DIXIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 20 au 24 MAI 1985

ESTIMATION RAPIDE D'HORLOGE ET DE PORTEUSE POUR LA RECEPTION DE SIGNAUX NUMERIQUES

D.Duponteil

CNET/PAB/ETR , 38-40 Rue de Général Leclerc , 92131 - Issy les Moulineaux

RESUME

La transmission d'un signal numérique au moyen d'une porteuse modulée suppose de la part du récepteur un travail de recherche du rythme numérique et de la porteuse à partir du signal reçu . Dans cet article nous nous intéressons à la possibilité de synchroniser le récepteur dans le minimum de temps et sans utilisation de préambule spécialement étudié pour faciliter cette synchronisation .

Le synchroniseur à maximum de vraisemblance donne de bons résultats et s'avère simple d'utilisation sous sa forme "approximation pour faibles S/N" . C'est ainsi que les modulations MDP2 et MDP4 n'ont besoin que de quelques dizaines de symboles , tandis que la démodulation cohérente des modulations décalées en demande quatre fois plus .

Le synchroniseur à MV simplifié permet l'estimation du rythme sans connaître la porteuse , ce qui permet son emploi avec la démodulation différentielle . Il est montré que les estimateurs de rythme , obtenus pour les diverses modulations , sont très résistants aux dérives de fréquence porteuse . Dans le cas de grandes valeurs de dérive , la démodulation cohérente ne peut plus se faire par bloc de façon satisfaisante et doit absolument utiliser une estimation de la dérive existante . Par contre , la démodulation différentielle fonctionne encore avec des dérives de 10° par symbole .

SUMMARY

The transmission of a digital modulated signal is only possible when the receiver recovers the clock and the carrier from the received signal . This paper studies the possibility to synchronize the receiver in the minimum of time and without the help of any preamble specially designed to make synchronisation easier . The MAP synchronizer gives good results and is easy to implement if used in his low signal to noise ratio approximation form . BPSK and QPSK need only 30 to 40 symbols to synchronize , but coherent demodulation of offset modulation needs at least a hundred symbols .

In the approximated MAP synchronizer , the estimation of the good sampling instant can be carried out without any knowledge of the carrier , and thus , can be used with differential demodulation .

Clock phase estimators obtained for the different modulation-demodulation schemes are not very sensitive to frequency offset between the received carrier and the local oscillator used in the demodulator . A good sampling instant estimation is still possible with 10° phase shift per symbol . With such large values of frequency offset the differential demodulation is still possible , but coherent block demodulation must use a frequency offset estimator .

ESTIMATION RAPIDE D'HORLOGE ET DE PORTEUSE POUR LA RECEPTION DE SIGNAUX NUMERIQUES

1-Introduction

Dans une transmission par paquets , il est d'usage d'utiliser un mot de synchronisation destiné à faciliter le travail du récepteur . Celà peut être le cas lorsque le modem est réalisé à l'aide de techniques numériques ,/1/,/2/ . Toutefois ces techniques permettent de réaliser une synchronisation sans préambule ,/3/ .qui est d'autant plus intéressante que les paquets sont brefs .

Cet article est consacré à l'étude des possibilités offerte par le synchroniseur à maximum de vraisemblance . Le premier paragraphe est consacré à la structure du récepteur optimal à maximum de vraisemblance ainsi qu'au rappel de la définition des modulations linéaires simples et des transmissions idéales associées .Le paragraphe suivant étudie la structure et les possibilités du synchroniseur à maximum de vraisemblance tout particulièrement sous sa forme simplifiée obtenue par approximation pour les faibles rapports signal à bruit . Les performances obtenues sont évaluées en terme de probabilité d'erreur et d'écart-types d'estimateurs . Le dernier paragraphe est consacré aux problèmes que posent les décalages de fréquence dûs aux instabilités des divers oscillateurs existant dans une chaîne de transmission.

2-Le récepteur à maximum de vraisemblance

Un signal obtenu par modulation linéaire s'exprime sous la forme :

$$s(t) = Re\left[\sum_k a_k\, g(t-kT)\, e^{2\pi j f_0 t}\right]$$

Dans les modulations classiques (MAQ) les symboles a_k sont indépendants entre eux et à valeurs complexes . Par exemple , MDP2 ($a_k = \pm 1$) ,MDP4 ($a_k = +1, j, -1, -j$) . Les modulations décalées sont obtenues avec $a_k = j^k b_k$, où les b_k sont à valeurs réelles et indépendants entre eux . Les plus connues sont la MSK et la 2MDP2 , qui ne se distinguent que par des formes d'impulsions g(t) différentes , et dans lesquelles les b_k ont pour valeurs +1 ou -1 .

Par hypothèse , le signal reçu r(t) est constitué de la somme du signal émis et d'un bruit blanc gaussien de densité No/2 .

L'expression choisie pour le signal est basée sur l'utilisation de valeurs nulles pour les phases de l'horloge et de la porteuse utilisées dans le modulateur .

Le récepteur à maximum de vraisemblance comme tout récepteur numérique , doit effectuer des opérations de synchronisation à partir du signal reçu . La synchronisation rythme est indispensable alors que la synchronisation porteuse ne doit être envisagée que pour une démodulation cohérente .

Dans ces conditions , l'expression initiale du signal émis doit etre remplacée par :

$$s(t) = s(t;\{a_k\},\tau,\varphi) = Re\left[\sum_k a_k\, g(t-kT-\tau)\, e^{2\pi j f_0 t + j\varphi}\right]$$

où τ et φ sont des parametres fixes inconnus du récepteur .

Le récepteur doit chercher parmi tous les signaux possibles celui qui est le plus proche de r(t) , observation faite dans l'espace des signaux . Pour conduire une analyse détaillée du fonctionnement du récepteur à MV , supposons que le signal est constitué de N symboles . Remarquons que tous les messages possibles $\{a_k\}$ sont équiprobables .

Le récepteur à MV , cherche donc à minimiser sur la suite $\{a_k\}$, sur τ et sur φ la quantité :

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\left[r(t) - s(t;\{a_k\},\tau,\varphi)\right]^2 dt$$

Ce qui conduit au résultat classique suivant :

$$\text{RMV} \Longleftrightarrow \max_{\{a_k\},\tau,\varphi} 2\int_{-\infty}^{+\infty} r(t)\, s(t;\{a_k\},\tau,\varphi)\,dt - E_s(\{a_k\}) \quad ,$$

où intervient le fait que l'énergie Es d'un signal s(t) ne dépend ni de τ (pas d'effet de bord) , ni de φ (si G(f) est limité à $[-f_0, +f_0]$) .

L'utilisation des enveloppes complexes permet d'obtenir :

$$\text{RMV} \Longleftrightarrow \max_{\{a_k\},\tau,\varphi} Re\left[\int_{-\infty}^{+\infty} r(t)\, s(t;\{a_k\},\tau,\varphi)\,dt - E_s(\{a_k\})\right)$$

Le calcul de cette quantité peut se faire à l'aide du filtre adapté $g^*(-t)$. Cela nous donne le critère :

$$\text{RMV} \Longleftrightarrow \max \; Re\left[\sum_k z_k(\tau)\, a_k^*\, e^{-j\varphi}\right] - E_s(\{a_k\}) \quad , \text{ en}$$

posant $z_k(\tau) = z(\tau+KT) = r(t) * g^*(-t)$ en $t = \tau + KT$

Il est remarquable de constater que la maximisation de cette quantité peut se faire en deux étapes :

i) maximisation sur $\{a_k\}$ et sur τ de :

$$\left|\sum_k z_k(\tau)\, a_k^*\right| - E_s(\{a_k\})$$

ii) calcul de la valeur optimale de la phase .

Remarquons à ce propos que l'étape numéro 2 n'est plus utile puisque le message est déjà détecté . La structure optimale peut etre qualifiée de non-cohérente ,/4/ , bien qu'utilisant en fait l'estimation suivant le critère du MV de la phase de la porteuse .

Une structure possible de récepteur utilise en parallèle des dispositifs employant l'algorithme de Viterbi ,/4/, et fonctionnant pour différentes valeurs de réparties sur (0,T) . Cette approche est peu réaliste dans la mesure où la non-connaissance à priori de la valeur exacte de τ entraîne l'utilisation d'une mémoire de canal longue et par conséquent de dispositifs très complexes .

La principale difficulté est liée à la nécessité de réaliser en même temps l'optimisation sur le message $\{a_k\}$ et l'optimisation sur la phase de l'horloge numérique . Dans la suite de l'exposé , nous nous polariserons sur la recherche et sur les performances d'une structure de synchroniseur performant . Ce résultat sera obtenu en dissociant le travail de détection du message numérique du travail de synchronisation .

3-Modulations linéaires simples et transmission idéale

Nous ferons les hypothèses suivantes :

i) le filtrage de la transmission est tel que le critère de Nyquist est respecté si les phases du rythme numérique et de la porteuse sont parfaitement connues . Cette condition s'exprime par:

$$g(t) * g^*(-t)\Big|_{kT} = \delta_{0,k}$$

Dans les applications chiffrées de la suite , nous prendrons le cas classique où $|G(f)|^2$ possède une forme de cosinus surélevé de coefficient d'arrondi 50% .

ii) $|a_k| = 1$ en se limitant au modulations à 4 états que nous comparerons du point de vue performances des estimateurs en terme de probabilité d'erreur et d'écart-types d'estimateurs . C'est ainsi que nous distinguerons les diverses façons de transmettre un débit binaire 1/Tb bits/s :

.MDP2 : $|G(f)|$ possède une largeur de bande à 3dB égale à 1/Tb que la démodulation soit cohérente où différentielle .

.MDP4 : $|G(f)|$ possède une largeur de bande à 3dB égale à 1/2Tb pour les deux types de démodulation

.modulation décalée : dans ce cas $|G(f)|$ aura une largeur égale à 1/2Tb pour une démodulation cohérente et une largeur égale à 1/Tb pour une démodulation différentielle ,/5/ .

Moyennant cette condition portant sur le filtrage , et dans la mesure où la synchronisation est parfaite , on obtient les performances idéales en probabilité d'erreur .

Rappellons que le récepteur à MV possède dans ce cas une structure linéaire et prend des décisions symbole par symbole . Par la suite nous nous interesserons au récepteur sous-optimal constitué du récepteur linéaire qui vient d'être évoqué , travaillant à partir d'estimation de τ et de φ fournies par un synchroniseur que nous supposerons fonctionner suivant le principe du maximum de vraisemblance .

4-Synchroniseur à maximum de vraisemblance

4-1) algorithmes : La structure trouvée dans le paragraphe précedent est basée sur la recherche de $\{a_k\}$ de τ et de φ qui maximisent la densité de probabilité $p(r(t)/\{a_k\},\tau,\varphi)$. Le synchroniseur à MV recherche τ et φ qui maximisent :

$p(r(t)/\tau,\varphi) = E\left[p(r(t)/\{a_k\},\tau,\varphi)\right]$, qui se simplifie en :

$$p(r(t)/\tau,\varphi) = \mu \prod_k E\left\{\exp\left[Re(z_k(\tau)\,a_k^* e^{-j\varphi})/N_0\right]\right\} ,$$

en utilisant le fait que tout les signaux possibles ont même énergie .

Suivant les diverses modulations envisagées , on obtient :

i) MDP2 : $a_K = +1$ ou -1

$$\mu \prod_K ch\left[Re(z_K(\tau) \quad e^{-j\varphi})/N_0\right]$$

ii) MDP4 : $a_K = +1, j, -1$ ou $-j$

$$\mu' \prod_K \left\{ ch\left[Re(z_K(\tau) \quad e^{-j\varphi})/N_0\right] + ch\left[Im(z_K(\tau) \quad e^{-j\varphi})/N_0\right\}\right.$$

iii) modulation décalée : $a = +j^K$ ou $-j^K$

$$\mu \prod_K ch\left[Re(j^K z_K(\tau) \quad e^{-j\varphi})/N_0\right]$$

Il faut reconnaitre que de telles expressions sont difficilement exploitables même en utilisant la fonction logarithme .

Une simplification notable est obtenue en considérant le cas limite où le rapport signal à bruit est petit . L'autre cas limite , où le rapport signal à bruit de la liaison est grand , présente moins d'intérêt , parce que dans ces conditions le plus qu'il apporte n'est pas sensible et surtout parce que l'utilisation de plus en fréquente de codes correcteurs d'erreurs performants place en général le récepteur dans des conditions de travail difficiles . Le dernier avantage que fournit l'approximation faible rapport signal à bruit n'est pas négligeable : l'optimisation sur τ ne dépend pas de celle qui doit être faite sur φ .

En utilisant la fonction logarithme néperien et l'approximation $Log[ch(x)] \simeq x^2/2$, on obtient les quantités suivantes à maximiser sur τ et sur φ :

$$\text{MDP2} : \quad \sum_K Re^2\left[z_K(\tau) e^{-j\varphi}\right]$$

$$\text{MDP4} : \quad \sum_K |z_K(\tau)|^2$$

$$\text{Mod. Dec} : \quad \sum_K Re^2\left[j^K z_K(\tau) e^{-j\varphi}\right]$$

La relation $2Re^2(x) = Re(x^2) + |x|^2$ permet une derniere simplification :

$$\text{MDP2} : \quad \sum_K Re\left[z_K^2(\tau) e^{-2j\varphi}\right] + \sum_K |z_K(\tau)|^2$$

$$\text{MDP4} : \quad \sum_K |z_K(\tau)|^2$$

$$\text{Mod. Dec.} : \quad \sum_K Re\left[(-1)^K z_K(\tau) e^{-2j\varphi}\right] + \sum_K |z_K(\tau)|^2$$

On constate que l'optimisation sur τ et sur φ conduit à prendre comme couple de valeurs optimales τ^* et φ^* tels que :

τ^* maximise $\left|\sum_K z_K^2(\tau)\right| + \sum_K |z_K(\tau)|^2$, MDP2

$\sum_K |z_K(\tau)|^2$, MDP4

$\left|\sum_K (-1)^K z_K^2(\tau)\right| + \sum_K |z_K(\tau)|^2$, Mod. Dec.

φ^* est donnée par $1/2 \, Arg\left[\sum_K z_K^2(\tau)\right]$, MDP2

$1/2 \, Arg\left[\sum_K (-1)^K z_K^2(\tau)\right]$, Mod. Dec.

On constate que l'estimateur conjoint ne donne aucune information sur φ en MDP4 . Celà est dû au développement limité utilisé pour approximé le critère du maximum de vraisemblance . En utilisant un terme supplémentaire dans ce développement et avec un raisonnement analogue à celui qui vient d'être utilisé pour les modulations binaires , on trouve que

$$\varphi^* = 1/4 \, Arg\left[\sum_K z_K^4(\tau)\right]$$

Les termes supplémentaires introduits ainsi dans l'estimateur de τ étant négligeables , nous conserverons l'expression précédemment trouvée pour la MDP4 .

4-2) performances : Les résultats de ces derniers paragraphes ont été obtenus par simulation utilisant 16 échantillons par symbole . Le principal but de ce paragraphe 4-2 est d'indiquer le nombre d'échantillons $z_K(\tau)$ nécessaires à un bon fonctionnement du démodulateur . Le premier tableau donne les écart-types des estimateurs en fonction du nombre N d'échantillons $z_K(\tau)$. Pour avoir une bonne idée de la qualité de ces estimateurs , il est nécessaire de connaitre leur influence sur la probabilité d'erreur . Ces renseignements figurent dans les tableaux 2 et 3 .

On constate que la MDP2 , la MDP4 et la modulation décalée transmise dans la bande 1/Tb , (Mod. Dec. 1/Tb) , ont besoin de 40 échantillons pour obtenir une qualité quasi-parfaite . La modulation décalée transmise dans la bande 1/2Tb , (Mod. Dec. 1/2Tb) , transmission rendue possible par la démodulation cohérente , en a besoin de quatre fois plus . Celà est dû à l'interférence entre symboles qui existe même dans les $z_K(o)$, échantillons obtenus avec la bonne horloge .

5-Influence d'une dérive de fréquence

Les instabilités des oscillateurs utilisés dans une chaîne de transmission entrainent une différence entre les fréquences de la porteuse du signal reçu et de l'oscillateur du démodulateur . Cette dérive de fréquence se traduit par une rotation de phase parasite des échantillons $z_K(\tau)$, qu'il faut remplacer dans les expressions des estimateurs par $z_K(\tau)\exp(2\pi j \Delta f T)$.

Pour juger du comportement des estimateurs , leurs performances ont été evaluées pour 6 dB de rapport Eb/No et pour un nombre d'échantillons de 40 ou 160 suivant le cas . Les valeurs des dérives de fréquence sont exprimées au moyen de la rotation de phase existant entre le premier et le dernier échantillon du bloc . Les résultats figurent dans les tableaux 4 ,5 ,6 et 7 . Les probabilités d'erreur ont été obtenues en démodulant l'ensemble du bloc de N échantillons à l'aide des valeurs fournies par les estimateurs .

Dans ces conditions , il est logique de constater que la démodulation cohérente n'est possible qu'avec des valeurs limitées de dérive . Pour des valeurs importantes , il faut que le synchroniseur utilise une estimation de la dérive , /3/ . Par contre , comme l'estimateur d'horloge possède une grande robustesse , (particulièrement en MDP4) , la démodulation différentielle reste possible . Une valeur de dérive de 10°/symb n'empêche pas une démodulation correcte du bloc , (doublement de la probabilité d'erreur pour Eb/No = 6 dB) . Avec des valeurs plus importantes de dérive , il faut que le calcul prenne en compte l'influence d'un filtrage de réception décentré .

Références

/1/ G.Vanucci : "A Digital Carrier Regenerator Applicable to TDMA Satellite Systems", ICC 1982 , pp. 1249-1252

/2/ C.Heegard , J.A.Heller , A.J.Viterbi : "Microprocessor-Based PSK Modem for Packet Transmission Over Satellite Channels", IEEE Trans. , Vol. COM-26 , Mai 1978 , pp.552-563

/3/ J.Namiki : "Block Demodulation for Short Radio Packet", Electron. and Commun. in Japan ,Vol. 67-B , N° 5, 1984 , pp. 47-56

/4/ H.Ganem , R.Vallet : "Demodulation des signaux numériques à enveloppe constante",

/5/ D.Duponteil : "Binary Modulations for Digital Satellite Communication", 5th Int. Conf. on Digital Satellite Communication Gênes , 23-26 Mars , 1981 , pp. 89-98

Tableau 1 : Ecart-type des estimateurs de phase

		d'horloge (en %)				de porteuse (en °)			
E/No =		0 dB	3 dB	6 dB	9 dB	0 dB	3 dB	6 dB	9 dB
MDP2	10	25,4	23,5	16,7	15,3	16,9	10,5	7,5	4,9
	20	24,3	14,0	8,9	6,9	15,1	8,2	4,8	3,3
	40	17,4	5,3	4,4	3,4	9,7	5,9	3,4	2,3
MDP4	10	23,5	18,3	14,8	8,0	20,2	14,3	8,2	4,0
	20	14,6	8,3	5,1	3,8	16,0	9,7	4,1	2,6
	40	7,0	5,2	3,1	2,2	15,8	4,6	2,8	1,9
Mod.	40	24,2	18,8	13,1	8,6	19,3	15,2	12,2	8,6
Dec.	80	16,6	9,4	6,0	4,7	14,5	9,0	6,0	4,7
1/2Tb	160	12,9	5,9	4,8	3,1	9,7	5,0	3,5	2,2
Mod.	10	19,2	12,1	7,8	5,3	18,6	12,6	7,5	5,2
Dec.	20	11,1	6,3	4,9	3,6	12,0	7,7	5,0	3,5
1/Tb	40	7,9	4,8	3,6	2,3	7,0	4,8	3,2	2,4

Tableau 2 : Démodulation cohérente

E/No =		0 dB	3 dB	6 dB	9 dB
MDP2	10	2,5 (-1)	1,2 (-1)	3,2 (-2)	1,5 (-2)
	20	2,4 (-1)	7,1 (-2)	1,0 (-2)	1,5 (-3)
	40	2,0 (-1)	5,0 (-2)	5,5 (-3)	8,9 (-5)
MDP4	10	2,4 (-1)	1,0 (-1)	2,9 (-2)	1,8 (-3)
	20	1,9 (-1)	6,1 (-2)	7,0 (-3)	1,2 (-4)
	40	1,9 (-1)	5,2 (-2)	5,5 (-3)	8,6 (-5)
Mod.	40	2,3 (-1)	9,0 (-2)	2,0 (-2)	1,3 (-3)
Dec.	80	2,0 (-1)	5,9 (-2)	7,0 (-3)	1,8 (-4)
1/2Tb	160	1,8 (-1)	5,0 (-2)	5,5 (-3)	8,3 (-5)
Mod.	10	2,1 (-1)	5,9 (-2)	6,1 (-3)	1,6 (-4)
Dec.	20	1,8 (-1)	5,0 (-2)	5,1 (-3)	7,2 (-5)
1/Tb	40	1,7 (-1)	4,7 (-2)	4,9 (-3)	6,9 (-5)
Idéal		1,5 (-1)	4,5 (-2)	4,8 (-3)	6,7 (-5)

Tableau 3 : Démodulation différentielle

E/No =		0 dB	3 dB	6 dB	9 dB
MDP2	10	2,4 (-1)	1,6 (-1)	4,2 (-2)	2,4 (-2)
	20	2,3 (-1)	1,0 (-1)	1,3 (-2)	2,4 (-3)
	40	2,2 (-1)	6,3 (-2)	9,5 (-3)	1,8 (-4)
Mod.	10	2,1 (-1)	6,7 (-2)	1,1 (-2)	3,1 (-4)
Dec.	20	1,8 (-1)	6,3 (-2)	9,6 (-3)	1,8 (-4)
1/Tb	40	2,0 (-1)	6,5 (-2)	9,7 (-3)	1,6 (-4)
Idéal		1,8 (-1)	6,8 (-2)	9,3 (-3)	1,8 (-4)
MDP4	10	2,4 (-1)	1,0 (-1)	4,2 (-2)	4,2 (-3)
	20	1,8 (-1)	7,7 (-2)	1,8 (-2)	1,5 (-3)
	40	1,7 (-1)	6,8 (-2)	1,8 (-2)	1,4 (-3)
Idéal		1,6 (-1)	7,2 (-2)	1,7 (-2)	1,3 (-3)

Tableau 4 : Démodulation cohérente
Probabilité d'erreur pour Eb/No = 6 dB

Dérive/symb =	20°	40°	100°	200°	400°
MDP2	5,4(-3)	5,4(-3)	6,0(-3)	3,7(-1)	
MDP4	5,7(-3)	6,3(-3)	1,7(-1)		
MD 1/Tb	5,0(-3)	5,0(-3)	5,4(-3)	3,8(-1)	
MD 1/2Tb	5,5(-3)	5,6(-3)	9,3(-3)	1,9(-1)	

Tableau 5 : Démodulation différentielle
Probabilité d'erreur pour Eb/No = 6 dB

Dérive/symb =	20°	40°	100°	200°	400°
MDP2	9,0(-3)	1,0(-2)	9,7(-3)	1,2(-2)	1,6(-2)
MDP4	2,1(-2)	1,9(-2)	1,9(-2)	2,1(-2)	2,6(-2)
MD 1/Tb	1,1(-2)	9,7(-3)	1,2(-2)	1,7(-2)	2,2(-2)

Tableau 6 : Ecart-type (en %) de l'estimateur de la phase du rythme numérique

Dérive/symb =	20°	40°	100°	200°	400°
MDP2	4,1	4,2	5,1	6,7	6,9
MDP4	3,2	3,4	3,1	3,6	3,3
MD 1/Tb	4,0	4,3	6,3	12,5	14,4
MD 1/2Tb	4,5	5,3	7,8	24,4	29,6

Tableau 7 : Ecart-type (en °) de l'estimateur de la phase de la porteuse

Dérive/symb =	20°	40°	100°	200°	400°
MDP2	3,4	3,4	6,0	23,6	
MDP4	3,2	4,6	29,3		
MD 1/Tb	3,8	3,4	6,8	24,0	24,5
MD 1/2Tb	3,3	3,6	7,8	22,9	28,2