

DIXIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 20 au 24 MAI 1985

DISCRIMINATEUR PSEUDO-ALEATOIRE AVEC TRAITEMENT ADAPTATIF

A. NUGROHO, JM. BOUCHER, A. HILLION (1)
PY. ARQUES (2)

(1) Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications de Bretagne - BP 856 - 29279 BREST CEDEX
(2) GERDSM - LE BRUSQ - 83140 SIX FOURS LES PLAGES

RESUME

Cette étude a pour but d'optimiser la synchronisation dans un système de télécommunications utilisant une modulation à spectre étalé par codage direct tout en imposant une certaine adaptativité afin d'éviter un décrochage lorsque l'émetteur ou le récepteur est affecté d'un mouvement lent ou même d'une manoeuvre brusque.

Le système étudié est un discriminateur pseudoaléatoire incorporant un filtre de Kalman. Ceci constitue le prolongement des travaux de Joffe et Rehtin [1] sur l'introduction d'un filtre de Wiener et de ceux de Eilts [2] sur l'utilisation d'un filtre de Kalman. L'inconvénient de cette dernière solution réside dans la méconnaissance de tous les paramètres de la modélisation. On propose donc de modifier cette approche en introduisant une estimation de ces paramètres par la méthode de l'approximation stochastique.

Trois algorithmes ont été tirés de cette méthode et leurs performances comparées.

Successivement, on a testé un algorithme du gradient, un algorithme des moindres carrés avec oubli exponentiel permettant tous les deux d'estimer le gain du filtre, puis un algorithme du gradient fournissant l'estimée des variances $\hat{\sigma}_Q^2$ et $\hat{\sigma}_R^2$ des bruits de modélisation et de mesure du filtre de Kalman.

SUMMARY

The purpose of this work is to optimize tracking in a pseudonoise spread spectrum system when the transmitter or the receiver is slowly or even abruptly moving.

This system consists of a delay lock loop including a Kalman filter. Joffe and Rehtin [1] Eilts [2] have already suggested such an optimization but the unknown parameters of the model are a disadvantage of this method. Estimation of the parameters using a stochastic approximation is then proposed.

Three algorithms were tested and compared.

First a stochastic gradient algorithm, then a recursive least square algorithm, both to obtain the gain G of the filter, then another gradient algorithm yielding the estimate $\hat{\sigma}_Q^2$ and $\hat{\sigma}_R^2$ of the variances of the plant noise and measurement noise.



INTRODUCTION

Une modulation à spectre étalé utilisant un codage direct par séquence pseudoaléatoire nécessite un discriminateur (Delay lock loop) dont le rôle est de maintenir le synchronisme entre le signal reçu et le code pseudoaléatoire nécessaire à la démodulation créé dans le récepteur [3,4].

Le discriminateur effectue une corrélation entre le signal reçu $r(t)$ et la dérivée d'une copie retardée de ce signal, de telle sorte que cette corrélation soit nulle [Fig. 1].

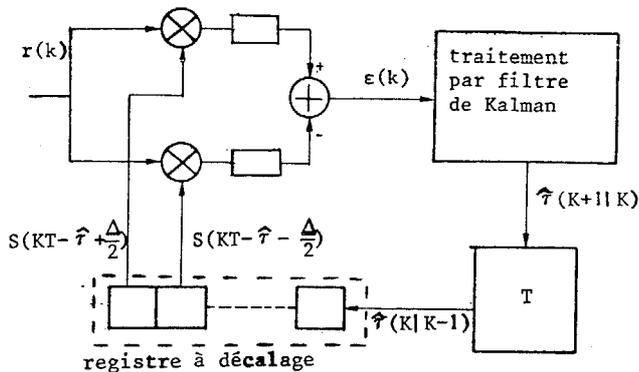


Figure 1 : discriminateur à code pseudoaléatoire utilisant le filtre de Kalman

$r(t) = s(t - \tau) + n(t)$ où $s(t)$ est une séquence pseudoaléatoire retardée de τ et $n(t)$ un bruit blanc.

$\frac{\partial s(t - \hat{\tau})}{\partial t}$ est approché par :

$$\frac{1}{\Delta} \left[s\left(t - \hat{\tau} + \frac{\Delta}{2}\right) - s\left(t - \hat{\tau} - \frac{\Delta}{2}\right) \right]$$

$\frac{1}{\Delta}$ est le rythme du code pseudoaléatoire.

La caractéristique du comparateur est :

$$e_R = \left[\Gamma_n\left(\tau - \hat{\tau} - \frac{\Delta}{2}\right) - \Gamma_n\left(\tau - \hat{\tau} + \frac{\Delta}{2}\right) \right]$$

$\Gamma_n(t)$ est la fonction de corrélation du signal pseudoaléatoire.

Il en résulte que la caractéristique du comparateur prend la forme de la figure 2, puisque $\Gamma_n(t)$ est un triangle de largeur 2Δ .

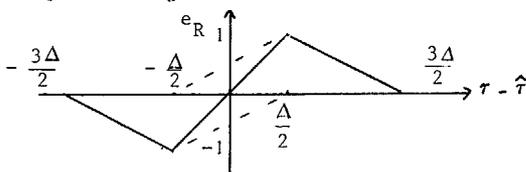


Figure 2 : caractéristique du comparateur

La sortie $\epsilon(t)$ du comparateur se déduit de la caractéristique $e_R(t)$ par addition d'un bruit $N(t)$.

On ne s'intéresse qu'au maintien du synchronisme, on se restreint donc à un fonctionnement sur la partie linéaire de la caractéristique entre $-\frac{\Delta}{2}$ et $\frac{\Delta}{2}$.

$$e_R = A (\tau - \hat{\tau})$$

On suppose le signal $r(t)$ engendré par un mobile. Afin de minimiser l'influence du bruit N tout en permettant le maintien du synchronisme en présence d'évolutions du récepteur, on insère un filtre de Kalman dans le discriminateur [fig. 1].

I - MODELISATION DU MOUVEMENT ET FILTRE DE KALMAN

La modélisation est identique à celle rencontrée dans les problèmes de suivi de trajectoire d'un mobile [5, 6]. On peut alors écrire les équations d'état de la façon suivante :

$$X(k+1) = \phi X(k) + \Gamma U(k),$$

$$\text{où } X(k) = [x_1(k) \ x_2(k) \ x_3(k)]^t$$

Les composantes de $X(k)$ correspondent respectivement à la position, la vitesse et l'accélération du mobile.

$$\phi = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{T^2}{2} \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & \rho \end{bmatrix}$$

$$\Gamma = [0 \ 0 \ 1]^t.$$

$$\rho = 1 - \lambda T.$$

T est la période d'échantillonnage, λ est inversement proportionnel à la durée d'une manoeuvre et ρ introduit une corrélation entre deux accélérations successives.

$U(k)$ est un processus blanc de variance σ_Q^2 , de moyenne nulle.

Puisque le discriminateur ne travaille que dans le régime linéaire du comparateur, nous obtenons les équations de mesure suivantes :

$$Y(k) = M X(k) + N(k), \quad \text{où } M = [1 \ 0 \ 0]$$

$N(k)$ est un processus blanc, de variance σ_R^2 , de moyenne nulle, non corrélé à $U(k)$.

On identifie $x_1(k)$ avec $\tau(k)$ et $\epsilon(k)$ avec $Y(k)$ processus d'innovation ce qui transforme le problème de suivi du code pseudoaléatoire en un problème de filtrage de Kalman discret dont les équations sont classiques.

$$v(k) = Y(k) - M \hat{X}(k|k-1)$$

La variance des fluctuations de l'horloge du code pseudoaléatoire local est évaluée grâce à :

$$V_{11} = E[(x_1(k) - \hat{x}_1(k/k))^2]$$

Le rapport signal à bruit en sortie du discriminateur peut être comparé à celui d'entrée.

$$\alpha = \frac{M(V_0 - V(k/k)) M^T}{M V(k/k) M^T} \cdot \frac{\sigma_R^2}{M V_0 M^T}$$



$$\text{où } V_0 = E [X(k) X(k)^T]$$

$$V(k|k) = E [(X(k) - \hat{X}(k/k)) (X(k) - \hat{X}(k/k))^T]$$

La probabilité de décrochage P_R a été évaluée en prenant pour hypothèse la perte de synchronisme lorsque la valeur $|v_k|$ dépassait $\frac{\Delta}{2}$ (partie linéaire de la caractéristique du comparateur).

Pour $\rho = 0,9$, on a par exemple :

T	\sqrt{Q}	\sqrt{R}	P_R	α (db)
0,01	2	2	0	9,7
0,01	50	50	0	9,7
0,01	200	200	2.10^{-3}	13
1	2	2	0	0,7
1	50	50	2.10^{-6}	0,7
1	200	200	0,23	0,7

On constate qu'il est impossible de chiffrer P_R pour des valeurs \sqrt{Q} ou \sqrt{R} inférieures à 20.

L'inconvénient est qu'en général les paramètres \sqrt{Q} et \sqrt{R} sont inconnus.

Il est alors possible d'utiliser quand même le filtre de Kalman bien que les paramètres nominaux soient différents des valeurs réelles. Le filtre est alors sous optimal. On a tracé l'évolution de V_{11} pour quelques valeurs de \sqrt{Q} et \sqrt{R} (fig. 3).

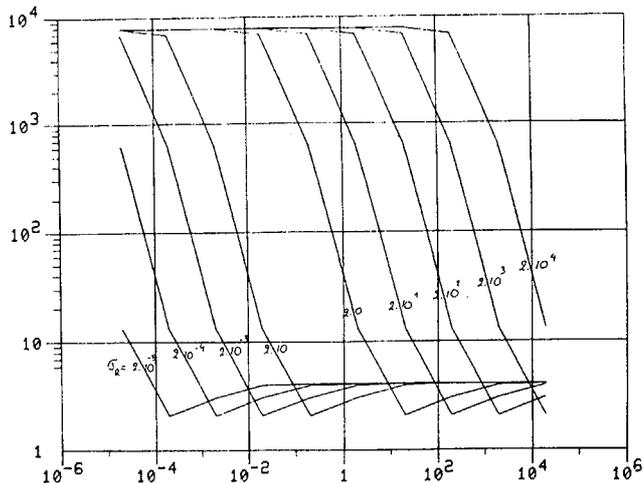


Figure 3 : V_{11} en fonction de \sqrt{Q} , \sqrt{R} comme paramètre

$$T = 1.0 \quad \rho = 0.9 \quad \sqrt{Q}_{\text{vraie}} = 20. \quad \sqrt{R}_{\text{vraie}} = 2.0$$

On constate alors que seul le rapport $\frac{\sqrt{Q}}{\sqrt{R}}$ intervient et que V_{11} reste quasi constant lorsque ce rapport est proche du vrai rapport. Dans ce contexte, le filtre de Kalman reste intéressant.

Par contre, en cas de manoeuvre, le paramètre σ_Q est modifié et l'algorithme devient inadéquat. On cherche donc à estimer le gain vectoriel G du filtre et la variance σ_Q^2 par des méthodes d'approximation stochastique.

II - ETUDE DE TROIS ALGORITHMES ISSUS DE LA METHODE D'APPROXIMATION STOCHASTIQUE

Le processus d'innovation $v(k) = y(k) - M \hat{X}(k|k-1)$ est la seule information disponible dans le discriminateur qui permette une recherche adaptative des paramètres.

Il dépend de \sqrt{Q}^2 et \sqrt{R}^2 que l'on veut estimer par l'observation successive des $v(k)$.

La méthode d'approximation stochastique fournit un algorithme convergent vers la racine θ^* de "l'équation de régression" $V(\theta) = C$ ($V(\theta)$ est l'espérance d'une variable aléatoire de fonction de répartition $F(x)$)

On définit par récurrence la suite θ_k par

$$\bullet \theta_1 \text{ réel arbitraire}$$

$$\bullet \theta_{k+1} = \theta_k + a_k (C - X_k)$$

(X_k est une suite de variables aléatoires telle que la loi de X_k conditionnée par $(\theta_1, \dots, \theta_k)$ a pour fonction de répartition $F_{\theta_k}(x)$, de sorte que $V(\theta_k) = E(X_k / \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$)

Il est alors classique que sous certaines conditions sur les a_k

$$\theta_k \text{ converge vers } \theta^*$$

(si par exemple $\sum a_k = +\infty$, $\sum a_k^2 < +\infty$, θ_k converge presque sûrement vers θ^*).

Les fonctions de régression choisies utilisent toutes la non corrélation de l'innovation qui caractérise l'optimalité du filtre. On envisage successivement un premier critère :

$$E [v(k) v(k-1)] = 0$$

pour la seule estimation de la composante G_1 du gain ;

un second critère :

$$E [(L_{k+3} - G v(k)) v(k)] = 0$$

$$\text{avec } L_{k+3} = \begin{pmatrix} M & \phi^3 \\ \vdots & \vdots \\ M & \phi \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} d_{k+3} \\ \vdots \\ d_{k+1} \end{pmatrix}$$

$$d_{k+r} = Y_{k+r} - M \hat{X}(k+r / k-1), \quad r = 1, \dots, 3$$

pour l'estimation du gain vectoriel G ;

un troisième critère :

$$E [v(k) v(k-1)] = 0$$

pour l'estimation des deux variances σ_Q^2 et σ_R^2 .

Le critère I donne un algorithme du gradient [Fig. 4] $G_1(k+1) = G_1(k) + \mu v(k) v(k-1)$

Le pas μ est choisi constant. L'inconvénient majeur de cet algorithme très simple réside dans une mauvaise estimation des gains de vitesse et d'accélération. Il n'est donc pas envisageable en cas de manoeuvres rapides.

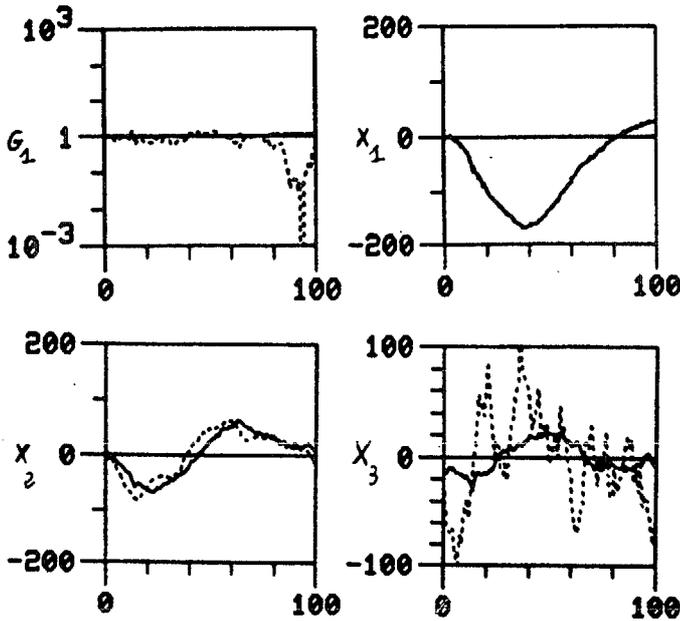


Figure 4 : Algorithme du gradient à pas constant (critère I)
 $T = 0.1, \rho = 0.9, \sigma_Q = 20., \sigma_R = 2., \mu = 0.01$
 (valeur estimée en pointillé)

Le critère II corrige l'inconvénient précédent. Il donne un algorithme des moindres carrés avec oubli exponentiel déjà proposé par Hampton [10, 11]. Les trois gains convergent vers les valeurs optimales (Fig. 5) avec :

$$G(k+1) = G(k) + w(k+1) a(k+1) \nu(k) (L(k+3) - G(k) \nu(k));$$

On choisit $a(k) = 1/k$, et l'on a

$$w(k+1) = \frac{k+1}{k \xi} [w(k) - w(k) \nu(k) \{K \xi + \nu(k) w(k) \nu(k)\}^{-1} \nu(k) w(k)];$$

ξ désigne la longueur de la mémoire. Il y a un compromis qui dépend de ξ entre la rapidité de convergence et la précision obtenue sur G .

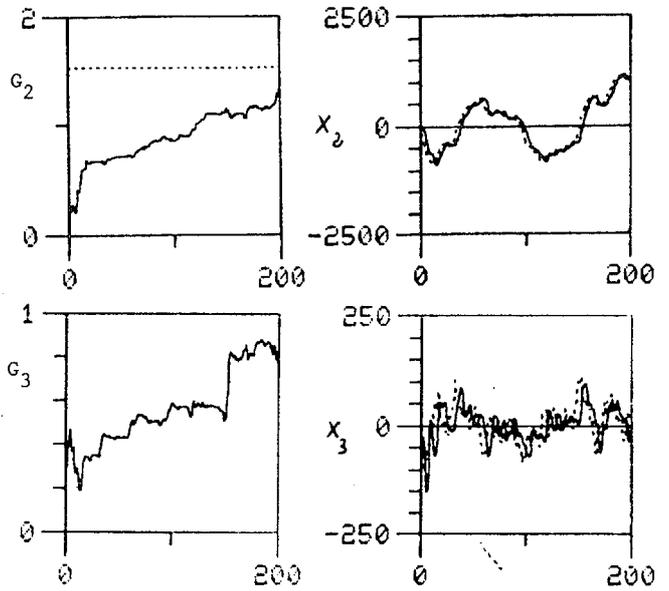


Figure 5 : Algorithme de Hampton (critère II)

$T = 1, \rho = 0.9, \xi = 0.98, \sigma_Q = 20., \sigma_R = 2.$

gains : valeurs optimales en pointillé, estimées en trait plein

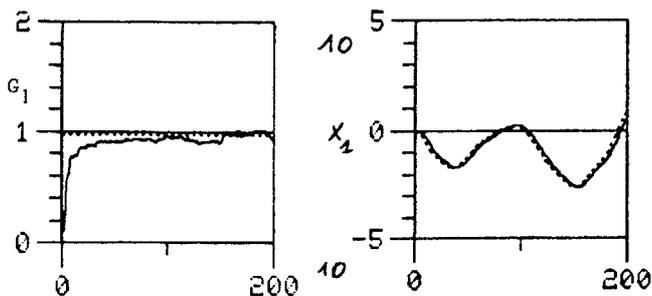
durées X : valeurs estimées en trait pointillé

Le critère III permet l'estimation des variances σ_Q^2 et σ_R^2 des bruits de modélisation et de mesure. On introduit alors ces valeurs dans le modèle du filtre de Kalman.

$$\sigma_Q^2(k+1) = \sigma_Q^2(k) + \mu_k \nu(k) \nu(k-1)$$

$$\sigma_R^2(k+1) = \sigma_R^2(k) + \mu_k \nu(k) \nu(k-1)$$

L'étude a été faite à la fois pour μ_k variable vérifiant les conditions de convergence précédentes (fig.6) et μ_k constant. Cet algorithme appelé "de corrélation" converge plus rapidement que le précédent.



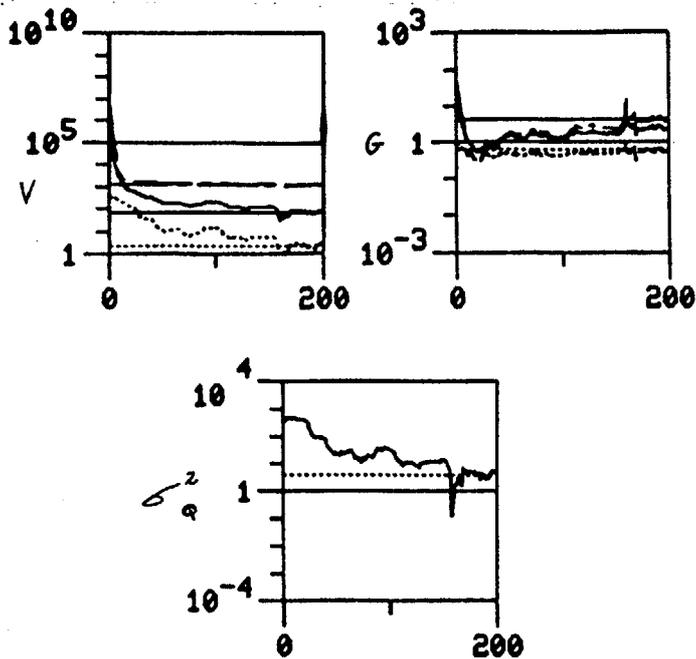


Figure 6 : algorithme de corrélation à pas décroissant (critère III)

$T = 1, \rho = 0.9, \mu = 2, \sigma_Q = 20., \sigma_R = 2.$

Variances et gains : - - - V_{11} et G_1
 ——— V_{22} et G_2
 . . . V_{33} et G_3

III - FONCTIONNEMENT DES ALGORITHMES EN CAS DE MANOEUVRE BRUSQUE

On a évalué la réponse des deux derniers algorithmes lorsque l'accélération du mobile était modifiée brutalement, c'est-à-dire pour un saut de la variance du bruit du modèle. L'algorithme III permet de suivre avec un certain retard d'un ordre de grandeur de 100 T, qui est fonction du coefficient ξ (fig. 7). Un choix intéressant pour ξ est 0,98. Pour $\xi = 1$, il n'y a plus d'adaptation possible.

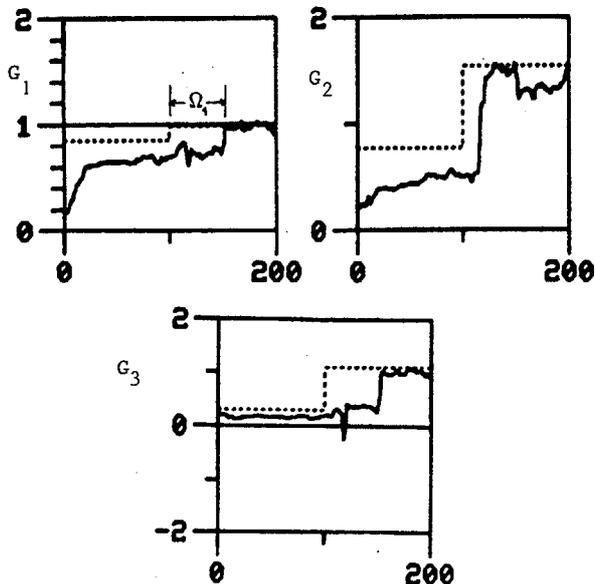


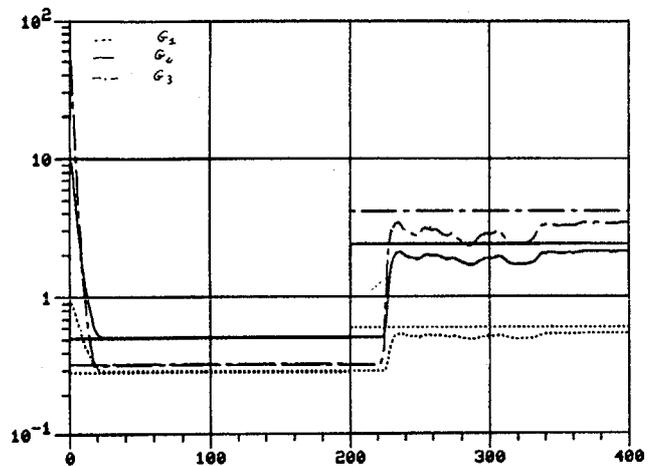
Figure 7 : algorithme de Hampton avec changement brusque de σ_Q à $K = 100$

$T = 1, \rho = 0.9, \xi = 0.98, \sigma_R = 2., \sigma_Q$ passe de 2 à 20

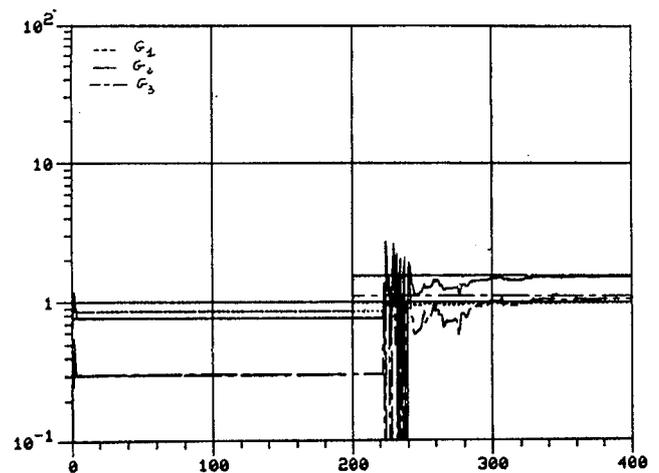
L'algorithme III nécessite deux stratégies suivant le choix de μ_k variable ou constant ; on se limite à σ_Q^2 .

si μ_k décroît, l'adaptation ne peut avoir lieu. Il est donc nécessaire d'adjoindre à l'algorithme une détection de modification de paramètre, ce que l'on fait en observant la corrélation des innovations en sortie du comparateur [12]. Dans les conditions optimales, elles ne sont pas corrélées entre elles. Le seuil de détection ainsi que le nombre N de corrélations à prendre en compte pour la décision sont fixées par le critère de Neyman Pearson (ex : $\mu_0 = 0,1 ; r_s = 0,024 ; N = 20$).

La convergence s'effectue en environ 100 pas de calcul (figures 8 et 9).



$T = 0.1, \rho = 0.9, \sigma_Q = 2 \text{ à } 20, \sigma_R = 2$



$T = 1, \rho = 0.9, \sigma_Q = 2 \text{ à } 20, \sigma_R = 2$

Figure 8 : Adaptation des gains par algorithme de corrélation à pas décroissant

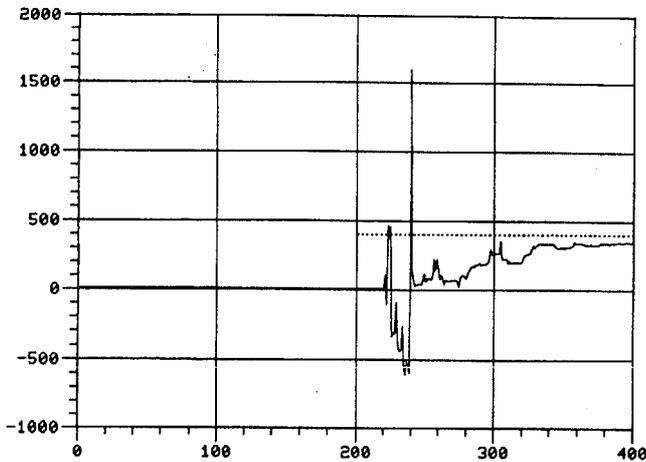


Figure 9 : Adaptation de la variance σ_Q^2 par algorithme de corrélation à pas décroissant

$$T = 1, \rho = 0.9, \sigma_Q = 2 \text{ à } 20, \sigma_R = 2$$

. Si μ est constant, l'algorithme s'adapte de lui-même, mais au détriment d'une bonne précision.

Il faut constater pour ces deux derniers algorithmes une période d'instabilité très prononcée au moment du changement brutal de paramètres.

CONCLUSIONS

Cette étude fait partie d'un effort pour optimiser la performance d'un discriminateur à code pseudo-aléatoire de manière à l'adapter au mouvement d'un mobile.

On a admis que la matrice de transition était tout à fait connue avec seulement les bruits de modèle et de mesure inconnus. On a envisagé les deux cas : mobile avec et sans manoeuvre.

Trois algorithmes ont été comparés :

- l'algorithme du gradient n'agit pas sur l'estimation des gains de vitesse et d'accélération. Il ne permet pas une bonne synchronisation en cas de manoeuvre.

- l'algorithme des moindres carrés est une solution envisageable réalisant un compromis entre adaptation et prévision de l'estimation. Il faut néanmoins souligner le volume important de calculs puisqu'il faut garder en mémoire la valeur des innovations précédentes jusqu'à $K - 3$, ce qui amène à une structure comportant quatre boucles juxtaposées.

- l'algorithme utilisant la corrélation des innovations est en fait le plus précis. L'ordre de grandeur de calcul est légèrement supérieur à celui du filtre de Kalman dont il utilise le modèle. Pour s'adapter, il utilise la détection d'une corrélation entre les innovations lorsque μ_k est à pas décroissant, et le fait automatiquement lorsqu'il est à pas constant au détriment de la variance V_{11} .

REFERENCES

- [1] JAFFE R. & RECHTIN E. : Design and performance of phase lock loops capable of near optimum performance over a wide range of input signal and noise levels. Trans. IRE, IT 1, pp. 66-76, March 1953
- [2] EILTS HS. : A sampled data delay-lock loop implemented as a Kalman predictor IEEE Trans. Aerosp. electron. Syst., Vol. AES 16 n° 16, pp.800-819, Nov. 1980.
- [3] HOLMES JK : Coherent spread spectrum systems - Wiley Interscience New-York - 1982.
- [4] SPILKER J.J. : "Digital communications by satellite" Englewood Cliffs N.J. - Prentice Hall 1977.
- [5] BOZZO A. : "Le filtrage Optimal et ses Applications aux problèmes de poursuite" - Tome III - Diffusion Lavoisier 1983.
- [6] SINGER RA. : Estimating optimal tracking filter performance for manned manoeuvring targets IEEE Trans. Aerosp. electron. Syst. - Vol. AES 6 pp. 473-483 - July 1970.
- [7] ROBBINS H. and MONRO S. : A stochastic approximation method - Annu. Math. Stat. 22 - pp.400-407 (1951).
- [8] WASAN MT : "Stochastic approximation" - Cambridge University Press - 1969.
- [9] KUSHNER HJ. and HUANG H. : Asymptotic properties of stochastic approximations with constant coefficients - SIAM J. Contr. Opt., Vol 19, n°1 Janvier 1981.
- [10] HAMPTON RLT, COOKES JR. : Unsupervised tracking of manoeuvring vehicles- IEEE Trans. Aero. electr. Syst. Vol. AES 9, n°2 - pp. 197-207 - March 1973.
- [11] PERRIOT MATHONNA D. : On the use of Lyung's results for studying the convergence properties of Hampton's adaptive filter. IEEE Trans. Auto. Contr. Vol AC 25, n°6 - pp. 1165-1169 - Déc. 1980
- [12] MEHRA RK. and PESCHON J. : An innovation approach to fault detection in dynamic systems Automatica, Vol. 7, pp. 637-640 - 1971.