

# DIXIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

943



NICE du 20 au 24 MAI 1985

PERFORMANCE DES SONARS DE DETECTION EN PRESENCE DE REVERBERATION DE FOND  
WEIBULLIENNE \*

DETECTION SONAR PERFORMANCE IN WEIBULL BOTTOM REVERBERATION

Jean LE GALL

THOMSON-CSF D.A.S.M. -  
Route du Conquet - 29283 BREST CEDEXTHOMSON-CSF ASM Division  
Route du Conquet - 29283 BREST CEDEX - FRANCE

## RESUME

Les performances des sonars de détection sur écho, des cibles posées sur le fond marin, sont étudiées d'un point de vue statistique.

Le signal parasite de l'image sonar, qui est constitué essentiellement de la réverbération de fond, a été modélisé par une loi de probabilité de Weibull ; la loi de Rayleigh est un cas particulier. L'écho d'une cible d'index de réflexion constant suit alors une loi de Weibull Rice.

Des courbes de détection sont présentées pour différentes probabilités de fausse alarme ( $P_{FA} = 10^{-n}$ ,  $n = 2,4,6,8,10,12,14$ ) et différents paramètres de forme de la loi de Weibull  $p$  ( $1 \leq p \leq 3$ ). Ces courbes montrent que pour obtenir un même couple (probabilité de détection  $P_D$ , probabilité de fausse alarme  $P_{FA}$ ), il est nécessaire pour  $p < 2$  d'avoir un rapport signal sur bruit plus élevé que pour  $p = 2$  (loi de Rayleigh) ; quand  $p > 2$ , un rapport signal sur bruit plus faible est suffisant.

Certains traitements destinés à améliorer la détection des cibles sont ensuite exposés : l'intégration des images successives qui lisse le signal parasite décorréolé, la normalisation des images qui régule le taux de fausse alarme et élimine le relief du fond marin, la détection séquentielle où des décisions sont prises en effectuant des tests optimaux, adaptés à l'environnement.

## SUMMARY

The performance of sonars which detect targets lying on the sea bottoms are studied from a statistical point of view.

The masking background of the sonar image, which is mainly composed of bottom reverberation, has been modeled after linear reception by a non stationary Weibull distribution, which includes the Rayleigh distribution. The echo of a steady target is then Weibull-Rice distributed.

Detection curves are presented for various probabilities of false alarm ( $P_{FA} = 10^{-n}$ ,  $n = 2,4,6,8,10,12,14$ ) and various shape parameters of the Weibull distribution ( $1 \leq p \leq 3$ ). For a same ( $P_D, P_{FA}$ ), these curves show that, for  $p < 2$ , it is necessary to have a higher signal to interference ratio than for  $p = 2$  (Rayleigh distribution), whereas, for  $p > 2$ , a lower signal to noise ratio is sufficient.

Video processings such as ping to ping integration, normalization and sequential detection are then introduced to improve targets detection.

\* Etude soutenue en partie par la Direction des Recherches, Etudes et Techniques - PARIS - FRANCE.



1. INTRODUCTION

Les performances des sonars de détection sur écho de cibles posées sur le fond marin dépendent du contraste entre le niveau de l'écho de la cible et le niveau du signal parasite, constitué de la réverbération (fond, surface, volume de la mer) et des bruits (électrique, acoustique) mais aussi des distributions de l'écho et du signal parasite.

Le signal parasite présent sur les images produites par un sonar détecteur de cibles posées sur le fond marin, a été modélisé par une distribution de Weibull non stationnaire dont les paramètres dépendent de la nature du fond marin et de la rasance. [1] (la loi de Rayleigh est un cas particulier).

On étudie ici d'abord les performances des sonars de détection dans un environnement weibullien en terme de (probabilité de détection, probabilité de fausse alarme). Puis on expose certains traitements destinés à améliorer la détection des cibles.

2. PERFORMANCES DES SONARS DE DETECTION

2.1 Distribution du signal parasite [1]

Le signal parasite suit une loi de Weibull dont la densité de probabilité est :

$$p(x) = \left(\frac{x}{q}\right)^{p-1} \left(\frac{p}{q}\right) \exp\left[-\left(\frac{x}{q}\right)^p\right] \quad x \geq 0$$

Les lois de Laplace (p = 1) et de Rayleigh (p = 2) sont des cas particuliers.

Les paramètres p et q dépendent de la nature du fond marin et de la rasance. Sur un fond accidenté, où la détection des cibles est difficile, p est proche de 1 et q est important. Ceci se traduit par un accroissement du nombre de fausses alarmes à seuil fixe. Après plusieurs essais, les fonds marins ont été classés en trois catégories pour lesquelles le paramètre p varie entre une valeur à courte distance et une valeur à grande distance.

Type du fond marin	p
A	2 — 3
B	1,5 — 3
C	1 — 3

2.2 Distribution de l'écho dans le signal parasite

On considère une cible dont l'écho propre est stable, (cas d'une cible sphérique totalement insonifiée) En présence d'un signal parasite weibullien, la sortie d'un détecteur d'enveloppe est :

$$x = \sqrt{w^2 + 2Ew \cos \phi + E^2}$$

où w représente le signal parasite weibullien, E l'amplitude du signal et φ une phase supposée uniformément répartie entre [0, 2π].

La densité de probabilité de x (densité de Weibull Rice par analogie avec la loi de Rice) est alors [2] :

$$p_{WR}(x, E) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left[ p_0(\sqrt{x^2 - E^2 \sin^2 y - E \cos y}) + p_0(-\sqrt{x^2 - E^2 \sin^2 y - E \cos y}) \right] \frac{x}{\sqrt{x^2 - E^2 \sin^2 y}} dy$$

où p<sub>0</sub> est la densité de Weibull, supposée de médiane unité, c'est-à-dire telle que q<sup>p</sup> =  $\frac{1}{\text{Log}2}$ . E est alors le rapport de l'amplitude de l'écho à la médiane du signal parasite.

Des tracés des densités de Weibull et de Weibull Rice sont présentés (Fig. 1). On peut noter que quand p < 2, la densité de Weibull Rice possède un pic important qui s'atténue cependant quand p → 2. Pour p = 2, on obtient la densité de Rice qui peut être approchée par une loi normale quand le rapport signal sur bruit E est important. Quand p > 2, la densité possède un minimum local pour x = E, plus prononcé quand p croît, de même que les deux maxima locaux qui l'entourent.

2.3 Courbes de détection (courbes C.O.R.)

Ces courbes sont calculées pour différents paramètres de forme p. Pour un seuil T, la probabilité de fausse alarme est :

$$P_{FA} = \int_T^\infty p_0(x) dx = \exp\left[-\left(\frac{T}{q}\right)^p\right]$$

la probabilité de détection est :

$$P_D = 1 - F_{WR}(T)$$

où [2] :

$$F_{WR}(T) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left[ F_W(\sqrt{T^2 - E^2 \sin^2 y - E \cos y}) - F_W(-\sqrt{T^2 - E^2 \sin^2 y - E \cos y}) \right] dy$$

$$F_W(u) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{u}{q}\right)^p\right]$$

Les courbes C.O.R. sont tracées dans le cas d'une cible stable pour plusieurs paramètres p. Le contraste est le rapport signal sur médiane du signal parasite (20 log E). (Fig. 2). Ces courbes mettent en évidence que pour un couple (P<sub>D</sub>, P<sub>FA</sub>) donné, quand p < 2, il est nécessaire d'avoir un rapport signal sur bruit plus élevé que pour p = 2 (loi de Rayleigh), alors que, pour p > 2, un rapport signal sur bruit plus faible est suffisant.

Le tableau ci-dessous indique l'accroissement en rapport signal sur bruit nécessaire, relativement à l'hypothèse de Rayleigh, pour obtenir (P<sub>D</sub> = 0,95 ;

$$P_{FA} = 10^{-6}) :$$

p	1	1,2	1,6	2	2,4	2,8
Δ(S/B) <sub>dB</sub>	11,7	7,7	2,8	0	-1,8	-3

Les résultats sont en accord avec la réalité observée en mer, à savoir que la détection des cibles est plus difficile sur des fonds de type C pour lesquels p est proche de 1 à courte distance. Ces courbes ne sont valables que lorsque la cible est stable, ce qui n'est pas toujours le cas. Les fluctuations de la cible ont tendance à réduire la probabilité de détection quand elle est élevée et à l'accroître quand elle est faible. D'autre part, si la cible est étendue, le niveau de réverbération de fond est réduit et la détection des cibles à forte probabilité de détection est encore améliorée.



### 3. AMELIORATIONS DE LA DETECTION

#### 3.1 Intégration des images successives

L'intégration d'images consiste à intégrer point à point les images associées aux récurrences successives après recalage des déplacements interimages. [3] On admet que la durée d'intégration  $N$  est fixe.

Si le signal parasite, en particulier la réverbération de fond, est décorrélié d'une récurrence à la suivante, la réduction de la variance est proportionnelle au nombre d'images intégrées. Si maintenant l'écho de la cible est stable et si les recalages sont suffisamment précis, ceci se traduit par un accroissement du contraste écho sur signal parasite.

Pour obtenir le même couple (probabilité de détection  $P_D$ , probabilité de fausse alarme  $P_{FA}$ ), on peut alors tolérer dans le cas d'un système sonar avec intégration d'images, un rapport signal sur bruit plus faible que dans un système sans intégration. Le gain en rapport signal sur bruit dépend des lois de probabilité. Pour des lois de (Rayleigh, Rice), le gain est approximativement de  $7 \log N$  pour  $N = 10$  alors que pour des lois de (Weibull ( $p = 1/2$ ), Weibull-Rice ( $p = 1,2$ )), il peut atteindre  $12 \log N$ . [4]

En présence de corrélation interimages, le gain est limité du fait que la réduction de variance est moindre.

Le recalage interimages doit être précis, de l'ordre de la durée de l'écho recherché afin d'éviter des pertes d'intégration sur le niveau de l'écho. Ceci nécessite de connaître les déplacements de l'antenne sonar (obtenus par exemple par intégration des vitesses mesurées par un sonar à effet Doppler) et ses mouvements angulaires. Une autre technique de recalage est de déterminer localement une intercorrélation bidimensionnelle des images successives, le déplacement étant calculé à partir du pic de l'intercorrélation : il est alors nécessaire que les images successives soient corrélées.

#### 3.2 Normalisation de l'image

La normalisation a pour but de réguler le taux de fausse alarme de l'image mais aussi d'éliminer les composantes basse fréquence dues au relief du fond marin qui introduisent la corrélation interimages. Ceci nécessite d'estimer localement un certain nombre de paramètres statistiques du signal parasite avant d'effectuer le traitement adéquat.

Une première approche pour réguler le taux de fausse alarme à seuil fixe consiste à réaliser l'opération  $x_n = \frac{X - \hat{m}}{\hat{\sigma}}$  où  $x_n$  est l'amplitude normalisée de  $X$ ,  $\hat{m}$  et

$\hat{\sigma}$  des estimées locales de la moyenne et de l'écart type du signal parasite. Cette normalisation, qui est bien adaptée à la loi de Gauss (caractère gaussien conservé), doit cependant être précédée dans le cas d'un signal weibullien par un récepteur logarithmique si l'on désire une régulation effective du taux de fausse alarme. [5]

$Z = \log X$  suit en effet une loi dont la densité est :

$$p(Z) = \frac{1}{b} \exp\left(\frac{Z-a}{b}\right) - \exp\left(\frac{Z-a}{b}\right)$$

$$\text{où } q = \exp(a) \text{ et } p = \frac{1}{b}$$

$$\text{On montre que } a = m_z + \gamma b \text{ et } b = \frac{\sigma_z \sqrt{6}}{\pi}$$

où  $\gamma$  est la constante d'Euler ( $\gamma = 0,577$ ) de sorte

qu'une normalisation  $\frac{Z-m}{\sigma}$  est adaptée et donne naissance à une loi indépendante de  $p$  et  $q$ .

La fenêtre d'estimation de  $m$  et  $\sigma$  doit avoir une dimension de l'ordre de la durée de stationnarité du signal parasite (on suppose ici que le signal est décorrélié).

Cette fenêtre peut être :

. à trou central, adapté à la durée de l'écho recherché : on n'affecte pas ainsi  $\hat{m}$  et  $\hat{\sigma}$  par la présence d'un écho au centre de la fenêtre, c'est-à-dire présent au point de normaliser.

. à tri : on élimine ainsi les effets dus à la présence d'un écho présent dans les 2 demi-fenêtres. Le tri doit cependant rester limité, car en l'absence d'écho de cible, on biaise l'estimation de  $m$  et  $\sigma$ .

Pour éliminer sur l'image sonar les détails du fond marin dont les dimensions sont bien supérieures à celles des cibles recherchées, les normes précédemment proposées peuvent convenir. La longueur de la fenêtre d'estimation doit ici être adaptée à la durée de corrélation du signal, de manière à suivre localement ses variations basses fréquences.

#### 3.3 Détection séquentielle

La durée  $n$  de l'intégration est ici aléatoire et dépend de l'évolution d'une note associée à une piste qui a été initialisée à partir de dépassements consécutifs de seuils.

L'intégration peut être optimale et adaptée à l'environnement. La note est alors le logarithme du rapport de vraisemblance  $\log \Lambda(x)$  où

$$\Lambda(x) = \frac{P_1(x)}{P_0(x)} ; P_1(x) \text{ et } P_0(x) \text{ sont les densités de}$$

probabilité de l'écho et du signal parasite fixées a priori ou précisées par une estimation locale de l'environnement. On montre que l'espérance  $E(n)$  est alors inférieure à  $N$ , nombre d'images nécessaires pour obtenir le même ( $P_D, P_{FA}$ ) quand la durée d'intégration est fixe.

Les pistes initialisées sont poursuivies en recherchant l'écho d'amplitude la plus élevée dans une fenêtre centrée sur une position prédite, obtenue à partir de mesures des déplacements du sonar. Les dimensions de la fenêtre de recherche sont liées à la précision des mesures et aux dimensions de la cible recherchée.

On introduit alors un seuil haut  $A = \log \frac{P_D}{P_{FA}}$  et un seuil bas  $B = \log \frac{1-P_D}{1-P_{FA}}$  dépendant du

couple ( $P_D, P_{FA}$ ) désiré en sortie du détecteur. Des décisions de présence ou d'absence de cible sont prises en fonction du dépassement du seuil haut ou bas par la note  $\log \Lambda$ . Si la note est comprise entre les deux seuils, l'intégration se poursuit.

Des tracés de  $\log \Lambda$  sont présentés (Fig. 3) en supposant que la cible est non fluctuante. Une modélisation simple du logarithme du rapport de vraisemblance est délicate du fait de la variété des courbes obtenues. Pour  $p = 2$  (lois de Rayleigh et Rice), on obtient cependant :

$$\log \Lambda(x) = -\log 2 \cdot E^2 + \log \left[ I_0(2 \cdot \log 2 \cdot Ex) \right]$$

( $x$  et  $E$  sont normalisés par rapport à la médiane de la loi de Weibull)



Des simplifications sont possibles :

$$Ex \ll 1 \Rightarrow \text{Log} \Lambda(x) \cong -E^2 \cdot \text{Log} 2 + E^2 \text{Log}^2 \cdot x^2$$

$$Ex \gg 1 \Rightarrow \text{Log} \Lambda(x) \cong -E^2 \cdot \text{Log} 2 + 2 \text{Log} 2 \cdot Ex - \frac{1}{2} \text{Log} [2 \pi (\text{Log} 2 \cdot Ex)]$$

La dernière expression peut être approchée par une fonction linéaire de x.

Les tests optimaux à effectuer sont ainsi dans un cas (E faible) une intégration quadratique ( $\Sigma x_i^2$ ) et dans l'autre cas (E élevé) une intégration linéaire ( $\Sigma x_i$ ).

Si maintenant on suppose que l'écho de la cible dans le signal parasite weibullien W (p, q<sub>0</sub>) suit une loi de Weibull W (p, q<sub>1</sub>) on obtient :

$$\text{Log} \Lambda(x) = p \text{Log} \frac{q_0}{q_1} - \left( \frac{1}{q_1^p} - \frac{1}{q_0^p} \right) x^p$$

Le traitement optimum consiste alors à calculer pour chacune des pistes  $\Sigma x_i^p$  où x<sub>i</sub> est l'échantillon associé à l'image i.

On montre [6] que l'espérance du nombre d'images nécessaires pour détecter une cible, est, si le détecteur est toujours adapté :

$$(1-P_D) \text{Log} \frac{1-P_D}{1-P_{FA}} + P_L \text{Log} \frac{P_D}{P_{FA}}$$

$$E(n) = \frac{\dots}{E(\text{Log} \Lambda)}$$

En supposant que l'écho et le signal parasite suivent une loi de Weibull de même paramètre p, on obtient pour p = 1 et p = 2 :

p	E (Log Λ)
1	- Log [Ē · Log 2] - 1 + Ē · Log 2
2	- Log [4/π · Ē² · Log 2] - 1 + 4/π · Ē² · Log 2

Ē est ici le rapport entre la valeur moyenne de l'écho et la médiane du signal parasite. On en déduit alors l'évolution de E(n) en fonction du rapport signal sur bruit (20 log Ē) pour (P<sub>D</sub> = 0,95 ; P<sub>FA</sub> =

10<sup>-6</sup>) et p = 1 et 2. Ces courbes montrent (fig. 4) une fois de plus que la détection des cibles est plus difficile quand p = 1. On note également que le gain d'intégration est plus élevé quand p = 1 (14 dB au lieu de 7 dB pour E(n) = 10). Cependant quand p = 1 et E(n) = 10, il est encore nécessaire de disposer d'un rapport signal sur bruit supérieur de 8 dB relativement à p = 2 pour atteindre le même (P<sub>D</sub>, P<sub>FA</sub>).

[1] J. LE GALL  
"Simulation de séquences d'images du fond marin obtenues à l'aide d'un sonar détecteur d'objets". 9ème colloque GRETSI - Nice - 16-20 mai 1983

[2] A.A.NILLSSON, T.H. GLISSON  
"On the derivation and numerical evaluation of the Weibull Ricean distribution" IEEE Trans. Vol AES 16,6, p 864-867, Nov. 1980

[3] D. LEBARBE, G. GRALL, J. JOSEPH  
"Amélioration du contraste des objets sous-marins par rapport à la réverbération de fond par addition de plusieurs récurrences successives". 7ème colloque GRETSI - Nice - 28 Mai - 2 Juin 1979

[4] D.C.SCHLEHER  
"Radar detection in Weibull clutter" IEEE Trans. vol AES 12, 6, p. 736-743, Nov. 1976

[5] W.J. SZAJNOWSKI  
"Discrimination between log-normal and Weibull clutter" IEEE Trans. vol AES 13. n° 5 p 480-485, Sept 1977

[6] DI FRANCO, RUBIN  
"Radar Detection" Prentice Hall Inc. Englewood cliffs. N.J. 1968

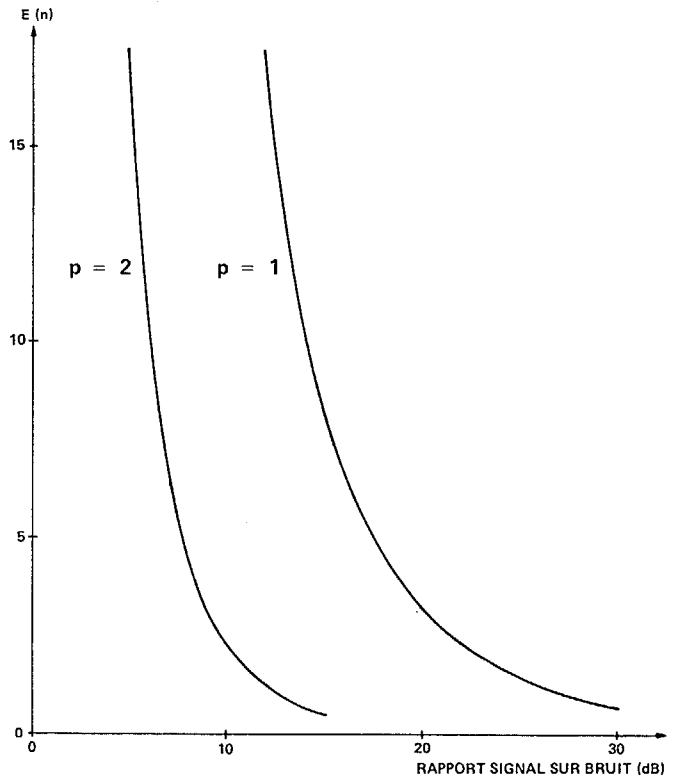


Fig. 4 - Espérance du nombre d'images (Echo : Weibull, Bruit : Weibull) (P<sub>D</sub> = 0,95 ; P<sub>FA</sub> = 10<sup>-6</sup>)

PERFORMANCE DES SONARS DE DETECTION EN PRESENCE DE REVERBERATION DE FOND WEIBULLIENNE  
 DETECTION SONAR PERFORMANCE IN WEIBULL BOTTOM REVERBERATION

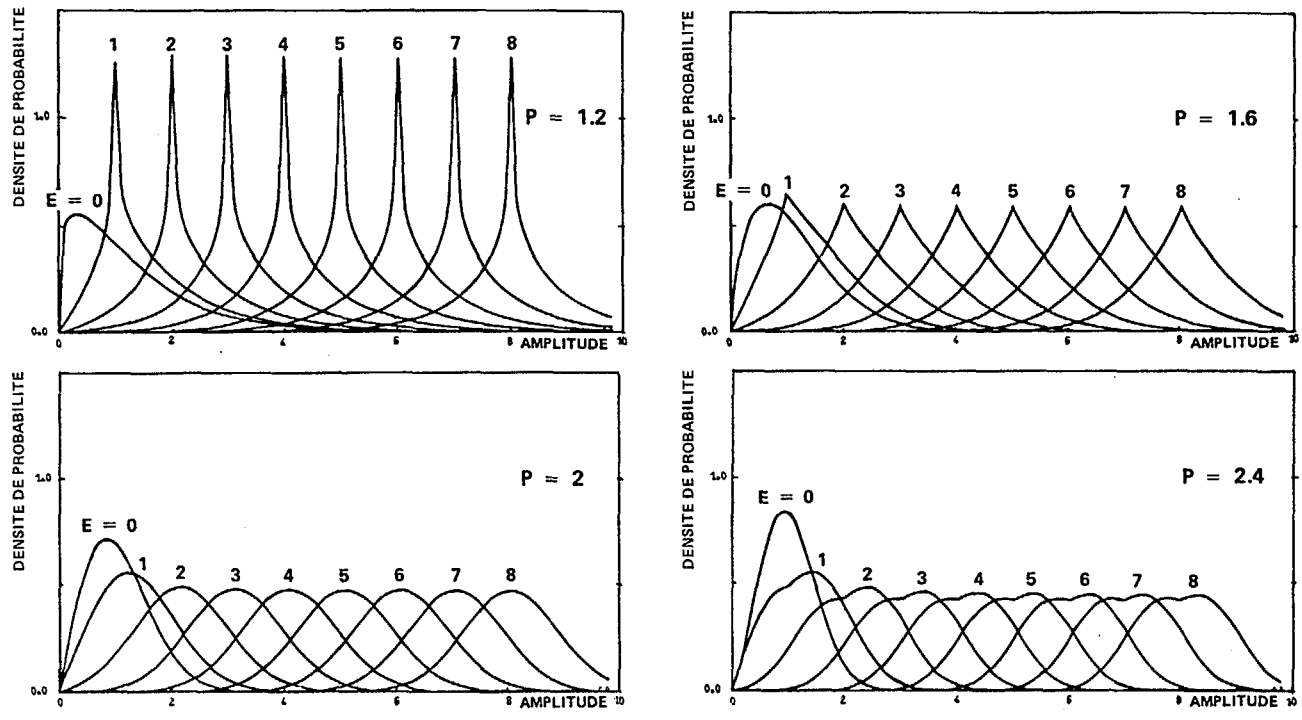


Fig. 1 — Densités de probabilité de Weibull-Rice

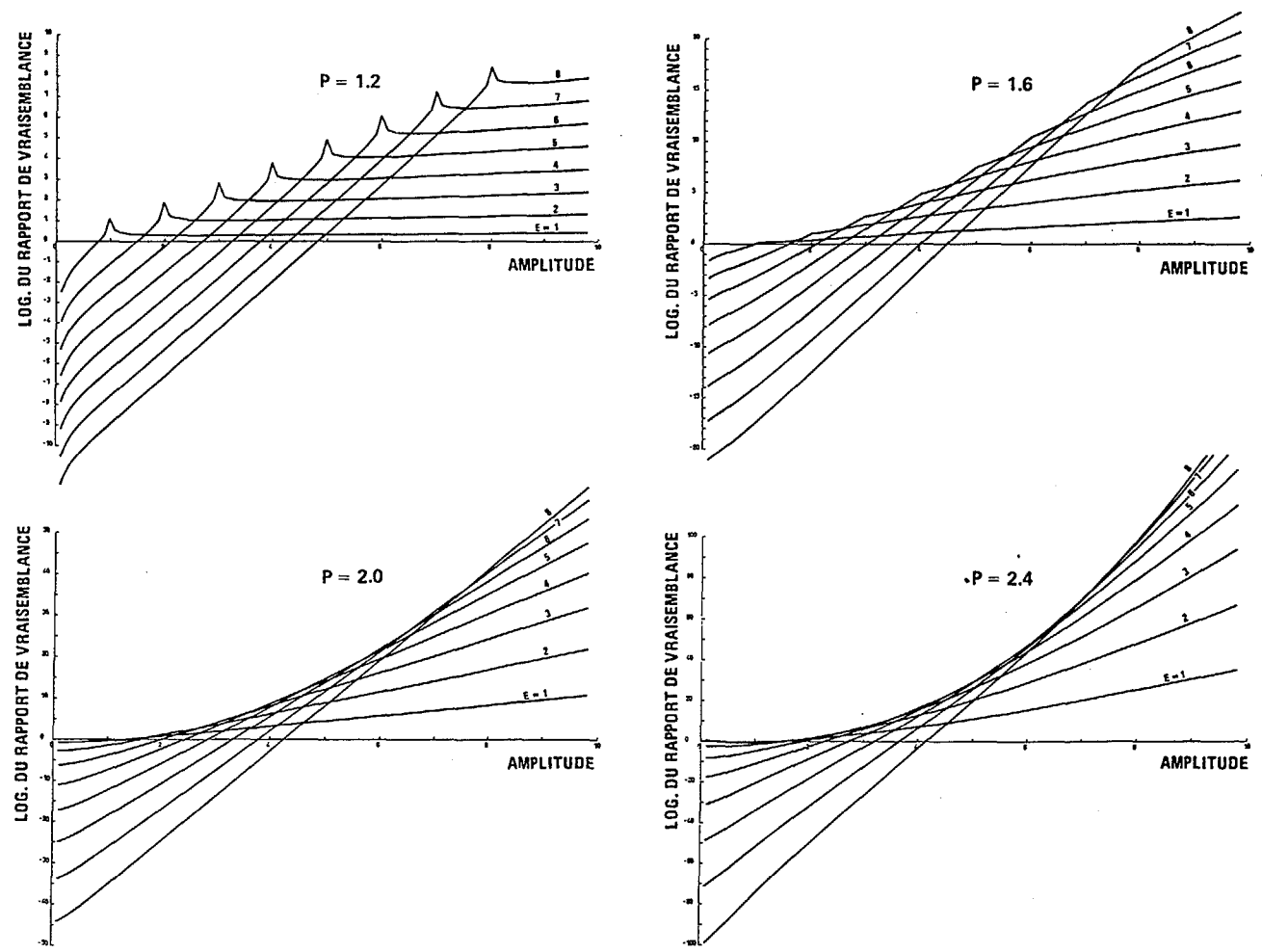


Fig. 3 — Logarithmes du rapport de vraisemblance  
 (Echo : Weibull-Rice, Bruit : Weibull)



PERFORMANCE DES SONARS DE DETECTION EN PRESENCE DE REVERBERQTION DE FOND  
 WEIBULLIENNE  
 DETECTION SONAR PERFORMANCE IN WEIBULL BOTTOM REVERBERATION

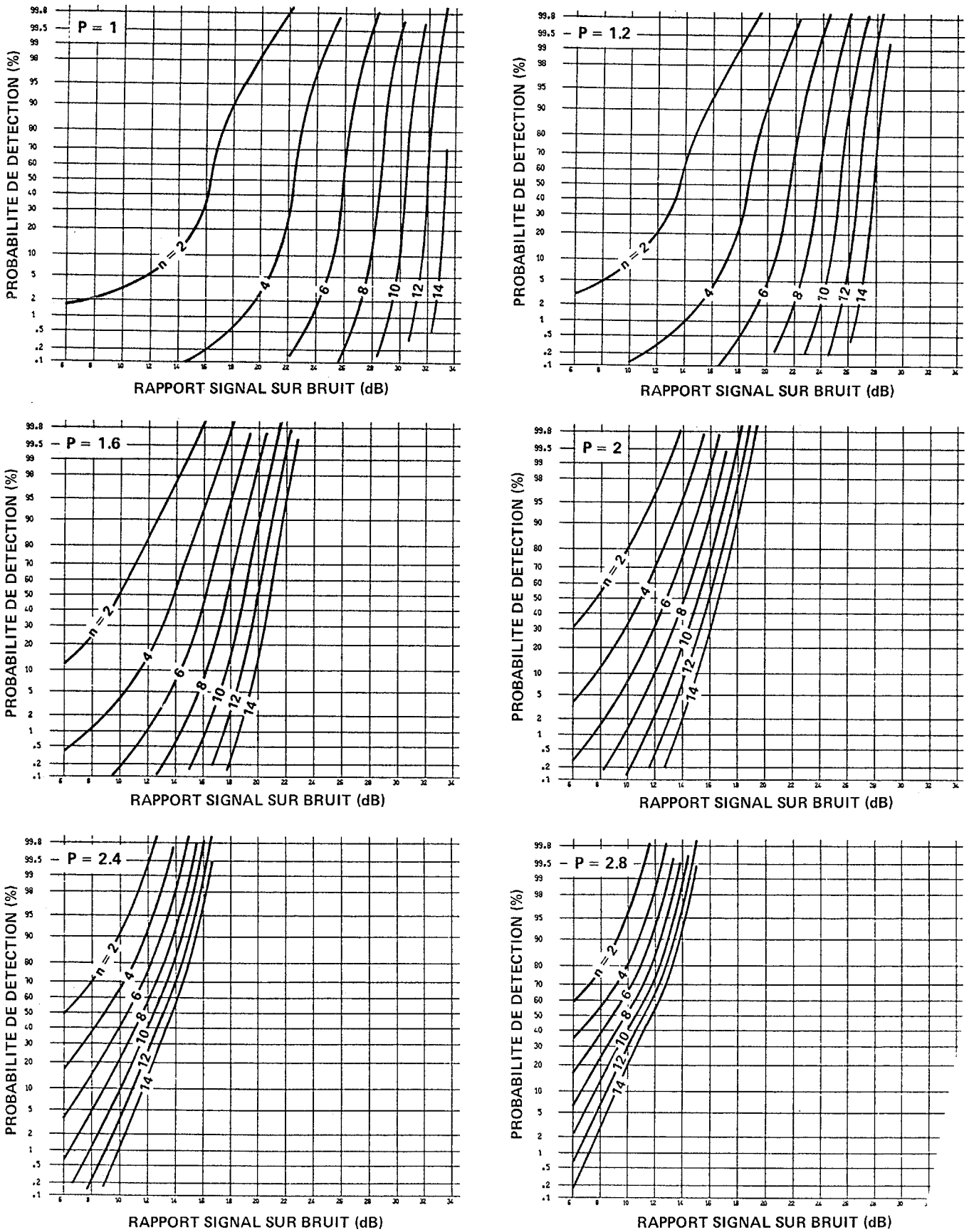


Fig. 2 — Courbes de détection dans un bruit Weibullien  
 ( $P_{FA} = 10^{-n}$  ;  $n = 2,4,6,8,10,12,14$ )