

DIXIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

763



NICE du 20 au 24 MAI 1985

PROBLEMES LIES A LA RECONSTRUCTION D'IMAGES
PAR TOMOGRAPHIE MICROONDE ET ULTRASONORE
Première partie : Imagerie quantitative

My-Ahmed EL KHALIFA, Christian PICHOT,
Dominique LESSELIER, Bernard DUCHENE et Walid TABBARA.

Laboratoire des Signaux et Systèmes (CNRS/ESE) Groupe d'Electromagnétisme, Plateau du Moulon, 91190 GIF/YVETTE

RESUME

A partir des algorithmes développés dans le cadre de l'imagerie active, microonde ou ultrasonore, par diffraction, on aborde ici les problèmes liés à l'imagerie quantitative d'objets diélectriques dissipatifs ou fluides, respectivement. Il s'agit dans un premier temps de chercher quelles peuvent être les sources d'erreur induites sur la fonction reconstruite puis dans un deuxième de chercher à extraire de cette fonction les paramètres électromagnétiques ou acoustiques de l'objet ou du corps sous investigation.

Dans une première partie les principes théoriques de la méthode d'imagerie active, microonde ou ultrasonore, par transmission ou par réflexion sont brièvement décrits. Dans une seconde partie, des simulations numériques sur des objets de caractéristiques données permettent d'évaluer la sensibilité de la méthode de reconstruction à certains paramètres comme la longueur de la ligne de mesure ; l'emploi de filtres de Fejer ou de Riesz permet de circonvenir dans certains cas la nécessité d'utiliser de grandes lignes de mesure. Enfin, on expose des procédures permettant d'extraire les caractéristiques intrinsèques de l'objet (permittivité diélectrique et conductivité en électromagnétisme ou célérité et atténuation dans le cas acoustique).

SUMMARY

Algorithms developed in the frame of active diffraction tomography in microwave or ultrasonic domain enable us to consider the quantitative imaging of lossy dielectric or fluid targets, respectively. The origin of the errors that appear on the reconstructed function and the reconstruction of the electromagnetic or acoustic parameters of the targets from this function are both under investigation herein.

In the first part of this paper, the theoretical principles of the active microwave or acoustic, imaging method used in transmission or in reflection are briefly described. In the second part, numerical simulations on objects with given characteristics allow the evaluation of the reconstruction method sensitivity to some parameters as the length of the probing line; the use of Fejer or Riesz filters can circumvent in some cases the need of long probing lines. Finally, procedures for the retrieval of intrinsic characteristics of the object (dielectric permittivity and conductivity in electromagnetics or celerity and attenuation in acoustics) are exposed.



PROBLEMES LIES A LA RECONSTRUCTION D'IMAGES
PAR TOMOGRAPHIE MICROONDE ET ULTRASONORE
Première partie : Imagerie quantitative

I - INTRODUCTION

Au cours de ces dernières années, on a pu assister à un développement sans précédent des différentes méthodes et techniques d'imagerie à usage médical. Les rayons X, l'échographie ultrasonore et plus récemment la résonance magnétique nucléaire en sont les exemples les plus caractéristiques.

L'imagerie active, microonde et acoustique, présentée ici est basée sur une interprétation des phénomènes de diffraction électromagnétique (em) ou acoustique (ac) apparaissant aussi bien à l'intérieur qu'à l'extérieur de l'objet. Cette interprétation est rigoureuse dans la mesure où aucune hypothèse restrictive (du type propagation en ligne droite ou approximation au 1er ordre de Born ou Rytov) n'est faite sur la nature des phénomènes de diffraction.

L'objet considéré est un cylindre de section quelconque inhomogène diélectrique avec pertes (cas em) ou fluide (cas ac) immergé dans un milieu homogène (l'eau par exemple), de caractéristiques connues, et illuminé successivement sous différentes incidences par une onde soit plane polarisée rectilignement selon les génératrices du cylindre (em) soit de compression (ac).

A partir de l'échantillonnage (typiquement chaque $\lambda/2$ où λ est la longueur d'onde dans le milieu homogène environnant) du champ diffracté sur une ligne de mesure, située dans le milieu extérieur, perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde incidente, on accède par une méthode spectrale à la carte des courants de polarisation induits à l'intérieur de l'objet par le champ incident.

Ces courants sont représentés par une fonction à valeurs complexes dépendant des caractéristiques électromagnétiques (permittivité, conductivité) et acoustiques (célérité, atténuation) de l'objet mais ces courants dépendent aussi du champ interne au point considéré.

Le problème de l'imagerie qualitative ayant déjà été étudié dans différents articles [1-5], il s'agit maintenant d'aborder celui de l'imagerie quantitative. Ainsi dans un premier temps, on étudiera les valeurs des courants de polarisation obtenus par la méthode spectrale en fonction de certains paramètres qui peuvent être sources d'erreur (longueur de la ligne de mesure, troncature du spectre par exemple). Puis dans un deuxième temps, il s'agit d'extraire des courants de polarisation, les paramètres électromagnétiques (permittivité diélectrique, conductivité) ou acoustiques (célérité, atténuation) caractéristiques de l'objet intrinsèque.

Il est à noter que dans certains cas, acoustiques en particulier, la dimension des objets considérés est relativement grande devant la longueur d'onde (de quelques λ au minimum) ; ce qui est une difficulté supplémentaire dans la résolution numérique du problème direct (calcul des champs pour un objet donné) pour la comparaison avec la méthode inverse spectrale. Il faut aussi remarquer que, bien que la solution du problème inverse présentée ici suppose rigoureusement que l'objet considéré soit de forme cylindrique, cette technique peut être appliquée à l'imagerie d'objets de volume limité, ainsi qu'il y a été montré expérimentalement (image microonde d'un rein de cheval [2-3] ou ultrasonore d'un coeur de lapin [6], sous forme de coupes successives; ceci est possible si l'extension "en hauteur" de l'onde incidente est faible et le couplage entre les différentes coupes de l'objet négligeable. Indiquons enfin que la théorie de base sur laquelle nous nous appuyons et divers résultats numériques et expérimentaux peuvent être trouvés en [3], [5], publications auxquelles nous ferons constamment référence.

II - THEORIE BIDIMENSIONNELLE

Soit un objet (fluide dans le cas acoustique) inhomogène de forme cylindrique dont les génératrices sont parallèles à Oz, de section S arbitraire et caractérisé par une permittivité diélectrique $\epsilon_S(x, y)$ et une conductivité $\sigma_S(x, y)$ (cas em) ou une célérité $C_S(x, y)$ et une atténuation $\alpha_S(x, y)$ (cas ac). Le milieu extérieur est supposé homogène et caractérisé par une permittivité diélectrique ϵ et une conductivité σ (cas em) ou une célérité C et une atténuation $\alpha = 0$ (cas ac). Cet objet est illuminé par une onde plane E^i polarisée rectilignement selon l'axe Oz (cas em) ou une onde de compression d'amplitude p^i (cas ac) (voir Fig. 1).

Dans le cas acoustique, seules les ondes de compression se propagent (l'objet étant un fluide); de plus on supposera que les variations de densité sont négligeables (cas des tissus biologiques).

Il est à noter que dans le cas électromagnétique, du fait de la polarisation du champ incident E^i et de la symétrie cylindrique de l'objet, le vecteur E est réduit à sa seule composante E_z suivant l'axe Oz.

Le champ total E résultant de l'interaction du champ incident E_z^i ou p^i avec l'objet peut être représenté de manière exacte sous la forme intégrale suivante [3] :

$$\xi(x, y) = \xi^i(x, y) + \iint_S (k_S^2(x', y') - k^2) \xi(x', y') G(x, y, x', y') dx' dy' \quad (1)$$

pour tout point à l'intérieur et à l'extérieur de l'objet avec

$$k_S(x, y) = \begin{cases} \sqrt{\omega \mu_0 \epsilon_S(x, y) + i \omega \mu_0 \sigma_S(x, y)} & \text{(cas em)} \\ \frac{\omega}{C_S(x, y)} + i \alpha_S(x, y) & \text{(cas ac)} \end{cases} \quad (2)$$

$$k = \begin{cases} \sqrt{\omega \mu_0 \epsilon + i \omega \mu_0 \sigma} & \text{(cas em)} \\ \frac{\omega}{C} & \text{(cas ac)} \end{cases} \quad (3)$$

$$\xi(x, y) \begin{Bmatrix} E(x, y) \\ P(x, y) \end{Bmatrix} \quad \xi^i(x, y) = \begin{Bmatrix} E_z(x, y) \\ P(x, y) \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$$G(x, y; x', y') = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}) \quad (5)$$

($H_0^{(1)}$: fonction de Kankel d'ordre zéro est de première espèce.).

La solution du problème direct (calcul du champ $\xi(x, y)$ à partir de la connaissance des caractéristiques géométriques, électromagnétiques ou acoustiques de l'objet pour un champ incident donné) peut être obtenu au moyen de la méthode des moments [3] ou dans certains cas avec une technique itérative ayant comme point de départ l'approximation de Born [5].

Dans le cas général où la direction de propagation de l'onde incidente fait un angle θ avec l'axe Oy, les quantités $\xi(x, y)$ et $\xi^i(x, y)$ dépendent de θ et seront notées dorénavant $\xi(\theta; x, y)$ et $\xi^i(\theta; x, y)$.

Soit une ligne de mesure \mathcal{L} , perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde incidente et située en dehors de l'objet à une distance d (en valeur absolue) de l'origine 0, on introduit alors les courants de polarisation normalisés (par rapport à E_z^i ou p^i) $K(\theta; x, y)$ au moyen de la relation :

$$K(\theta; x, y) = (k_S^2(x, y) - k^2) (1 + \psi(\theta; x, y)) \quad (6)$$



PROBLEMES LIES A LA RECONSTRUCTION D'IMAGES
PAR TOMOGRAPHIE MICROONDE ET ULTRASONORE
Première partie : Imagerie quantitative

$$\text{avec } \psi(\theta; x, y) = \frac{\xi^d(\theta; x, y)}{\xi^i(\theta; x, y)} \quad (7)$$

$$\xi^i(\theta; x, y) = e^{ik(x \cos \theta + y \sin \theta)} \quad (8)$$

$$\xi^d(\theta; x, y) = \xi(\theta; x, y) - \xi^i(\theta; x, y)$$

Soit $\hat{K}(\theta; \nu, \mu)$ la transformée de Fourier bidimensionnelle de la fonction $K(\theta; x, y)$ par rapport à x et y , on démontre [3] qu'il existe une relation entre $\hat{\xi}^d(\theta; \nu, d)$ (transformée de Fourier de $\xi^d(\theta; x, d)$ par rapport à x sur la ligne de mesure) et $\hat{K}(\theta; \nu, \mu)$ sur une courbe paramétrée en θ vérifiant :

$$\hat{K}(\theta; \alpha(\theta; \nu), \beta(\theta; \nu)) = -2i \sqrt{k^2 - 4\pi^2 \nu^2} \int_C^{-2ia \Omega(\nu) d} \xi^d(\theta; \nu, d) \quad (9)$$

$$\text{avec } \Omega(\nu) = \pm \frac{1}{2\pi} \sqrt{k'^2 - 4\pi^2 \nu^2} \quad (k' = \text{Re}(k)) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \alpha(\theta; \nu) &= \nu \cos \theta - \Omega(\nu) \sin \theta \\ \beta(\theta; \nu) &= \nu \sin \theta + \Omega(\nu) \cos \theta \end{aligned} \quad (11)$$

Dans la relation (10) le signe supérieur correspond à une mesure par réflexion et le signe inférieur à une mesure par transmission (Fig. 1).

En faisant varier l'angle θ d'incidence, on obtient un faisceau de courbes C_θ dans le plan spectral de $\hat{K}(\theta; \nu, \mu)$.

III - IMAGERIE QUANTITATIVE MICROONDE

La troncature du champ diffracté $\xi^d(x, y_0)$ (avec $y_0 = +d$, cas d'une mesure par transmission) sur la ligne de mesure peut induire des erreurs importantes sur les valeurs de la transformée de Fourier $\hat{\xi}^d(\nu, y_0)$. On montre que la transformée de Fourier discrétisée $\hat{\xi}_N^d(\nu, y_0)$ est donnée par l'intégrale pondérée suivante [7] :

$$\hat{\xi}_N^d(\nu, y_0) = \int_{-\frac{1}{2\Delta x}}^{\frac{1}{2\Delta x}} \hat{\xi}(\nu', y_0) \hat{h}_0(\nu - \nu') d\nu' \quad (12)$$

associée à la fonction de pondération :

$$\hat{h}_0 = \frac{L}{2\pi} \frac{\sin(N + \frac{1}{2})L\nu}{\sin \frac{L\nu}{2}} \quad (13)$$

où L représente l'étendue de la ligne de mesure, $2N + 1$ est le nombre de points sur celle-ci et Δx le pas d'échantillonnage. Si N tend l'infini, $\hat{h}_0(\nu)$ tend vers une distribution de Dirac et $\hat{\xi}_N^d(\nu, y_0)$ tend vers $\hat{\xi}^d(\nu, y_0)$. Dans le cas des milieux non absorbants, le champ diffracté $\xi^d(x, y_0)$ s'atténue moins vite aux extrémités de la ligne de mesure, et la troncature du champ peut provoquer une discontinuité importante de $\hat{\xi}^d(\nu, y_0)$ en ces points. En conséquence, la transformée de Fourier $\hat{\xi}^d(\nu, y_0)$ présente de fortes oscillations lorsque L devient petit (phénomène de Gibbs). Une illustration de ce phénomène est présentée sur la figure 2 (phase) dans le cas d'un objet de section carrée de côté $a = \lambda$ et sur la figure 3 (module) dans le cas d'un objet ponctuel. Ils sont caractérisés par $\epsilon_S = 2.0 \epsilon_0$ et $\sigma_S = 0$; le milieu extérieur est l'air ($\epsilon = \epsilon_0$, $\sigma = 0$) et la longueur de la ligne de mesure est égale à $L = 20\lambda$ avec $d = \frac{\lambda}{2}$.

L'utilisation de filtres de Fejer et de Riesz (Bochner et Parzan) respectivement appliqués aux cas précédents, améliore de façon très sensible les valeurs de $\hat{\xi}_N^d(\nu, y_0)$ (Fig. 4 et 5) et par conséquent la qualité de l'image.

L'image (module de $\hat{K}(x, y)$) d'un objet de section carrée ($\epsilon_S = 1.5 \epsilon_0$ et $\sigma_S = 0$), les autres paramètres étant inchangés, est représentée sur la figure 6 en utilisant 64 vues (rotations) où $\hat{K}(x, y)$ est la transformée de Fourier bidimensionnelle de $K(\nu, \mu)$ définie par :

$$K(\nu, \mu) = \sum_{i=1}^N K(\alpha(\theta_i; \nu), \beta(\theta_i; \nu)) \quad (12)$$

Nous allons décrire brièvement une méthode approchée pouvant permettre de retrouver les caractéristiques électromagnétiques $\epsilon_S(x, y)$ et $\sigma_S(x, y)$ de l'objet. A partir de l'estimée $K(x, y)$ et en utilisant la formule (1), on calcule le champ $\xi(x, y)$ dans l'objet pour une incidence donnée. On obtient alors le profil de l'objet ($\hat{K}_S(x, y) - \hat{K}$) au moyen de la formule (6) dont on extrait les valeurs $\epsilon_S(x, y)$ et $\sigma_S(x, y)$ (Fig. 7 et 8).

IV - IMAGERIE QUANTITATIVE ULTRASONORE

De même qu'en électromagnétisme, les données du problème sont ici les valeurs de la densité des sources induites dans l'objet

$K(x, y) = (k_S^2(x, y) - k^2) p(x, y)$, dont il faut extraire $k_S^2(x, y) = \frac{\omega}{c_S(x, y)} j \alpha_S(x, y)$ obtenant ainsi les cartes de célérité $c_S(x, y)$ et d'atténuation $\alpha_S(x, y)$.

Nous avons mis au point un algorithme itératif qui permet d'estimer la fonction $(k_S^2(x, y) - k^2)$, partant d'une valeur initiale du champ $p(x, y)$ à l'intérieur de l'objet. Ce processus se déroule de la manière suivante :

1. valeur initiale $p_0 = p^i$
 2. pour $n = 0, 1, 2, \dots$ on a : (13)
- $$k_{n+1}^2 - k^2 = K/p_n$$
- $$p_{n+1} = p^i + \iint_D (k_{n+1}^2 - k^2) p_{n+1} G d^2D$$
3. Arrêt du processus lorsque $k_{n+1} \approx k_n$; valeur estimée $k^* = k_{n+1}$.

Dans (13), G est la fonction de Green de l'espace libre, D le support de déterminée par le processus d'imagerie et $p^i(x, y)$ la valeur du champ incident au point $(x, y) \in D$. Dans la méthode d'imagerie décrite dans les paragraphes précédents, il est raisonnable de faire correspondre à la fonction $K(x, y)$ un champ incident $p^i(x, y)$ égal à la moyenne des champs incidents intervenant dans les différentes vues.

Le choix de $p_0 = p^i$ et l'arrêt du processus à l'ordre $n = 0$, fournit la solution $k_S^2 - k^2 = K/p^i$ acceptable dans le cas d'objets faiblement diffringent (Approximation de Born). A chaque itération du processus, le problème direct est résolu (étape 2) en utilisant la méthode des séries de Neumann pour l'équation intégrale. Les essais menés ont montré que le processus itératif converge pour un nombre d'itérations inférieur ou égal à huit.

Cette méthode a été testée sur des données $K(x, y)$ simulées numériquement. L'objet est formé de deux cylindres concentriques de sections droites carrées. Les carrés extérieur et intérieur ont pour côté $2b$ et $2a = 6b/5$ respectivement. Le carré intérieur est rempli d'un milieu caractérisé par une vitesse $C_a = 1540$ m/s et une atténuation $\alpha = 60$ dB/m. La couronne est formée par un milieu de vitesse $C_b = 1560$ m/s et d'atténuation $\alpha = 60$ dB/m. Le milieu environnant est de l'eau : $C = 1470$ m/s, $\alpha = 0$ dB/m. La longueur d'onde dans l'eau est $\lambda = 0.735$ mm. Les données $K(x, y)$ sont fournies par la résolution du problème direct pour le nombre d'illuminations désiré.

La figure 9 représente les profils $C(x, y)$ le long de la ligne $S^+ S^-$ pour l'objet illuminé par une seule onde plane. Les valeurs de $K(x, y)$ utilisées



PROBLEMES LIES A LA RECONSTRUCTION D'IMAGES
PAR TOMOGRAPHIE MICROONDE ET ULTRASONORE
Première partie : Imagerie quantitative

sont tronquées pour ne garder que 3 chiffres significatifs. Les résultats fournis par la 1ère itération (Approximation de Born) sont représentés pour $C_s(x,y)$ seulement ; pour $\alpha_s(x,y)$ elles n'ont aucune signification réelle. 1ère itération (Born) $b = 2\lambda$ (+++) ; $b = 1.33\lambda$ (...); dernière itération : $b = 2\lambda$ (—) ; $b = 1.33\lambda$ (---).

La figure 10 est analogue à la précédente mais pour un objet illuminé successivement par 48 ondes planes (48 vues).

De ces exemples et d'autres nous avons noté :

- . La détermination de $C_s(x,y)$ est plus précise que celle de $\alpha_s(x,y)$, des données avec 2 chiffres significatifs fournissant de bons résultats pour le profil de vitesse, et d'inacceptables pour $\alpha_s(x,y)$. Ceci est dû essentiellement au fait que les $\alpha_s(x,y)$ choisis ici contribuent faiblement au champ diffracté. Des valeurs plus élevées modifieraient probablement la précision des profils d'atténuation reconstruits.
- . L'approximation de Born peut différer largement des profils réels. L'atténuation est très mal reconstruite. La célérité l'est mieux sur les faces directement illuminées, ceci dans le cas d'une seule onde plane incidente. La détérioration est grande dans le cas d'une illumination multiple.

Ces premiers résultats nous semblent encourageants pour mener à bien l'évaluation de la méthode avec des valeurs $K(x,y)$ fournies par le processus d'imagerie par diffraction.

CONCLUSION

Certains problèmes liés à l'imagerie quantitative tant microonde qu'ultrasonore sont examinés.

L'importance de la longueur de la ligne de mesure est mise en évidence. L'emploi de filtres de Fejer ou de Riesz permet de réduire de la façon importante les erreurs dues à la troncature du champ diffracté.

La reconstruction des caractéristiques électromagnétiques ou acoustiques de l'objet sous investigation est abordée et les premiers résultats semblent très encourageants.

REFERENCES

- [1] J.Ch. BOLOMEY, G. PERONNET, Ch. PICHOT, L. JOFRE, M. GAUTHERIE, J.L. GUERQUIN-KERN
"Imagerie microonde active en génie biomédical". L'imagerie du corps humain, Ed. de Physique, Paris (1984).
- [2] J.Ch. BOLOMEY, C. PICHOT, G. PERONNET
"Une nouvelle technique d'imagerie biomédicale : la tomographie microonde active". Spectra Supplément, n° 94, pp 41-47, (1984).
- [3] C. PICHOT, L. JOFRE, G. PERONNET, J.Ch. BOLOMEY
"Active microwave imaging of inhomogeneous bodies" IEEE Trans. Ant. Prop., vol. AP-21, no 4, (1985) (à paraître).
- [4] B. DUCHENE, W. TABBARA
"Tomographie ultrasonore par diffraction" Revue de Physique appliquée (à paraître).
- [5] B. DUCHENE, D. LESSELIER, W. TABBARA
"Diffraction tomography approach to acoustical imaging and media characterization". Soumis pour publication dans J. Opt. Soc. Am.
- [6] B. DUCHENE
Communication personnelle.
- [7] A. PAPOULIS
"Error analysis in sampling theory" Proc. IEEE, vol. 54, no 7, pp. 947-455, (1966)



PROBLEMES LIES A LA RECONSTRUCTION D'IMAGES
 PAR TOMOGRAPHIE MICROONDE ET ULTRASONORE
 Première partie : Imagerie quantitative

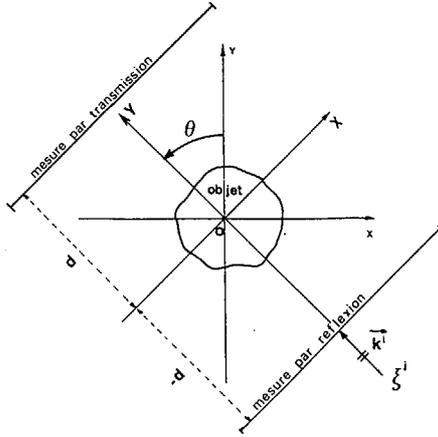


Fig. 1 : Coupe transversale d'un objet cylindrique éclairé par une onde plane.

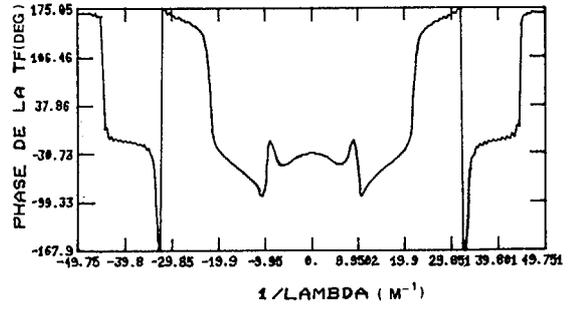


Fig. 4 : Phase de la TF du champ diffracté filtré pour un objet carré ($\epsilon_S = 2 \cdot \epsilon_0, \sigma_S = 0$).

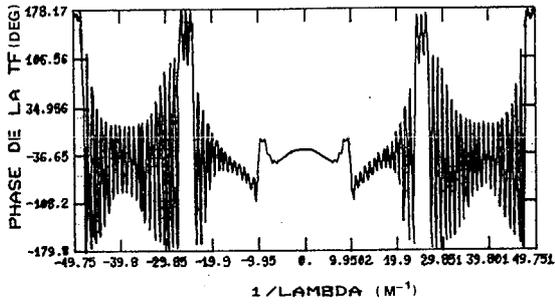


Fig. 2 : Phase de la TF du champ diffracté tronqué pour un objet carré ($\epsilon_S = 2 \cdot \epsilon_0, \sigma_S = 0$)

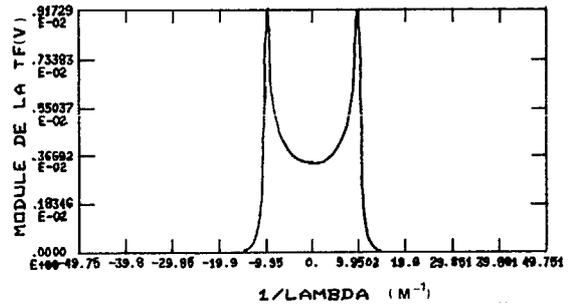


Fig. 5 : Module de la TF du champ diffracté filtré pour un objet ponctuel ($\epsilon_S = 2 \cdot \epsilon_0, \sigma_S = 0$).

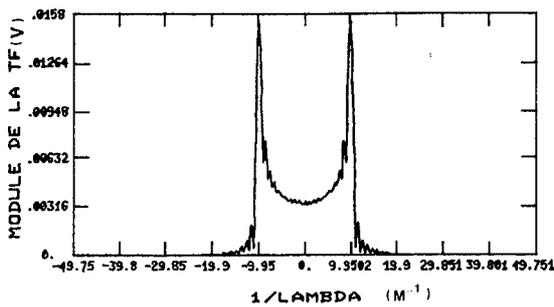


Fig. 3 : Module de la TF du champ diffracté tronqué pour un objet ponctuel ($\epsilon_S = 2 \cdot \epsilon_0, \sigma_S = 0$).

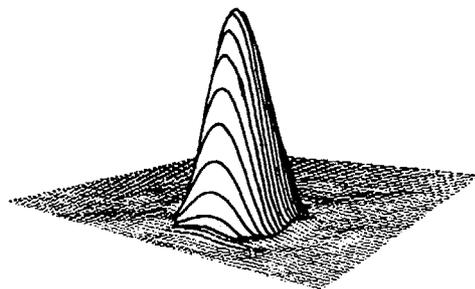


Fig. 6 : Image d'un objet de structure carrée ($\epsilon_S = 1.5 \epsilon_0, \sigma_S = 0$) obtenue par 64 vues (rotations).



PROBLEMES LIES A LA RECONSTRUCTION D'IMAGES
 PAR TOMOGRAPHIE MICROONDE ET ULTRASONORE
 Première partie : Imagerie quantitative

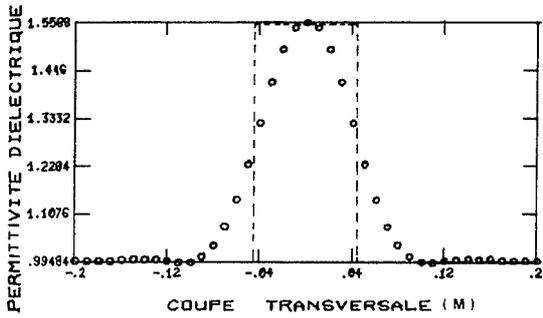


Fig. 7 : Coupe transversale de la permittivité diélectrique reconstruite ($\epsilon_S = 1.5 \epsilon_0$)

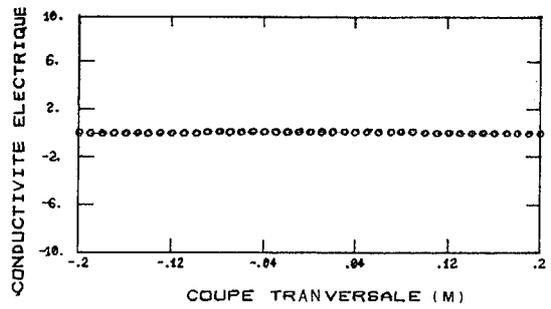


Fig. 8 : Coupe transversale de la conductivité reconstruite ($\sigma_S = 0$).

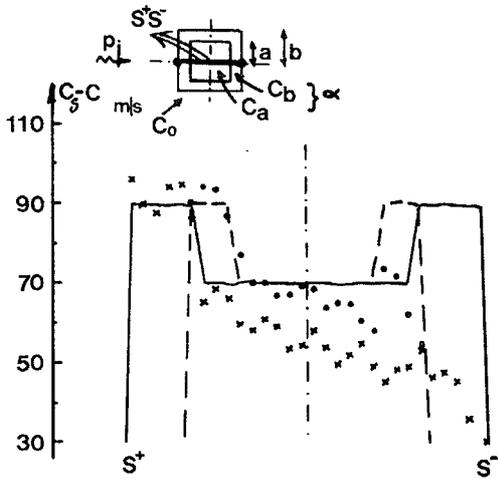


Fig. 9 a

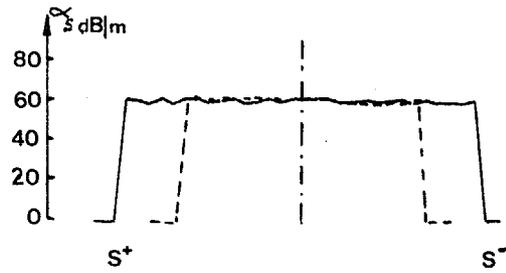


Fig. 9 b

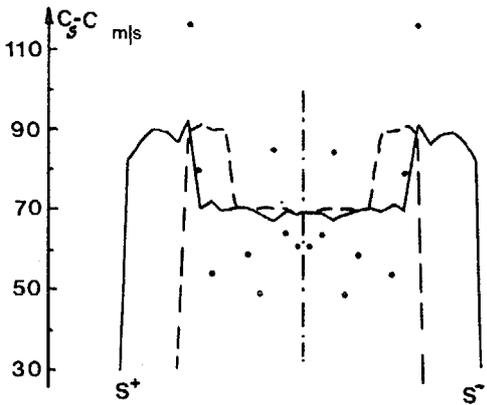


Fig. 10 a

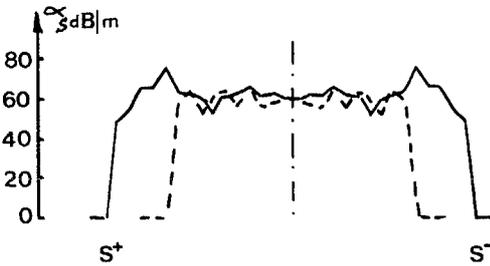


Fig. 10 b