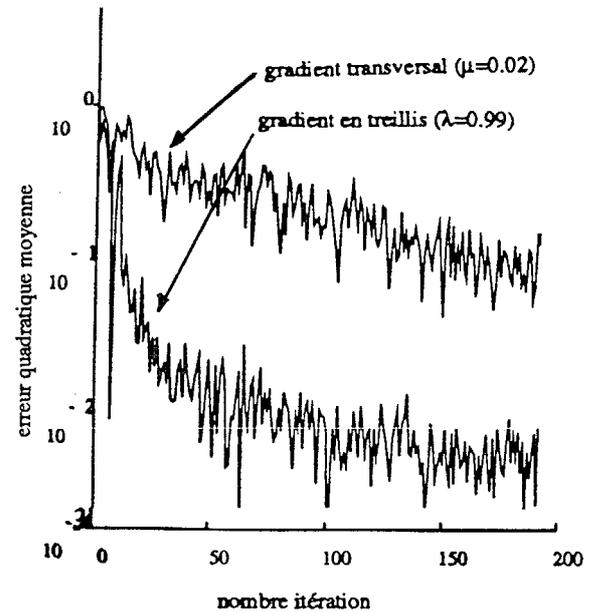


Figure 3 : Comparaison de convergence initial

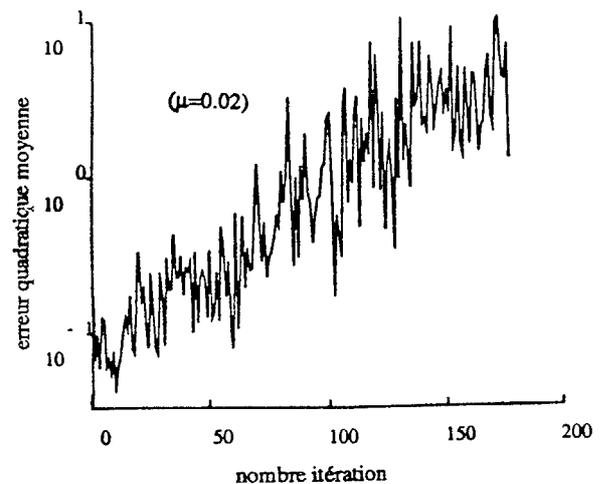


Figure 4 : Capacité de poursuite (filtre transversal)

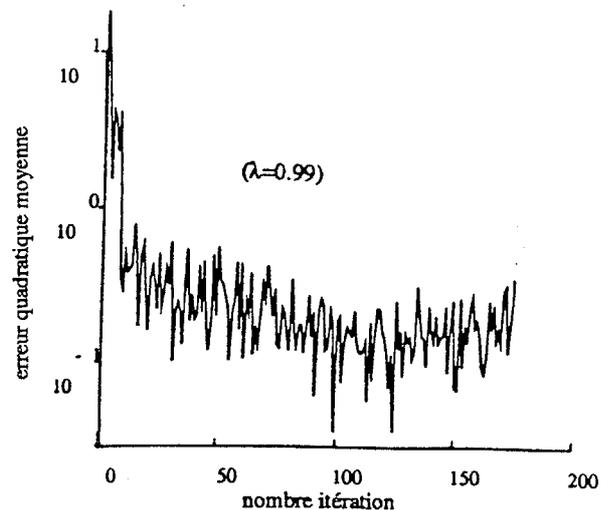


Figure 5 : Capacité de poursuite (filtre en treillis)