



NICE du 20 au 24 MAI 1985

RECEPTEURS RECURSIFS LINEAIRES ET NON LINEAIRES APRES
TRANSMISSION DANS UN CANAL CERTAIN A DEUX TRAJETS

Jacques MARTIN

CEPHAG-ENSIEG (Centre d'Etude des Phénomènes Aléatoires et Géophysiques) - Laboratoire associé au CNRS
Domaine Universitaire bp 46 - 38402 St-Martin-d'Hères (FRANCE)

RESUME

On s'intéresse à l'estimation de signaux aléatoires transmis dans un canal certain à deux trajets de propagation perturbé additivement par du bruit blanc. Différents récepteurs qui estiment au mieux, au sens de l'erreur quadratique moyenne ont été proposés utilisant des structures purement transversales ou bien récursives. Le calcul des coefficients découle de la théorie de WIENER.

Dans une situation de trajets multiples, le choix d'un filtre récursif semble meilleur surtout lorsque les amplitudes des chemins deviennent voisines. Le récepteur classiquement utilisé est non linéaire et comporte une décision dans la boucle. Dans l'hypothèse canal à deux trajets on peut déterminer entièrement le récepteur récursif linéaire stable et causal optimal ainsi que l'erreur quadratique moyenne en sortie.

On compare alors ce récepteur au récepteur récursif non linéaire classique. En particulier nous étudions le comportement en termes d'erreur quadratique moyenne et de taux d'erreur en sortie en fonction des amplitudes des trajets et du rapport signal sur bruit.

Nous comparons également l'évolution de la structure et la stabilité de chaque récepteur suivant la réponse impulsionnelle du canal de transmission et le retard d'estimation.

SUMMARY

We are interested in the estimation of random signals transmitted over a known and noisy two paths channel. Different receivers which minimize the estimation mean square error have been still proposed. They are based upon pure transversal or recursive structures. The WIENER theory provides the coefficients of these filters.

To choose a recursive filter in multipaths situation seemed the best solution especially when the strength of the paths are nearly the same. The classical receiver is non linear with a feedback decision. In the assumption of a two paths channel, it is possible to determine entirely the optimal linear stable and causal recursive filter. Even the residual mean square error can be analytically calculated.

Then this receiver is compared with the recursive non linear one. Particularly the mean square error and the error rate are studied versus the paths strength and signal to noise ratio.

We also compare the evolution of the structure and the stability of the filters for several impulse responses of the transmission channel and several estimation delays.

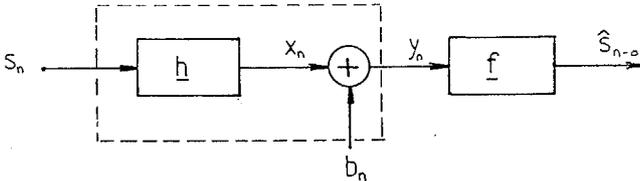


I - INTRODUCTION

La plupart des canaux de transmission (acoustique sous-marine, communications ionosphériques, radio-urbaines) sont susceptibles d'être très fortement perturbés par le phénomène de trajets multiples qui intervient sous certaines conditions de propagation [1], [2]. Le choix d'un modèle de propagation statistique ou certain dépend de la vitesse des fluctuations du canal par rapport au débit de transmission. La situation étudiée ici est celle de communication à travers un canal à trajets multiples et perturbé par du bruit additif. Le canal est supposé certain, connu et invariant (ou lentement variable dans le temps ; il faut alors distinguer deux types de fonctionnement: des phases de transmission et des phases d'apprentissage du milieu, renouvelées périodiquement par exemple). Les signaux émis sont aléatoires (binaires ou N-aires). En télécommunication les récepteurs correspondants sont appelés "égaliseurs" [3], [4] les plus couramment utilisés présentant une structure sous-optimale (ils convergent asymptotiquement vers le récepteur optimal). Nous présentons ici une étude comparative de deux récepteurs optimaux : un récepteur récursif linéaire et le récepteur récursif non linéaire classique tous deux calculés analytiquement en utilisant les particularités du canal étudié.

Le problème est traité en bande de base avec une cadence d'émission régulière des données.

-modélisation du problème : on émet une suite de données Δ_n aléatoires, stationnaires, centrées, réelles de puissance moyenne σ_Δ^2 . Le filtre linéaire réel certain à réponse impulsionnelle finie h (notée vectoriellement $h^T = [h_0 \dots h_L]$) traduit la présence des trajets multiples (fig. 1).



b est un bruit additif centré, réel, blanc stationnaire indépendant du signal, de puissance moyenne σ_b^2 . On observe y_n

$$y_n = h^T \Delta_n + b_n \quad \text{avec} \quad \Delta_n^T = (\Delta_n, \dots, \Delta_{n-L})$$

On cherche le filtre f qui minimise l'erreur quadratique moyenne d'estimation (EQM) :

$$\frac{E^2}{\sigma_s^2} = \frac{1}{\sigma_s^2} E\{(\Delta_{n-d} - \hat{\Delta}_{n-d})^2\} \quad (1)$$

d est un retard d'estimation. Ce problème classique de filtrage de WIENER peut conduire à différentes structures de f .

II - QUELQUES RECEPTEURS

II-1 Solution transversale

on peut rechercher le récepteur linéaire optimal qui minimise $\frac{E^2}{\sigma_s^2}$. On modélise le filtre f par un filtre transversal à $(N+1)$ coefficients, d'où la solution connue [5]

$$\hat{\Delta}_y = \Gamma_y^{-1} \cdot P_{opt} \quad (2)$$

où Γ_y est le vecteur d'intercorrélation entre y_n ($y_n^T = (y_{n-1}, \dots, y_n)$) et Δ_{n-d} , Γ_y est la matrice de covariance de l'observation $\Gamma_y = E\{y_n \cdot y_n^T\}$

$$\hat{\Delta}_{n-d} = P_{opt}^T \cdot y_n = \Gamma_y^{-1} \Gamma_{y\Delta} y_n \quad (3)$$

Dans le cas où les données émises sont décorréliées, l'EQM devient :

$$\frac{E^2}{\sigma_s^2} = 1 - \sum_{j=0}^N P_j h_{d-j} = 1 - h_{-d}^T \cdot P_{opt} \quad (4)$$

Ce type de filtre présente l'avantage d'être simple à mettre en oeuvre et stable mais sa réalisation pratique nécessite l'utilisation d'un filtre à mémoire finie ($N < \infty$) donc il existe toujours un terme d'erreur de troncature de la réponse impulsionnelle.

Remarque : cas adaptatif :

On rend la méthode précédente adaptative par un apprentissage périodique [6] du terme $\Gamma_{y\Delta}$. On suppose le canal constant entre deux apprentissages et on estime à chaque pas la matrice $\Gamma_{y\Delta}$. La méthode est optimale mais lourde à mettre en oeuvre malgré des inversions rapides [7]. On préfère alors rendre itératif le filtrage [8]. En pratique, on utilise généralement un algorithme sous-optimal qui poursuit de façon adaptative le filtre optimal ; c'est l'algorithme du gradient stochastique à pas constant :

$$P_{n+1} = P_n + \mu y_n (\Delta_{n-d} - \hat{\Delta}_{n-d}) \quad (5)$$

Le terme d'erreur $e_n = \Delta_{n-d} - \hat{\Delta}_{n-d}$ est déterminé en utilisant un détecteur à seuils qui fournit Δ_{n-d} par décision sur $\hat{\Delta}_{n-d}$, ce qui suppose un alphabet d'émission fini. Le vecteur f_n converge asymptotiquement vers f_{opt} quelque soit le degré de corrélation des y_n [9]. Il existe une abondante littérature sur cet algorithme et les méthodes pour accélérer la convergence [10]. Il existe d'autres algorithmes basés par exemple sur l'utilisation d'un filtre de KALMAN [11]. Tous ces récepteurs sont modélisés par des filtres transversaux et comporteront un terme d'erreur de troncature. Un filtre à mémoire infinie est donc préférable dans ce sens.

II-2 Solution récursive non-linéaire

Pour éviter la troncature on peut modéliser l'égaliseur par un filtre récursif. L'optimisation d'un tel récepteur est difficile à cause de sa mémoire infinie. Une solution bien connue consiste à placer un détecteur à seuils dans la partie récursive, c'est-à-dire que l'on réinjecte les sorties antérieures après décision. L'évolution de la sortie du filtre est décrite par l'équation :

$$\hat{\Delta}_{n-d} = \sum_{i=0}^N P_i y_{n-i} - \sum_{i=1}^M g_i \text{Dec}(\hat{\Delta}_{n-d-i}) \quad (6)$$

où $\text{Dec}(\cdot)$ désigne l'action de décision du détecteur à seuils (le récepteur n'est donc pas linéaire). Le schéma de fonctionnement d'un tel filtre est illustré par la figure 2. L'optimisation au sens de l'EQM a été étudiée dans [12] et on le retrouve dans de nombreux travaux [13]. On suppose que les décisions sont justes c'est-à-dire que $\text{Dec}(\hat{\Delta}_{n-d}) = \Delta_n$. On obtient le même type de résolution que le cas transversal :

$$\tilde{f} = \tilde{\Gamma}_y^{-1} \cdot \tilde{\Gamma}_{y\Delta} \quad (7)$$

où $\tilde{f}^T = [f, -g]$ $\tilde{y}_n = [y_n, \Delta_{n-d}]$ $\tilde{P}^T = [P_0, \dots, P_N]$
 $g^T = [g_1, \dots, g_M]$ $\tilde{\Gamma}_{y\Delta} = E\{\tilde{y}_n \cdot \Delta_{n-d}\}$ $\tilde{\Gamma}_y = E\{y_n \cdot y_n^T\}$

Remarque : cas adaptatif

On est conduit aux mêmes types d'algorithmes adaptatifs que le cas transversal, le plus simple étant l'algorithme à pas constant : (solution sous-optimale)

$$\tilde{P}_{n+1} = \tilde{P}_n + \mu \tilde{y}_n \cdot e_n \quad (8)$$

Une erreur de décision en sortie du détecteur à seuils va se propager puisqu'elle est réinjectée et pourrait ainsi engendrer d'autres erreurs. Cet inconvénient du filtre non linéaire et l'erreur de troncature du filtre transversal nous ont conduit à introduire dans le cas d'un modèle à deux rayons de propagation un récepteur récursif linéaire optimal qu'on se propose de comparer au récursif non linéaire.

RECEPTEURS RECURSIFS LINEAIRES ET NON LINEAIRES APRES TRANSMISSION DANS UN CANAL CERTAIN A DEUX TRAJETS

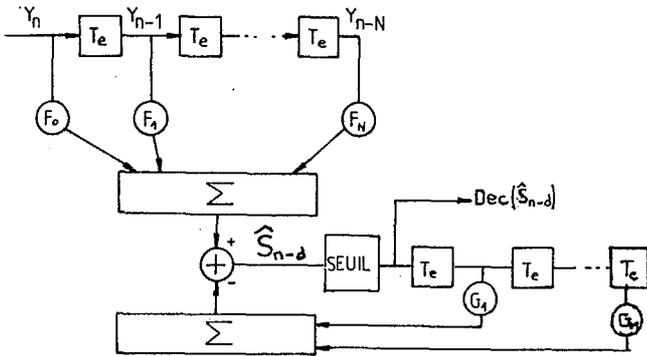


Figure 2 : Récepteur récursif non linéaire

III - APPLICATION AU MODELE A DEUX TRAJETS

On suppose que le canal ne comporte que deux trajets ; on modélise alors sa réponse impulsionnelle par :

$$h_k = \alpha_0 \delta_{k,0} + \alpha_L \delta_{k,L} \quad (\delta_{i,j} = 1 \text{ si } i=j, 0 \text{ si } i \neq j) \quad (9)$$

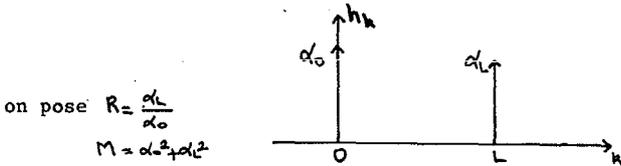


Figure 3 : réponse impulsionnelle du canal

$$y_n = \alpha_0 s_n + \alpha_L s_{n-L} + b_n \quad (10)$$

Le canal transmet la puissance $(\alpha_0^2 + \alpha_L^2) \sigma_s^2 = M \sigma_s^2$. Les rapports signal sur bruit à l'émission et à la réception sont respectivement :

$$P_e = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_b^2} \quad P_r = M P_e \quad (11)$$

III-1 Filtre récursif linéaire

On détermine le récepteur optimal dans le domaine de la transformée en z. Soit F(z) la transformée en z de f

$$F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f_k z^{-k} \quad (12)$$

Le filtre optimal de WIENER est donné par :

$$F(z) = \frac{S_{xy}(z)}{S_{yy}(z)} \quad (13) \quad \text{où } S_{xy}(z) \text{ et } S_{yy}(z)$$

sont les transformées en z respectivement des suites $\{y_n\}$ et $\{x_n\}$. (13) est une solution non stable, non causale et on impose la stabilité et la causalité par un tri des pôles et des zéros ; la solution stable et causale est donnée par : [14]

$$F(z) = \frac{B^+(z)}{A^+(z)} \quad (14)$$

où $S_{yy}(z) = A^+(z) \cdot A^-(z)$ et $1/A^+(z)$ analytiques pour $|z| > 1$

$$\frac{S_{xy}(z)}{A(z)} = B^+(z) + B^-(z) \quad B^+(z) \text{ analytique pour } |z| > 1$$

Dans le cas du modèle à deux rayons, on montre que l'on peut déterminer analytiquement le récepteur [15] ainsi que l'EQM en sortie pour un retard d'estimation $d=kL$ k étant un entier naturel quelconque.

$$\hat{s}_{n-kL} = \frac{\sigma_s^2}{\rho Q^2} \sum_{i=0}^k \left[\frac{\alpha_0}{Q^{k-i}} + \frac{\alpha_L U(k-i-1)}{Q^{k-L-1-i}} \right] y_{n,iL} + \frac{1}{Q} \hat{s}_{n-(k+1)L} \quad (15)$$

$$\frac{E^2}{\sigma_s^2} = 1 + \frac{1}{RQ^{2k+1}} + \frac{1}{Q^2} \frac{1 - (1/Q^2)^k}{1 - (1/Q^2)} \left[2 + Q(R + \frac{1}{R}) \right] \quad (16)$$

avec $Q = \frac{-c - \sqrt{c^2 - 4}}{2}$ $c = \frac{1}{\alpha_0 \alpha_L} \left(\frac{1}{R} + M \right) \geq 2$

$$P = -\frac{\alpha_0 \alpha_L \sqrt{c^2 - 4}}{Q} \quad |Q| \geq 1$$

U(k) pseudo-fonction d'Heaviside.

Il est possible d'étendre ce récepteur au cas complexe c'est-à-dire que l'on émet des données modulées. Une expérimentation sur données réelles est présentée dans [16].

Nous comparons ici ce récepteur avec l'égaliseur récursif non linéaire pour un retard d'estimation $d=L$ (soit $k=1$). La structure dépend de d et elle devient très simple dans ce cas : (cf. fig. 4).

$$\hat{s}_{n-L} = -\frac{1}{\alpha_0 \alpha_L Q} \left[\left(\frac{\alpha_0}{Q} + \alpha_L \right) y_n + \alpha_0 y_{n-L} \right] + \frac{1}{Q} \hat{s}_{n-2L} \quad (17)$$

$$\frac{E^2}{\sigma_s^2} = 1 + \frac{1}{RQ^3} + \frac{2}{Q^2} + \frac{1}{Q} \left(R + \frac{1}{R} \right) \quad (18)$$

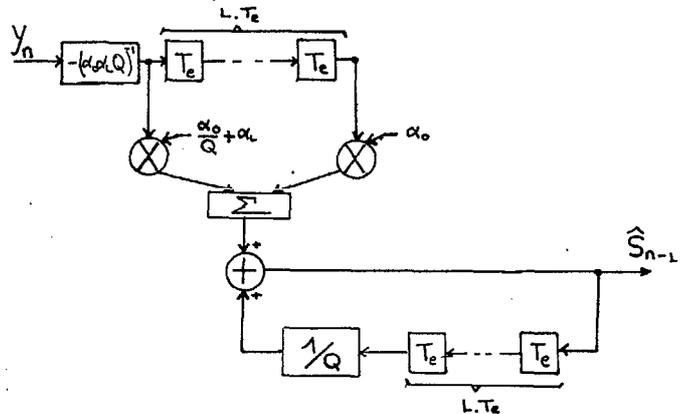


Figure 4 : Récepteur récursif linéaire pour d=L

Pour $R = 1$ (le premier trajet est prépondérant) et $M = 1$, l'EQM est nulle : le terme de troncature disparaît donc totalement. Le comportement ainsi qu'une réalisation électronique câblée de ce récepteur sont étudiés par exemple dans [17]. On montre que l'erreur en sortie présente un maximum au voisinage de $R=1$ qui correspond à l'instabilité de $1/h(z)$.

III-2 Filtre récursif non linéaire

Afin d'établir une comparaison rigoureuse avec le récepteur linéaire, il est nécessaire d'obtenir les vraies valeurs des coefficients f_1 et f_2 du récepteur non linéaire. Ceci est possible pour une transmission à deux rayons ; les relations (7) s'expriment simplement :

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B^T \\ B & C \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$A = \begin{bmatrix} \alpha_0 & \alpha_0 & \alpha_0 & \alpha_0 \\ \alpha_0 & \alpha_0 & \alpha_0 & \alpha_0 \\ \alpha_0 & \alpha_0 & \alpha_0 & \alpha_0 \\ \alpha_0 & \alpha_0 & \alpha_0 & \alpha_0 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} a_1 = M \sigma_s^2 \sigma_b^2 \\ a_2 = \alpha_0 \alpha_L \sigma_s^2 \end{matrix} \quad (\text{il faut remarquer que } A = \Gamma_{yy} \text{ de (2)})$$

$$B = \sigma_b^2 \begin{bmatrix} \alpha_0 & \alpha_0 & \alpha_0 & \alpha_0 \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix} \quad C = \sigma_b^2 I_m \quad I_m \text{ matrice identité d'ordre } m$$

$$\tilde{\Gamma}_{yy}^T = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & \alpha_0 \sigma_s^2 & 0 & \dots & 0 & \alpha_0 \sigma_s^2 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

En appliquant (7) on obtient le f_{opt} exact, sans erreur d'estimation des termes ou d'où une comparaison rigoureuse avec le récepteur donné analytiquement par la formule (14).



RECEPTEURS RECURSIFS LINEAIRES ET NON LINEAIRES APRES
TRANSMISSION DANS UN CANAL CERTAIN A DEUX TRAJETS

IV - COMPARAISON DES DEUX METHODES PAR SIMULATION SUR
CALCULATEUR

Les deux algorithmes sont implantés sur calculateur. Les signaux utilisés sont pour le signal une séquence binaire de longueur maximale échantillonnée à un point par digit et pour le bruit un bruit blanc centré, de variance unitaire. Le canal de transmission est également simulé en utilisant les relations (10) et (11). Nous appelons récepteurs linéaire et non linéaire les récepteurs fournis respectivement par (15) et (6), les coefficients f_i et g_i de (6) étant calculés de manière exacte.

IV-1 - Erreur quadratique moyenne en sortie des
deux récepteurs

Dans le cas où le retard d'estimation est choisi tel que $d=L$, on compare l'E.Q.M. E^2/σ_s^2 donnée par

$$\frac{1}{\sigma_s^2} \frac{1}{P-d} \sum_{n=d}^P (\Delta_{n-d} - \hat{\Delta}_{n-d})^2$$

en sortie du récepteur linéaire figure 5 et du non linéaire figure 6. On obtient deux réseaux

$$E^2/\sigma_s^2 = F(R) \quad (R = \alpha/\alpha_0)$$

pour différentes valeurs du rapport signal sur bruit.

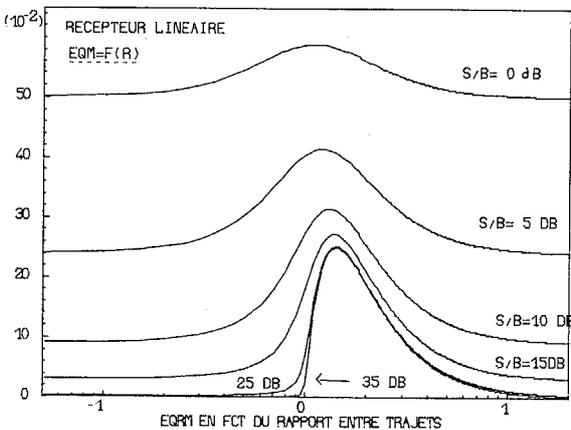


Figure 5

La figure 5 illustre bien le résultat théorique de la relation (18). L'allure générale est facilement interprétable en examinant le cas sans bruit

$$(\rho_2 \rightarrow \infty) : \left(\frac{E^2}{\sigma_s^2}\right)_0 \sim 0 \text{ pour } R \leq 1 \text{ et } \left(\frac{E^2}{\sigma_s^2}\right)_\infty \sim \frac{1}{R^2} - \frac{1}{R^4}$$

pour $R > 1$. Le passage par $R = 1$ correspond à un changement de structure dans l'égaliseur (le filtre inverse $1/h(z)$ devient non stable non causal lorsque R devient supérieur à 1).

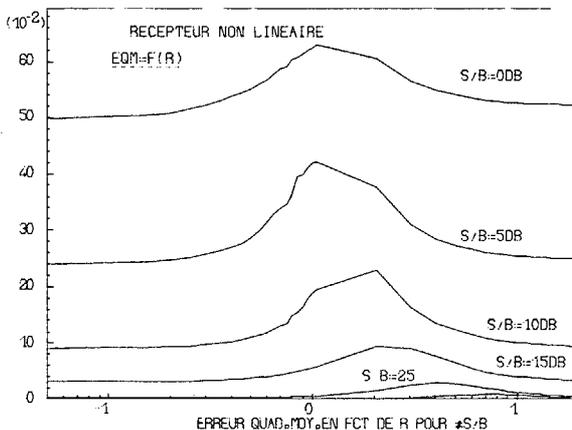


Figure 6

Il faut souligner l'avantage de la mémoire infinie, l'erreur étant nulle pour $R \leq 1$ (alors qu'un récepteur transversal à L coefficients peut donner une E.Q.M. de 33% dans la même configuration de trajets). Le maximum est obtenu pour $R = \sqrt{2}$. Pour diminuer la valeur de ce maximum, il faut augmenter

le retard d . (Le maximum vaut $\frac{k^k}{(k+1)^{k+1}}$ dans le cas sans bruit pour $d = kL$).

L'allure générale de l'EQM en sortie du récepteur non linéaire est du même type. L'erreur passe par un maximum pour R voisin de 1. La position de ce maximum se déplace plus rapidement dans le sens $R > 1$ que dans le cas linéaire lorsque S/B augmente.

Par contre, il faut remarquer la différence d'ordre de grandeur en sortie des deux récepteurs suivant les valeurs du rapport signal sur bruit :

-pour des faibles valeurs du rapport signal sur bruit, le récepteur linéaire donne une E.Q.M. plus faible, par exemple pour $S/B = 0$ dB on note un maximum d'erreur voisin de 0.59 pour le linéaire et 0.64 pour le non linéaire,

-lorsque le rapport signal sur bruit augmente, c'est le récepteur non linéaire qui fournit l'E.Q.M. la plus faible par exemple pour $S/B = 10$ dB, l'erreur est de 0.31 pour le linéaire et 0.23 pour le non linéaire.

Cette différence de comportement provient de la prise en compte de fausses décisions dans la boucle du non linéaire lorsque le bruit est fort. Ce changement de tendance intervient pour S/B voisin de 7 dB. Il faut cependant remarquer que ce type de fonctionnement observé au voisinage de $R=1$ n'apparaît pratiquement plus pour $R < 1$ où les deux récepteurs deviennent équivalents. Il est alors intéressant d'examiner l'évolution des deux structures.

IV-2 Etude de la structure des deux récepteurs

Il est facile d'après les résultats théoriques du paragraphe III-1 de suivre l'évolution de la structure de l'égaliseur linéaire. Pour $d = L$, le récepteur ne comporte que trois coefficients non nuls : deux transversaux et un récursif. La structure est donc très simple et facile à mettre en oeuvre.

Lorsque ρ_2 tend vers l'infini, si $R \leq 1$ un seul coefficient transversal et le coefficient récursif sont non nuls. Il y a changement de structure par passage à $R > 1$ (passage de un à deux coefficients transversaux) ceci pour assurer la causalité et la stabilité du filtre.

Lorsque d augmente, le nombre de coefficients transversaux non nuls augmente à raison d'un pic tous les L échantillons. Par contre on a toujours un seul coefficient récursif non nul.

On se propose de comparer l'évolution des structures des deux récepteurs en fonction des paramètres du canal, de d mais aussi de N et M :

a - Influence du canal de transmission

Comme le récepteur linéaire (cf III-1) le non linéaire n'a des coefficients f_i et g_i différents de zéro que pour des indices i multiples de L . Le tableau suivant (figure 7) donne les valeurs de ces coefficients pour différentes valeurs de R et du rapport signal sur bruit. Les paramètres d , N , M sont égaux à L .

Plusieurs remarques se dégagent de ce tableau :
-Pour $R \leq 1$ et $S/B \gg 1$, les coefficients des deux récepteurs sont identiques. Les performances en terme d'erreur quadratique sont équivalentes ; comme le montre (18) l'erreur en sortie est nulle (aucune fausse décision pour le non linéaire).



RECEPTEURS RECURSIFS LINEAIRES ET NON LINEAIRES APRES TRANSMISSION DANS UN CANAL CERTAIN A DEUX TRAJETS

R	RECEPTEUR	S/B >> 1			S/B = 0 dB		
		f ₀	f _L	g _L	f ₀	f _L	g _L
0.7	Linéaire	~ 0	1.2207	-0.7	0.1960	0.4392	-0.2495
	Non Linéaire	~ 0	1.2207	-0.7	0.1842	0.4425	-0.2538
1.5	Linéaire	0.6677	0.8012	-0.6667	0.3690	0.2939	-0.2446
	Non Linéaire	~ 0	1.8028	-1.5	0.3485	0.3050	-0.2538

Figure 7

On peut également déterminer le récepteur optimal sans contraintes de causalité et stabilité en appliquant directement (13). L'équation aux différences est la suivante : [15]

$$\hat{\delta}_{n-L} = \frac{\alpha_0 \sigma_s^2}{M \sigma_s^2 + \sigma_b^2} y_n + \frac{\alpha_0 \sigma_s^2}{M \sigma_s^2 + \sigma_b^2} y_{n-1} - \frac{\alpha_0 \sigma_s^2}{M \sigma_s^2 + \sigma_b^2} (\hat{\delta}_{n-2L} + \hat{\delta}_n) \quad (19)$$

Dans le cas sans bruit, cette équation se ramène à celle obtenue en appliquant le filtre inverse 1/h(z)

$$\hat{\delta}_{n-L} = \frac{1}{\alpha_0} y_{n-L} - R \hat{\delta}_{n-2L} \quad (20)$$

-Pour R < 1 le récepteur décrit par (20) est stable, donc la factorisation du paragraphe n'intervient pas (pôles à l'intérieur du cercle unité) aussi l'erreur est nulle.

-Pour R < 1 et en présence de bruit, les coefficients sont assez proches : (environ 7% d'écart à 0 dB). La différence d'EQM provient donc essentiellement des fausses décisions dans la boucle du non linéaire et peu d'une différence de structure.

Pour R > 1 et S/B >> 1, les coefficients sont très différents. L'égaliseur linéaire comporte trois coefficients non nuls alors que le non linéaire n'en comporte que deux (f₀ ~ 0). Dans ce cas, le récepteur décrit par (b) n'est pas stable. Or les coefficients du récepteur non linéaire f_L et g_L sont respectivement égaux à 1/α₀ et -R. La structure est celle du filtre inverse, la stabilité étant forcée par le détecteur à seuils dans la boucle. Ceci explique la différence de performance entre les deux récepteurs dans le cas sans bruit pour R > 1, le maximum de l'EQM tendant vers zéro lorsque S/B tend vers l'infini pour le non linéaire (pour d = kL l'EQM maximale est égale

$$\text{à } \frac{k^k}{(k+1)^{k+1}} \text{ dans le cas sans bruit})$$

-Pour R > 1 et en présence de bruit les coefficients redeviennent proches, la différence de performance s'expliquant essentiellement par la décision dans la boucle.

b - Influence du retard d'estimation d

Le tableau figure 8 donne la valeur des coefficients des deux récepteurs d = 2L et d = 3L.

Comme indiqué au paragraphe II-1 pour R < 1 augmenter d ne change ni le nombre ni la valeur des coefficients non nuls de l'égaliseur linéaire. Pour R > 1, un nouveau pic apparaît dans la partie transversale tous les L échantillons. Il y a toujours un seul coefficient récursif g_L non nul.

R	Coeff	S/B >> 1				S/B = 0 dB			
		d=2L		d=3L		d=2L		d=3L	
		Liné.	Non Liné.	Liné.	Non Liné.	Liné.	Non Liné.	Liné.	Non Liné.
0.7	f ₀	~ 0	~ 0	~ 0	~ 0	-0.0489	-0.0464	0.0422	0.0468
	f _L	~ 0	~ 0	~ 0	~ 0	0.1960	0.1960	-0.0489	-0.0493
	g _{2L}	1.2207	1.2207	~ 0	~ 0	0.4351	0.4392	0.1960	0.1967
	g _{3L}			1.2207	1.2207			0.4351	0.4390
	g _L	-0.7	-0.7	-0.7	-0.7	-0.2495	-0.2518	-0.2495	-0.2517
	g ₀	-0.4451	~ 0	0.2968	~ 0	-0.0303	-0.0862	0.0221	0.0213
1.5	f ₀	0.6677	~ 0	-0.4451	~ 0	0.3690	0.3703	-0.0903	-0.0914
	f _L	0.8012	1.8446	0.6677	~ 0	0.2939	0.2932	0.3690	0.3717
	g _{2L}			0.8012	1.8028			0.2939	0.2967
	g _{3L}								
	g _L	-0.6667	-1.5500	-0.6667	-1.5	-0.2446	-0.2473	-0.2446	-0.2469
	g ₀								

Figure 8

Le récepteur non linéaire a un comportement identique sauf dans le cas R > 1, S/B >> 1 où l'on peut faire les mêmes remarques que précédemment.

c - Influence de N et M

Dans ce cas on fixe d=L et on fait varier N et M pour étudier l'influence du choix de N et M sur la réponse du récepteur non linéaire. Cette étude est faite pour les différentes combinaisons possible de R et S/B.

-Lorsque R > 1, augmenter N et M ne modifie que très peu la qualité de l'estimation quel que soit le rapport S/B. (E_{EQM} augmente très faiblement avec N et M). La structure reste la même, les valeurs des coefficients d'indices multiples de L apparaissent aussi bien pour les parties récursives que transversales, mais leurs ordres de grandeurs sont tout à fait négligeables devant f₀, f_L, g_L. Pour S/B >> 1 on obtient rigoureusement le filtre inverse ; les autres coefficients étant identiquement nuls. Dans ce cas, le meilleur choix est N=M=d lorsque d > L et N=M=L pour d < L.

-Pour R < 1 il faut distinguer deux cas :

.En présence de bruit, on peut faire les mêmes remarques que dans le cas précédent (sauf que le choix optimal est N=M=L ∀ d)

.Pour S/B >> 1.

On constate une différence de structure importante, de nombreux coefficients devenant non négligeables. La qualité de l'estimation diminue rapidement lorsque N et M augmentent. Dans ce cas, le meilleur choix est encore N=M=L, puisque augmenter d n'apporte aucune amélioration. Dans un fonctionnement en adaptatif on voit que le choix de N et M est très important et qu'il peut aboutir à la non convergence de l'algorithme si N et M sont trop grands par rapport à L.

Comparaison des taux d'erreur pratiques

En transmission une caractéristique importante des récepteurs est la probabilité d'erreur en sortie. Il existe d'autres critères que celui d'erreur quadratique (critère de probabilité d'erreur ou de distorsion crête [3]), mais ils sont difficiles à mettre en oeuvre. Il faut cependant remarquer que le choix du critère quadratique comme nous l'avons fait ici ne minimise pas la probabilité d'erreur. Ces deux grandeurs peuvent varier à l'opposé l'une de l'autre [18]. Le calcul théorique de la probabilité d'erreur pour un filtre récursif est difficile à conduire. C'est pourquoi on donne ici le taux d'erreur pratique en fonction de S/B pour différentes valeurs de R, figure 9 pour le filtre linéaire en comparant s_{n-d} et ŝ_{n-d} après décision et figure 10 pour le non linéaire.

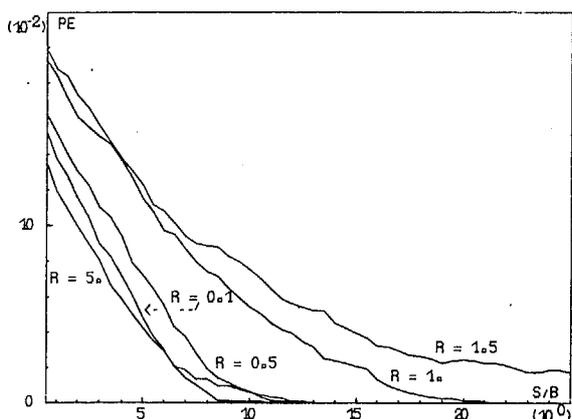


Figure 9

Dans le cas linéaire, le comportement est du même type que l'EQM ; le cas le plus défavorable se situe entre $R=1$ et $R=1.5$. Cependant à la différence de l'EQM, les courbes présentent des intersections ce qui tend à confirmer les résultats de [18]

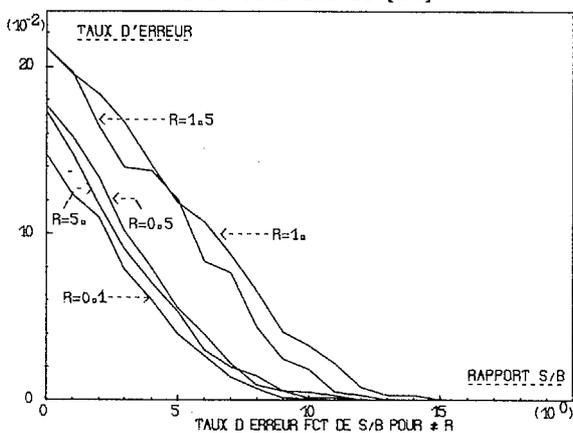


Figure 10

On peut faire les mêmes remarques que pour l'EQM. Pour les faibles rapports signal sur bruit, le taux d'erreur en sortie est plus faible pour le récepteur linéaire. Le résultat s'inverse lorsque le bruit diminue. Pour $R < 1$ et $S/B \gg 1$ les deux récepteurs restent équivalents ; pour $R > 1$ $S/B \gg 1$ le non linéaire a un taux d'erreur beaucoup plus faible. Ceci s'explique par les différences de structures citées dans le paragraphe précédent. Pour $R=1.5$, il n'y a plus d'erreur de décision lorsque $S/B > 15$ dB, le non linéaire présentant encore un taux d'erreur d'environ 3%.

CONCLUSION

Dans une situation de trajets multiples, nous avons souligné l'avantage d'utiliser un filtre à mémoire infinie : un filtre purement transversal fournit une erreur de troncature importante surtout lorsque la distorsion est forte ($R \neq 1$). Nous avons donc introduit un égaliseur récursif linéaire optimal. Dans le cas à deux trajets, nous pouvons mener les calculs analytiques jusqu'au bout tant pour la structure que pour l'erreur quadratique. Nous avons montré que le récepteur possède une forme simple avec un petit nombre de coefficients.

Nous comparons ce récepteur au filtre récursif non linéaire avec décisions dans la boucle. Plusieurs résultats s'en dégagent :

-le récepteur linéaire a de meilleures performances tant que le rapport signal sur bruit est faible, ceci en raison des fausses décisions reinjectées dans la boucle du non linéaire.

-les deux récepteurs sont équivalents (structure et performances) lorsque $S/B \gg 1$ et $R < 1$ (rapport des amplitudes des trajets). Dans ce cas la structure

est celle du filtre inverse du canal.

-Lorsque $S/B \gg 1$ et $R > 1$, le récepteur non linéaire donne une EQM et un taux d'erreur plus faibles, ses coefficients restant ceux du filtre inverse qui est instable en fonctionnement linéaire.

Le choix de N et M est important pour le récepteur non linéaire. Il est fortement lié à la structure du canal de transmission ; dans certains cas prendre N et M trop grands dégrade la qualité de l'estimation, la structure du récepteur s'éloignant de la structure optimale.

Enfin il reste à comparer la robustesse des deux récepteurs vis-à-vis d'une mauvaise estimation du milieu. Le non linéaire semble plus sensible aux erreurs sur R ou L , à cause des erreurs de décisions.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] S.M. FLATTE : "Sound transmission through a fluctuating ocean" Cambridge University Press.
- [2] R.H. CLARKE : "A statistical Theory of Mobile radio Reception" Bell System Technical Journal, 1968, 47, pp 957-1000.
- [3] YAN UFFELEN : "Egalisation autoadaptative d'une transmission ionosphérique de données". Quatrième Colloque sur le traitement du signal et ses applications. Nice 7 au 12 mai 1973 pp 1287-1312.
- [4] P. BUTLER and A. CANTONI : "non itérative Automatic Equalization" IEEE Trans. Comm., Vol. COM 23 n°6 June 1975 p 621-633.
- [5] MELEK D. YOCEL, N. TEPEDELENLIOGLU, Y. TANIK : "A fast non iterative method for adaptive channel equalization". Department of Electrical Engineering, Middle East Technical University, Ankara, Turkey.
- [6] S.U.H. QURESHI : "Fast start-up Equalization with Periodic Training Sequences". IEEE Trans. Inf. Theory, Vol IT 23, n°5 September 1977 p 555-563.
- [7] SHALAV ZOHAR : "The Solution of a TOEPLITZ set of linear Equations" Journal of the Association for Computing Machinery, Vol.21, n°2 April 74, p 272-276.
- [8] B. PICINBONO : "Adaptive Signal Processing for Detection and Communication" Laboratoire des Signaux et Systèmes ESE Plateau du Moulon GIF sur YVETTE.
- [9] O. MACCHI et E. EWEDA : "Convergence du filtrage adaptatif à pas constant en présence d'observations corrélées" C.R. Acad. Sc. Paris t.292 Février 1981.
- [10] E.H. SATORIUS and S.T. ALEXANDER : "Channel Equalization Using Adaptive Lattice Algorithms" IEEE Trans. on Comm. Vol COM 27 n°6 June 79 pp 899-905.
- [11] R.E. LAWRENCE and H. KAUFMAN : "The KALMAN Filter for the Equalization of a Digital Communications Channel. IEEE Trans. on Com. Techn. Vol. COM-19 n°6 December 71, p 1137-1141.
- [12] P. MONSEN : "Feedback Equalization for Fading dispersive Channels" IEEE Trans. Inf. Theory, Vol IT-17 January 1971 p 56-64.
- [13] C. MACCHI, J.P. JOUANNAUD et O. MACCHI : "Recepteurs Adaptatifs pour Transmission de données à grande vitesse" Annales des Télécom. tome 30 n°9-10 Sept. Oct. 1975.
- [14] M. KUNT : "Traitement numérique des signaux" Ecole Polytech. de LAUSANNE. Traité d'Electricité. Editions Georges p 64-80.
- [15] J. MARTIN : "Etude de Récepteurs Optimaux après transmission dans un Canal à Trajets Multiples : application au cas d'un Canal Certain à deux Trajets" Thèse D.I. INPG Novembre 83.
- [16] H. BOUCARD, G. LOUBET, G. JOURDAIN : "Traitement optimal linéaire de signaux de communication sous-marine pour un canal à 2 trajets de propagation. GRETSI Nice 1985.
- [17] G. JOURDAIN, J. MARTIN : "Optimal Data Estimation System over Multipath Channel" ICASSP 84.
- [18] O. MACCHI et H. VILLA : "About the optimality of Mean Square Error Criterium" National Telecom. Confer. Nov. 81 p G9.4.1.-G9.4.5.