



NICE du 20 au 24 MAI 1985

Représentation des modulations angulaires
sous forme de signaux modulés en amplitude.
Généralisation et application à l'étude d'une chaîne
de transmission comportant des non-linéarités.

P. A. LAURENT

THOMSON-CSF DTC

BP 156, 92 231 GENNEVILLIERS

RESUME

La plupart des modulations à amplitude constante et à phase contrôlée peuvent être interprétées comme une superposition de signaux de durée finie et modulés en amplitude.

Cette interprétation, très générale, est valable pour presque tous les indices de modulation, et quelles que soient la forme et la durée de la variation de phase caractéristique de la modulation.

Elle met en évidence l'existence d'une forme d'onde dite "impulsion principale" qui conditionne à elle seule la quasi totalité des propriétés du signal.

Après l'avoir brièvement exposée, on développe ici sa généralisation à des modulations dites non linéaires où la variation de phase à un instant donné peut être une fonction quelconque, symétrique, des valeurs des bits transmis, et où l'amplitude du signal n'est pas nécessairement constante.

La méthode est appliquée au cas pratique de l'étude d'une chaîne de transmission comportant un modulateur, suivi d'un filtre et d'un amplificateur fonctionnant à saturation, et les étages d'entrée d'un récepteur qui sont un filtre et un limiteur.

On montre l'évolution du spectre en fréquence et des composantes du signal en différents points de la chaîne.

SUMMARY

Most of the constant amplitude binary controlled phase modulation can be represented by a superposition of finite duration amplitude modulated pulses.

This very general interpretation is appropriate for almost all values of the modulation index, and whatever the shape and duration of the characteristic phase function may be.

It shows that the whole signal can be approximately represented by a single AM waveform ("Main Pulse") from which the essential properties of the modulation can be derived.

It is succinctly exposed here and then generalized to "non-linear" modulations where the phase variation can be any symmetrical function of the transmitted bits. Moreover, the amplitude of the signal is not restricted to be of constant value.

The proposed method is used for the study of a transmission link, including a modulator followed by a filter and a non linear amplifier, and the front end of a receiver which consists in a filter and a hard limiter.

Evolution of the signal components and of the power frequency spectrum is shown at different points of the link.



Représentation des modulations angulaires
sous forme de signaux modulés en amplitude.
Généralisation et application à l'étude d'une chaîne
de transmission comportant des non-linéarités.

I - INTRODUCTION

Les modulations angulaires à phase contrôlée peuvent être interprétées comme une superposition de signaux de durée finie et modulés en amplitude. Ceci est un fait connu pour des modulations telles que le MSK (Minimum Shift Keying) et l'OQPSK (Offset Quadrature PSK) [1] [2], modulations pour lesquelles la décomposition est aisée et n'introduit qu'une composante, sur deux voies en quadrature.

Pour des modulations plus complexes d'indice quelconque non entier et où la variation de phase due à un bit donné s'étale sur plusieurs bits successifs, la décomposition est toujours possible, quoique sensiblement plus complexe. Cette interprétation, très générale, est rappelée dans la première partie de l'exposé, et a déjà fait l'objet de publication [3].

Elle présente entre autres l'avantage de mettre en évidence l'existence d'une forme d'onde dite "impulsion principale" qui modélise à elle seule la quasi-totalité du signal : par exemple, le lobe principal du spectre en fréquence peut être calculé avec une bonne précision à partir de celui de ladite impulsion, en négligeant les autres composantes, qui peuvent être nombreuses.

Dans la deuxième partie de l'exposé, on montre comment la méthode de calcul proposée peut être généralisée pour représenter des modulations non linéaires où la variation de phase à un instant donné n'est pas la somme des variations de phase dues au bit courant et à ses prédécesseurs. Une condition suffisante est que la symétrie soit respectée, c'est-à-dire qu'un train de bits donné quelconque et son inverse bit à bit génèrent deux signaux de phase opposée. Qui plus est, le signal peut avoir une amplitude constante ou non, sans aucune modification du procédé de calcul.

L'ensemble des méthodes proposées est appliqué au cas pratique de l'étude d'une chaîne de transmission complète : la troisième partie de l'exposé y est consacrée.

Au niveau de l'émetteur, on trouve un modulateur OQPSK suivi d'un filtre de mise en forme du signal ayant pour rôle d'atténuer les lobes secondaires du spectre en fréquence, et d'un amplificateur fonctionnant à saturation.

Le récepteur se compose d'un filtre d'entrée destiné à maximiser le rapport signal/bruit (filtre adapté), suivi d'un limiteur. Le démodulateur n'est pas considéré ici : il fera l'objet d'une publication ultérieure.

Alors qu'avec les formalismes "classiques" l'étude d'un tel ensemble présente un certain nombre de difficultés, on montre qu'ici, d'un point de vue pratique, le traitement peut être grandement simplifié en ne conservant à chaque étape que les composantes du signal, peu nombreuses au demeurant, qui véhiculent l'essentiel de l'énergie.

II - INTERPRETATION DE BASE

Les modulations binaires à phase contrôlée sont définies par la forme de la variation de phase $\Psi(t)$, et l'indice de modulation h .

$\Psi(t)$ est nulle pour $t < 0$ et constante pour $t > L.T$, où L est un entier, et T la durée d'un bit.

$$(1) \quad \begin{aligned} t < 0 & : \Psi(t) = 0 \\ t > L.T & : \Psi(t) = h\pi \end{aligned}$$

Le train binaire modulant est représenté par l'ensemble (a_i) des signes des variations totales de phase associées à chacun des bits.

Le bit n apparaît à l'instant $t=nT$, et produit une variation de phase de $+\Psi(t)$ or $-\Psi(t)$ qui s'ajoute aux variations de phase dues aux bits précédents.

Ainsi, à une phase constante près, le signal peut s'écrire sous la forme suivante, très générale :

$$(2) \quad S(t) = \exp j \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \Psi(t-nT) \right]$$

Par souci de clarté, on utilise par la suite les notations suivantes :

$$(3) \quad \begin{aligned} t &= NT + \tau & 0 \leq \tau < T \\ \Phi &= h\pi & (\text{variation totale de phase}) \\ J &= \exp j \Phi & (J=j \text{ lorsque } h=1/2) \\ M &= 2^{L-1} & \\ \beta(N) &= \text{bit de poids } 2^k & \text{ dans la représentation binaire de } N \end{aligned}$$

On peut montrer que le signal est décrit par M fonctions réelles du temps, notées $C_k(t)$, appelées composantes, qui ont chacune une durée finie de L_k bits, et sont associées à des exponentielles complexes de la forme $J^{A_k} n$ [3].

Les exposants A_{kn} et les longueurs L_k sont définis par :

$$(4) \quad \begin{aligned} A_{k,n} &= A_{0,n} - \sum_{i=1}^{L-1} a_{n-i} \beta_{i-1}(k) \\ \text{avec } A_{0,n} &= \sum_{p=-\infty}^n a_p \end{aligned}$$

$$(5) \quad \begin{aligned} L_k &= \text{MIN}_{1 \leq i \leq L-1} [L(2-\beta_{i-1}(k))] \\ \text{soit: } & L_0 = L+1, L_1 = L-1 \\ & L_2, L_3 = L-2 \\ & L_4, \dots, L_7 = L-3 \\ & L_8, \dots, L_{15} = L-4 \\ & (\text{etc...}) \end{aligned}$$

Les composantes $C_k(t)$ se déduisent de ce que l'on appelle l'impulsion de phase généralisée, notée $\Psi(t)$, et de fonctions associées, notées $S_n(t)$, définies par les relations :

$$(6) \quad \begin{aligned} \Psi(t) &= \Phi(t) & t < L.T \\ \Psi(t) &= \Phi - \Phi(t-LT) & L.T \leq t \\ S_n(t) &= \frac{\sin [\Psi(t+nT)]}{\sin \langle \Phi \rangle} = S_n(t+nT) & \theta \end{aligned}$$



Représentation des modulations angulaires
sous forme de signaux modulés en amplitude.
Généralisation et application à l'étude d'une chaîne
de transmission comportant des non-linéarités

On montre alors que les M composantes du signal s'expriment comme suit :

$$(7) \quad C_k(t) = S_0(t) \times \prod_{i=1}^{L-1} S_{i+L\beta}(t)$$

L'expression complète du signal est alors la suivante :

$$(8) \quad S(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{M-1} J_{k,n} C_k(t-nT)$$

A titre d'exemple, on a tracé, figure 1, la fonction $\Psi(t)$ et les 4 composantes du signal dans un cas où $L=3$ et $h=0.7$, et où $\Psi(t)$ est donnée par :

$$\Psi(t) = \Phi [1/2 - 2/3 \cos(\pi t/LT) + 1/6 \cos(3\pi t/LT)]$$

(La variation effective de phase s'effectue sur 1 bit, comme pour le MSK, avec 1 bit de lissage de part et d'autre; la dérivée de la phase est continue).

La figure 2 représente, dans sa partie supérieure, la disposition des différentes composantes pour un train binaire donné, et dans sa partie inférieure, le signal $S(t)$ obtenu par l'équation (2) ou (3).

Cette interprétation est valable pour toutes les modulations binaires à phase contrôlée, quels qu'en soient l'indice (qui doit cependant ne pas être entier), et la durée de variation de phase (LT).

Ce résultat fondamental, exposé plus en détail dans [3] est la généralisation de l'interprétation de modulations telles que le MSK [1] [2], pour lequel l'indice de modulation h vaut 0,5, et où $L=1$: dans ce cas simple, il n'y a qu'une composante de durée $2T$, et l'exponentielle complexe J se ramène au nombre imaginaire pur j .

L'expérience montre que la composante $C_0(t)$, qui a une durée $L_0=L+1$ est celle qui véhicule la plus grande partie de l'énergie du signal (sa totalité lorsque $L=1$), et qu'en pratique, c'est de ses propriétés que découlent celles du signal lui-même : elle est pour cela appelée aussi "fonction principale", $F_p(t)$.

Dans le cas particulier où l'indice de modulation est égal à 1/2, on peut montrer que l'autocorrélation du signal est la somme des autocorrélations des composantes, et que son spectre en puissance est la somme des spectres en puissance des composantes. De plus, toujours pour $h=1/2$, on démontre que, si l'on désire représenter le signal par une seule impulsion optimisée (au sens de l'énergie de l'erreur de représentation), celle-ci est précisément égale à $F_p(t)$.

Cependant, l'interprétation des modulations angulaires ci-dessus (Amplitude Modulated Pulses (AMP) Representation) n'est proposée que dans le cas où l'amplitude du signal est constante, et lorsque la phase à un instant donné est la somme des variations de phases imputables à chacun des bits passés.

Le cas où l'amplitude du signal n'est pas constante reste à traiter, de même que celui où la phase n'est pas obtenue par le processus de sommation évoqué précédemment.

Notre propos est ici de généraliser l'équation (8) pour tenir compte de ces cas, tout en restant compatible avec l'interprétation d'origine.

III - GENERALISATION DE L'INTERPRETATION DE BASE

3.1. Hypothèses et problème à résoudre

On suppose par la suite que l'on se donne un signal $S(t)$, satisfaisant aux conditions suivantes :

a/ la phase du signal pendant un bit N donné ne dépend que des valeurs (+1 ou -1) de ce bit, et des $L-1$ précédents, L étant un entier fixe et connu;

b/si, pour jeu de valeurs donné de $a_N, a_{N-1}, \dots, a_{N-L+1}$, la phase vaut $\theta_0 + \theta$, elle vaudrait $\theta_0 - \theta$ si ces bits étaient tous inversés et l'amplitude du signal serait identique (propriété de symétrie),

c/ la phase θ_0 est le produit d'une phase constante Φ par la somme de tous les a_i passés, y compris le N -ème (ceci peut nécessiter la redéfinition des "bits" modulants).

Le problème à résoudre est alors de trouver les fonctions $C_k(t)$ permettant d'écrire le signal sous une forme vérifiant les équations (4), (5), et (8).

De plus, il faut que, si le signal répond à la définition (2) (modulation à amplitude constante, avec sommation des phases), le résultat trouvé soit identique à ce que donne l'interprétation de base : les composantes doivent avoir pour expression celle qui est donnée par les équations (6) et (7).

3.2. Procédure de calcul

Faute de place, afin d'alléger l'exposé, seules les grandes lignes du raisonnement sont données ci-après. La démonstration complète sera publiée ultérieurement.

Pour simplifier l'écriture, on utilise les notations suivantes :

$$(9) \quad C_{k,m} = C_k(\tau+mT) \quad \langle \theta \rangle_m \langle L-1 \rangle_k$$

$$S_\tau = e^{-j\theta_0} S(t) = J_{\theta,N} S(NT+\tau)$$

Ceci permet d'écrire la relation ci-après, qui tient compte de la durée finie des composantes $C_k(t)$ (de forme encore inconnue) :

$$(10) \quad S_\tau = \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{m=0}^{L-1} J_{k,N-m} C_{k,m}$$

Le but des différentes étapes décrites ci-après est de réécrire cette équation sous une forme qui permette de déduire aisément les composantes $C_k(t)$ à partir des différentes formes que peut avoir le signal $S(t)$ en fonction de l'information transmise.

Ceci est rendu possible grâce aux propriétés des dites composantes, qui doivent avoir des durées définies par les équations (5).

On introduit alors une fonction entière dépendant des indices k et m , $\gamma_{k,m}$, allant de 0 à $2M-1$, et définie par :

$$(11) \quad \gamma_{k,m} = 2 \langle 1 + 2k \rangle - 1$$

Sous certaines conditions, qui sont satisfaites ici, si $\gamma_{k,m}$ a une valeur donnée γ , alors, on peut en déduire les valeurs de k et m , que l'on notera simplement $k(\gamma)$ et $m(\gamma)$.



Représentation des modulations angulaires
sous forme de signaux modulés en amplitude.
Généralisation et application à l'étude d'une chaîne
de transmission comportant des non-linéarités

Il suffit pour s'en convaincre d'examiner le tableau ci-dessous, établi dans le cas où L=4 : il y a M=8 composantes Ck(t), donnant naissance à 2M=16 formes d'ondes différentes Ckm.

k	0	0	0	0	0	1	1	1	2	2	3	3	4	5	6	7
Lk	5	5	5	5	5	3	3	3	2	2	2	2	1	1	1	1
m	0	1	2	3	4	0	1	2	0	1	0	1	0	0	0	0
δkm	0	1	3	7	15	2	5	11	4	9	6	13	8	10	12	14

On définit ensuite l'information I à l'instant NT de la façon suivante, qui fait qu'elle ne peut prendre que les valeurs entières entre 0 et 2M-1, et que les bits d'information ai s'en déduisent :

$$(12) \quad I = \sum_{i=0}^{L-1} 2^{i-1} \langle 1 + a_{N-i} \rangle$$

$$a_{N-i} = 2 \beta \langle I \rangle_i - 1 = \pm 1$$

On peut alors faire apparaître explicitement la valeur de l'information dans l'équation donnant le signal, de la façon suivante, qui tient compte de la définition des exposants Akm :

$$(13) \quad S_{\tau, I} = \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{m=0}^{L-1} \beta \langle \delta_{k,m} \rangle \langle 1 - 2\beta \langle I \rangle_i \rangle C_{k,m}$$

La partie droite de cette équation comporte 2M termes, et il y a 2M telles équations : on est donc tout naturellement amené à chercher une matrice carrée de dimension 2M associée à ce système.

Soit alors la matrice suivante, à 2M lignes et 2M colonnes, possédant un inverse, et d'élément générale donné par :

$$(14) \quad Q_{L, L} \langle p, q \rangle = J \sum_{i=0}^{L-1} \beta \langle q \rangle_i \langle 1 - 2\beta \langle p \rangle_i \rangle$$

$0 \leq p \leq 2M-1 \quad \text{et} \quad 0 \leq q \leq 2M-1$

Cette matrice est obtenue par expansion L fois par elle-même de la matrice Q1 (QL, pour L=1).

On peut alors montrer que le système d'équations (13) est équivalent au suivant :

$$(15) \quad S_{\tau, I} = \sum_{\delta=0}^{2M-1} Q_{L, L} \langle I, \delta \rangle C_{k(\delta), m(\delta)}$$

Ce système de 2M-1 équations peut être résolu en utilisant la matrice inverse de QL, qui est définie par :

$$(16) \quad Q_{L, L} \langle p, q \rangle = \frac{(-1)^{L-1} \sum_{i=0}^{L-1} \beta \langle p \rangle_i + \beta \langle q \rangle_i \sum_{i=0}^{L-1} \beta \langle q \rangle_i \langle 1 - 2\beta \langle p \rangle_i \rangle}{(1 - J^2)^L}$$

avec :

$$Q_{L, L} \langle p, 2M-1-q \rangle = Q_{L, L} \langle p, q \rangle^*$$

On obtient alors la valeur de Ckm=Ck(τ+mT) par :

$$(17) \quad C_{k,m} = \sum_{I=0}^{2M-1} Q_{L, L} \langle 2(1+2k)-1, I \rangle S_{\tau, I}$$

Pour que cette généralisation soit valable, il faut que les Ckm soient réels, puisqu'ils représentent des impulsions modulées en amplitude.

Si les bits (ai) sont inversés, l'information I est transformée en 2M-1-I (équation (12)).

Si, dans ce cas, la phase du signal est inversée et son amplitude inchangée, (hypothèse de symétrie de S(τ)), c'est-à-dire si

$$(18) \quad S_{\tau, 2M-1-I} = S_{\tau, I}^*$$

alors, il est facile de démontrer que les Ckm sont réels, compte-tenu des propriétés de la matrice QL⁻¹ (voir équation (16)).

Finalement, on peut simplifier le calcul de Ckm (et par la même occasion ne calculer que la moitié des termes de QL⁻¹ et la moitié des valeurs SτI) en posant :

$$(19) \quad C_{k,m} = 2 \operatorname{Re} \left[\sum_{I=0}^{M-1} Q_{L, L} \langle 2(1+2k)-1, I \rangle S_{\tau, I} \right]$$

Le procédé de calcul peut se résumer ainsi :

- a/détermination de L, qui est le nombre de bits dont dépend la variation de phase du signal à un instant donné;
- b/calcul de la moitié gauche de la matrice QL⁻¹ (équation (16));
- c/calcul des valeurs que prend le signal SτI pour $0 \leq I \leq M-1$, à toutes les positions temporelles τ désirées;
- d/évaluation des composantes du signal par l'équation (19) (il n'est en général pas nécessaire de toutes les calculer, comme on pourra le voir plus loin).

Pour L=1, le calcul est particulièrement simple.

Il n'y a en effet qu'une composante, C0(t), de durée L0=L+1=2.

Pour une modulation de phase pure, le signal est donné par :

$$(20) \quad S(t) = S(NT+\tau) = J \sum_{i=0}^{L-1} a_i \exp[j(\sum_{i=0}^{L-1} a_i \langle \varphi(\tau+iT) \rangle - \Phi)]$$

ce qui permet d'écrire, I valant 0 ou 1 pour L=1 :

$$(21) \quad S_{\tau, I} = J \sum_{i=0}^{L-1} \exp[j(2I-1)\varphi(\tau)]$$

On a alors, ce qui est conforme à l'interprétation de base :

$$(22) \quad C_{0,0} = C_{0,0} \langle \tau \rangle = \frac{\sin \varphi(\tau)}{\sin \Phi} = \frac{\sin \Psi(\tau)}{\sin \Phi}$$

$$C_{0,1} = C_{0,1} \langle \tau+T \rangle = \frac{\sin(\Phi - \varphi(\tau))}{\sin \Phi} = \frac{\sin \Psi(\tau+T)}{\sin \Phi}$$



Représentation des modulations angulaires
sous forme de signaux modulés en amplitude.
Généralisation et application à l'étude d'une chaîne
de transmission comportant des non-linéarités

IV - APPLICATION : ETUDE D'UNE CHAÎNE DE TRANSMISSION

4.1. Description d'ensemble

On va à présent montrer de quelle manière les résultats exposés précédemment peuvent être appliqués à l'étude d'une chaîne de transmission comportant un modulateur et les étages d'entrée d'un récepteur.

Le modulateur est constitué de la mise en cascade des éléments suivants :

- un modulateur OQPSK ("Offset QPSK"),
- un filtre de mise en forme spectrale (filtre "MSK"),
- un amplificateur fonctionnant à saturation.

La portion de récepteur étudiée comporte, pour sa part :

- un filtre de réception (filtre "adapté"),
- un limiteur idéal.

On montre, en divers points de la chaîne, les composantes du signal, et son spectre en fréquence. Ce dernier est ici simplement la somme des spectres des différentes composantes, puisque l'indice de modulation est de 1/2.

NOTE : le calcul du spectre du signal pour un indice de modulation quelconque est brièvement décrit dans [3] et fera l'objet d'une publication plus détaillée.

4.2. Modulateur OQPSK

La modulation OQPSK (voir [1]), est une modulation d'indice 1/2, habituellement décrite par sa première (et unique) composante $C_0(t)$.

On montre aisément que c'est une modulation d'indice 0,5, avec $L=1$, en déduisant $\Psi(t)$ à partir de $C_0(t)$. Elle est définie par :

$$(23) \quad \begin{aligned} \varphi(t) &= 0 & (t < 0) \\ \varphi(t) &= \pi/4 & (0 \leq t < T) \\ \varphi(t) &= \pi/2 = \Phi & (t \geq T) \end{aligned}$$

$$\Psi(t) = \frac{\pi}{4} \rightarrow C_0(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (0 \leq t < 2T)$$

4.3. Filtre "MSK"

On appelle ainsi un filtre dont la réponse impulsionnelle est la fonction principale (composante $C_0(t)$) du MSK, à savoir :

$$(24) \quad R(t) = F_{\text{MSK}}(t) = \sin\left(\frac{\pi t}{2T}\right) \quad (0 \leq t < 2T)$$

A l'entrée du filtre, le signal OQPSK est formé d'impulsions modulées en amplitude (créneaux de durée $2T$ et d'amplitude $1/\sqrt{2}$); il en est donc encore ainsi à la sortie du filtre, à ceci près que les impulsions doivent être remplacées par leur produit de convolution avec $R(t)$. L'expression du signal à la sortie du filtre est donc :

$$(25) \quad S'(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_{\theta,n} C'(t-nT)$$

avec

$$C'(t) = C_0(t) * R(t) \quad (\text{produit de convolution})$$

Les fonctions $C_0(t)$, et $R(t)$ durant chacune $2T$, leur produit de convolution a une durée de $4T$, et le signal se met sous la forme suivante, au N -ème bit, en reprenant des notations du paragraphe III:

$$(26) \quad S' = C' + J \begin{matrix} -a & -a & -a \\ N & N-1 & N-2 \\ \tau, I & \theta, \theta & \theta, 1 & \theta, 2 & \theta, 3 \end{matrix} \left(\begin{matrix} C' \\ C' \\ C' \end{matrix} \right)$$

On remarque que cette quantité ne dépend que de trois bits donc qu'ici, $L=3$: l'information i prend les valeurs 0, 1, ..., 7.

4.4. Amplificateur de sortie

On admet que cet amplificateur a pour effet de ramener à 1 l'amplitude du signal, sans changer sa phase. On doit donc remplacer $S'_{\tau, I}$ par :

$$(27) \quad S''_{\tau, I} = \frac{S'_{\tau, I}}{|S'_{\tau, I}|} |S'_{\tau, I}|$$

On notera que, si la phase totale du signal est conservée, elle ne peut cependant plus être exprimée comme une somme pondérée des bits modulants (a_i).

Ceci a pour effet de modifier le nombre et la forme des composantes du signal qui sont à présent au nombre de 4, et que l'on obtient en calculant la matrice Q^3^{-1} , qui est donnée ci-après (on tient compte du fait que $J = \exp(j\Phi) = \exp(j\pi/2) = j$):

$$(28) \quad Q = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{matrix} \\ \begin{matrix} -1 \\ 3 \end{matrix} & \begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 8 & j & -j & j & -j & j & -j & j \\ 8 & -j & -j & j & -j & j & -j & j \\ 8 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ 8 & -j & -j & -j & -j & j & j & j \\ 8 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ 8 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 8 & j & -j & -j & j & -j & j & -j \end{matrix} \end{matrix}$$

On obtient alors aisément l'expression des nouvelles composantes du signal en sortie du limiteur (notées $C''_i(t)$, en utilisant l'équation (19).

On a représenté figure 3 :

- la composante unique du signal OQPSK de départ, et la réponse impulsionnelle du filtre MSK,
- cette composante modifiée par le filtre MSK,
- les quatre composantes $C''_0(t)$, $C''_1(t)$, $C''_2(t)$ et $C''_3(t)$ en sortie du limiteur, ainsi que leur énergie par rapport à celle du bit.

La distorsion apportée par le limiteur se traduit ici par l'apparition des composantes de rangs 1, 2, et 3, absentes dans le signal d'entrée. On notera cependant que la composante d'ordre 0 emporte environ 98,6% de l'énergie totale du signal.

La figure 4 montre le spectre du signal OQPSK d'origine, puis après filtrage par le filtre MSK, puis en sortie du limiteur; dans ce dernier cas, on a mis en évidence les contributions des quatre composantes. On observe une assez nette remontée du premier lobe secondaire (de l'ordre de 4 dB), tandis que le spectre lointain est peu modifié.

4.5. Filtre de réception

Compte-tenu de l'importance de $C''_0(t)$, première composante du signal, on peut admettre que le filtre adapté (celui qui, en présence de bruit blanc gaussien, maximise le rapport signal/bruit) a pour réponse impulsionnelle cette fonction, inversée en temps.

On désigne ci-après par $C'''_i(t)$ la composante $C''_i(t)$ filtrée.

La figure 5 montre ce qu'il advient des composantes du signal, après filtrage. On y a noté leurs énergies respectives, et l'on peut constater que les



composantes $C''/2(t)$ et $C''/3(t)$ représentent seulement 0.0006% de l'énergie du signal.

Par conséquent, seules $C''/0(t)$ et $C''/1(t)$, de durées respectives $8T$ et $6T$ sont conservées dans la suite du raisonnement.

4.6. Limiteur

Compte-tenu de ce qui vient d'être dit, et conformément à l'interprétation de base (équation (8)), le signal d'entrée du limiteur a pour expression approchée :

$$(29) S''(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{\theta, n}^A C''(t-nT) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{1, n}^A C''(t-nT)$$

Considérant les durées respectives de $C''/0$ et $C''/1$ et la définition des exposants A_{kn} (équations (4)), on établit la valeur du signal en entrée du limiteur en fonction de l'information transmise :

$$(30) S'' = \sum_{\tau, I} \sum_{i=0}^7 \sum_{p \geq 0}^N C''(\tau+iT) + \sum_{i=0}^5 \sum_{p \geq 0}^{N-1-i} C''(\tau+iT)$$

Tout comme l'amplificateur de sortie de l'émetteur, le limiteur a pour effet de renormaliser le signal, suivant le même procédé que celui décrit par l'équation (28).

Les composantes du signal en sortie du limiteur sont au nombre de 64, puisqu'ici, le signal dépend de 7 bits successifs.

Afin d'éviter de trop longs temps de calcul, on commence par évaluer la composante d'ordre 0, qui ne nécessite que les premières moitiés des lignes 0, 1, 3, 7, 15, 31, 63 et 127 de la matrice $Q7^{-1}$.

Le processus se poursuit avec les composantes d'ordre plus élevé, en ne calculant à chaque fois que les termes utiles de la matrice précitée. On considère qu'il est terminé lorsque l'énergie totale des composantes déjà calculées est supérieure à un seuil donné.

C'est ce qui a été fait ici, où l'on s'est arrêté après avoir obtenu 99,99% de l'énergie totale, ce qui s'est produit dès la quatrième itération.

Les composantes sont montrées figure 6 : on note que 95,5% de l'énergie est véhiculée dans la composante d'ordre 0, et 4,27% par la composante d'ordre 1 : on peut donc, en pratique, et ceci est vérifié dans le cas général, concevoir le démodulateur uniquement en fonction de ces deux signaux, sachant que les imperfections de réalisation masquent complètement l'effet de tous les autres.

V - CONCLUSION ET REMARQUES

On a montré ici que les modulations de phase binaires, à amplitude constante ou non, à phase linéaire ou non, peuvent être représentées en utilisant un formalisme commun.

Celui-ci a plusieurs avantages que l'on pourrait résumer ainsi :

- mise en évidence des propriétés importantes de la modulation par examen de la fonction principale (première composante),
- possibilité de négliger les composantes d'ordre même peu élevé, car véhiculant trop peu d'énergie, ce qui permet de simplifier considérablement l'étude

pratique de modulations même complexes,
- calcul aisé du spectre en fréquence (essentiellement pour les modulations d'indice demi-entier),
- visualisation des distorsions apportées au signal par les non linéarités.

D'autre part, on n'a traité ici que le cas de filtres à réponse finie. Il va de soi que la méthode s'applique aussi à ceux dont elle est infinie : on tronque cette réponse impulsionnelle à un nombre entier de bits, que l'on fait croître progressivement jusqu'à ce que la précision recherchée soit atteinte. Cet ajustement préliminaire peut d'ailleurs se faire par simple examen de la première composante en sortie du filtre.

Enfin, l'auteur tient à souligner que l'aide d'un calculateur de bureau s'est avérée précieuse - sinon indispensable - car elle a permis de mener à bien la partie théorique de l'étude présentée ici.

Mieux encore, c'est grâce à un programme de recherche d'expressions analytiques "cachées" que l'interprétation de base a pu être établie : il est probable qu'elle n'aurait pas vu le jour sans cela, compte-tenu de la complexité atteinte dans des cas non triviaux (plusieurs dizaines de pages pour la décomposition détaillée du signal, avec $L > 7$).

REFERENCES

- [1] S. A. Gronemeyer and A.L. McBride, "MSK and offset OPSK modulation", IEEE Trans. Comm., Vol. COM-24, pp. 809-820, Aug. 1976.
- [2] F. Amoroso and J. A. Kivett, "Simplified MSK signaling technique", IEEE Trans. Comm., Vol. COM-25, pp. 433-441, Apr. 1977.
- [3] P.A. Laurent, "Interprétation des modulations d'indice demi-entier - Extension à des indices voisins et applications", GRETSI '83 Conf. Rec., pp. 503-509, May 1983.

Représentation des modulations angulaires
 sous forme de signaux modulés en amplitude.
 Généralisation et application à l'étude d'une chaîne
 de transmission comportant des non-linéarités

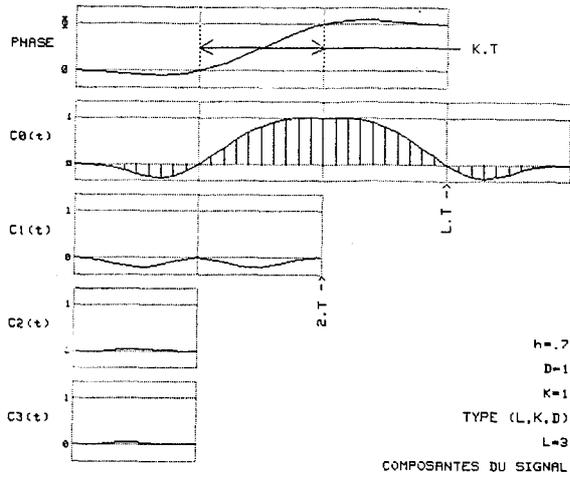


FIGURE 1

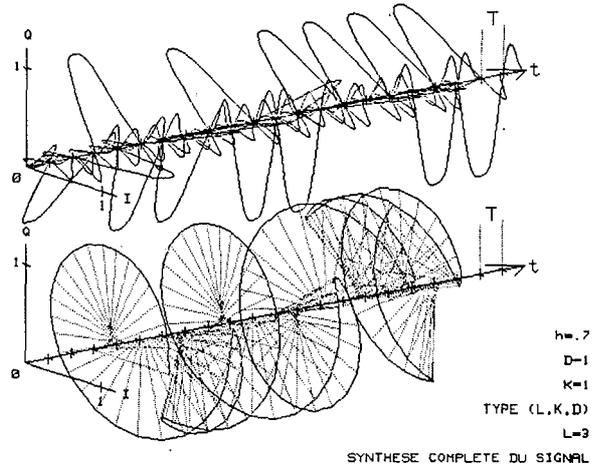


FIGURE 2

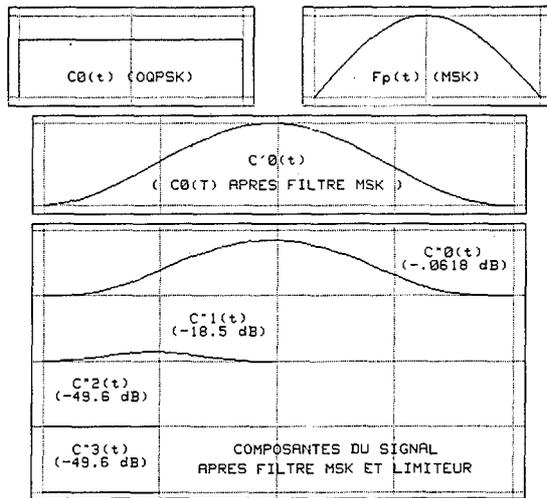


FIGURE 3

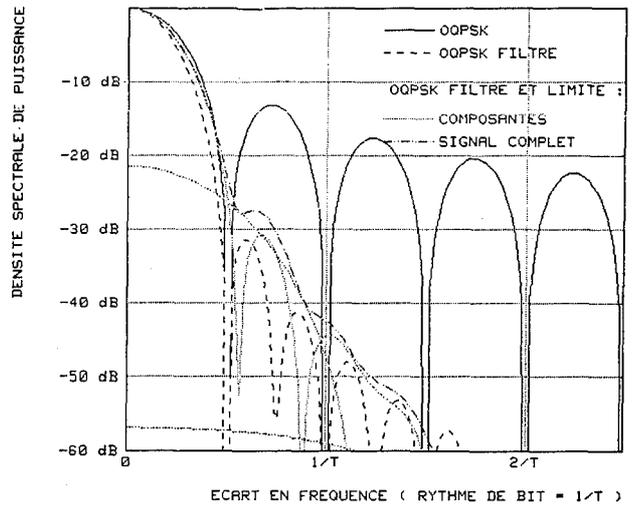


FIGURE 4

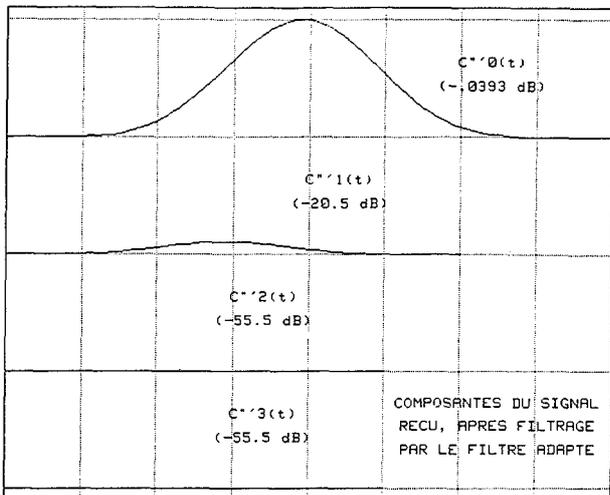


FIGURE 5

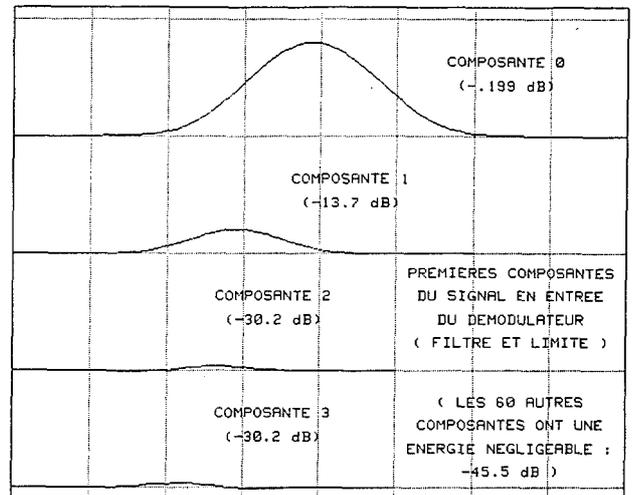


FIGURE 6

