

DIXIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

531



NICE du 20 au 24 MAI 1985

COMPARAISON D'ALGORITHMES DE DEMODULATION PARTIELLEMENT COHERENTS.

PH. LOUBATON * , R. VALLET **

*THOMSON C.S.F. D.T.C. 16 Rue DU FOSSE BLANC 92231 GENNEVILLERS CEDEX

** E.N.S.T. dpt S.Y.C. 46 Rue BARRAULT 75634 PARIS cedex 13

RESUME

Divers estimateurs de la phase d'une porteuse modulée en P.S.K. perturbée par du bruit additif blanc gaussien sont caractérisés statistiquement. L'influence d'une dérive de fréquence sur les performances des récepteurs pseudo-cohérents associés est évaluée et l'on montre qu'il est nécessaire de pouvoir disposer d'un module permettant de l'évaluer; un estimateur de la dérive de fréquence simple à réaliser est présenté.

On indique enfin comment appliquer ces résultats à la démodulation pseudo-cohérente de signaux modulés en M.S.K.; on constate alors des dégradations dans les

performances des démodulateurs dues aux biais introduits par l'interférence inter-symbole générée par le filtre de réception; néanmoins ce procédé permet d'abaisser le seuil de fonctionnement du récepteur par rapport aux techniques de démodulation classiques des signaux de type M.S.K.

SUMMARY

Various statistical estimators for the phase of a carrier modulated by P.S.K. in an additive Gaussian white noise channel are characterized. The influence of a frequency drift on the performances of the associated pseudo-coherent receivers is evaluated, proving the importance of using a block to carry out this evaluation. This calls for the presentation of an estimator for the frequency drift.

The ensuing results are applied to the pseudo-coherent demodulation of signals modulated in M.S.K.. Degradations, due mainly to the biases introduced by the interference between symbols, generated by the receivers filter, are noticed. This procedure allows a bigger decrease of the activity threshold of the receiver as compared to the classical demodulation techniques of M.S.K. types signals.



INTRODUCTION:

L'utilisation des techniques numériques dans les transmissions de données confère une grande souplesse d'emploi aux systèmes de démodulation. Il est donc légitime d'envisager des récepteurs pseudo-cohérents pouvant fonctionner grâce à des estimateurs de phase dérivés de critères de vraisemblance non réalisables avec des techniques analogiques classiques.

Nous envisageons, en premier lieu, le cas de la modulation P.S.K. pour laquelle nous proposons d'étudier les propriétés statistiques de l'estimateur du maximum de vraisemblance et du maximum de vraisemblance conjoint phase-données [4], ainsi que d'un estimateur dérivé des systèmes de synchronisation par élévation à une puissance introduits dans [5]. Nous montrons que les performances de ces estimateurs sont très proches de celles de l'estimateur du maximum de vraisemblance de la phase d'une porteuse pure non modulée. Nous évaluons la dégradation de performances dues à une dérive de fréquence, qui sont du même ordre de grandeur pour les deux premiers estimateurs alors que le dernier a un comportement approximativement deux fois plus critique. Dans des applications, où l'effet doppler est élevé, il est nécessaire d'envisager un module permettant d'évaluer son influence sur le signal afin de le corriger. Nous décrivons la forme des estimateurs du maximum de vraisemblance dont la complexité ne permet pas d'envisager une mise en oeuvre raisonnable. Un estimateur opérant sur le signal modulé élevé au carré est proposé, et l'on montre que ses performances sont très satisfaisantes. Nous envisageons d'appliquer les résultats précédents à la démodulation pseudo-cohérente de signaux modulés en M.S.K.. Cette modulation peut être interprétée comme une modulation à une seule dimension. On note alors une dégradation des performances provenant de l'interférence inter-symboles qui biaise les estimateurs.

1. MODELE DES SIGNAUX:

Nous considérons les modulations linéaires à une dimension: P.S.K.2 (Phase Shift Keying à 2 états) et M.S.K. (Minimum Shift Keying) utilisées dans un canal à bruit additif blanc gaussien et à effet doppler. Le signal reçu échantillonné au rythme symbole T après passage dans un filtre adapté à sa forme peut se modéliser par la relation:

$$z_k = a_k \sqrt{2E_b} e^{j\theta_k} + n_k \quad \text{en P.S.K.2} \quad (1.1)$$

et par :

$$z_k = j^k \sqrt{2E_b} e^{j\theta_k} (a_k + j \frac{1}{\pi} (a_{k+1} - a_{k-1})) + m_k \quad \text{en M.S.K.} \quad (1.2)$$

Nous posons par la suite $A = \sqrt{2E_b}$, θ_k s'écrit sous la forme $\theta_k = \theta_0 + k\Delta\theta$; θ_0 est la phase initiale de la porteuse et $\Delta\theta$ représente la phase due à la dérive de fréquence Δf pendant la durée d'un symbole. on a: $\Delta\theta = 2\pi\Delta f T$; dans la suite nous caractériserons la dérive de fréquence par le produit $\Delta f T$. E_b est l'énergie par bit du signal réel reçu, n_k est une suite de variables aléatoires gaussiennes centrées indépendantes de variance $2N_0$, où $N_0/2$ est la densité spectrale bilatérale du bruit gaussien présent à l'entrée du récepteur. m_k est une suite de variables aléatoires complexes gaussiennes, de variance $2N_0$ telles que

$$E(m_k m_{k+\rho}^*) = 0 \quad \text{pour } \rho \neq 0 \quad \text{et } E(m_k m_{k+1}^*) = \frac{2N_0}{\pi}$$

$a_k = \pm 1$ représente une suite de symboles binaires supposés indépendants et identiquement distribués, obtenus à partir de la suite b_k des symboles émis, par un codage différentiel:

$$a_k = b_k \cdot a_{k-1} \quad (1.3)$$

Les démodulateurs que nous allons envisager ici, contiennent un système d'estimation de θ_k qui permettra d'évaluer les symboles binaires a_k puis la suite des symboles modulants par $\hat{b}_k = \hat{a}_k \cdot a_{k-1}$. Le même codage différentiel appliqué à la P.S.K. et à la M.S.K. permet de comparer les performances obtenues dans les mêmes conditions. Une séquence d'apprentissage constituée par une suite de symboles connus est nécessaire si l'on ne veut pas utiliser de codage différentiel qui multiplie environ par un facteur 2 le taux d'erreurs.

2. PRESENTATION DES ESTIMATEURS DE PHASE:

Nous allons envisager ici des estimateurs de la phase utilisant une fenêtre d'observation $\{z_{k-M}, \dots, z_k, \dots, z_{k+N}\}$. Pour simplifier les notations, on suppose sans perte de généralité que $k=0$ et nous omettrons cet indice. on note $Z(M,N)$ (respectivement $a(M,N)$) le vecteur ligne de composantes $(z_{-M}, \dots, z_0, \dots, z_N)$ (resp. $(a_{-M}, \dots, a_0, \dots, a_N)$); lorsque la fenêtre sera symétrique ($M=N$), nous emploierons la notation $Z(N)$ (resp. $a(N)$). soient $(C^i)_{i=0,1,2,3}$ les fonctions définies par les relations suivantes:

$$C^0(\theta, Z(M,N), a(M,N)) = \sum_{k=-M}^N \text{Re} [a_k z_k e^{-j\theta}] \quad (2.0)$$

$$C^1(\theta, Z(M,N)) = \sum_{k=-M}^N \log(\text{ch}(\text{Re} [\frac{A}{N_0} z_k e^{-j\theta}])) \quad (2.1)$$

$$C^2(\theta, Z(M,N)) = \sum_{k=-M}^N |\text{Re} [z_k e^{-j\theta}]| \quad (2.2)$$

$$C^3(\theta, Z(M,N)) = \sum_{k=-M}^N \text{Re} [z_k^2 e^{-2j\theta}] \quad (2.3)$$

et $\hat{\theta}^i(Z(M,N))$ les angles (supposés uniques) maximisant $C^i(\theta, Z(M,N))$. Il est clair que les fonctions $\hat{\theta}^i$ $i=1,2,3$ ne sont définies qu'à π près; d'autre part seules les fonctions $\hat{\theta}^0$ et $\hat{\theta}^3$ peuvent être exprimées analytiquement:

$$\hat{\theta}^0 = \text{Arg}(\sum_{k=-M}^N a_k z_k) \quad (2.4)$$

$$\hat{\theta}^3 = \frac{1}{2} \text{Arg}(\sum_{k=-M}^N z_k^2) \quad (2.5)$$

3. ETUDE DES ESTIMATEURS DE PHASE DANS LE CAS P.S.K.:

3.1 la phase est constante $\theta_k = \theta_0$ $i=-M, N$

Lorsque la phase θ_k est constante sur l'intervalle d'observation, $\hat{\theta}^0$, $\hat{\theta}^1$, $\hat{\theta}^2$ coïncident respectivement avec les estimateurs du maximum de vraisemblance connaissant les données, du maximum de vraisemblance, du maximum de vraisemblance conjoint phase-données et l'estimateur de phase $\hat{\theta}^3$ est simplement déduit du fait que z_k^2 ne dépend pas des symboles a_k . L'estimateur $\hat{\theta}^0$ est envisagé à titre de référence. Nous allons montrer que ces estimateurs sont non-biaisés. Pour simplifier

les notations, on suppose, sans pertes de généralités, que la phase est nulle $\theta_0 = 0$.

Proposition:

Les estimateurs $\hat{\theta}^i$ $i=0,1,2,3$ sont non biaisés. De plus:

$$E(\hat{\theta}^i(Z(M,N))|a(M,N)) = \theta_0 = 0$$

Démonstration:

Les fonctions C^i peuvent se mettre sous la forme:

$$C^i(\theta, Z(M,N)) = \sum_{k=-M}^M f^i(Z_k e^{-j\theta}) \text{ avec } f^i(w) = f^i(w^*) \quad (3.1)$$

d'où

$$C^i(\theta, Z(M,N)) = C^i(-\theta, Z(M,N)^*)$$

or il est clair que pour une modulation P.S.K.2, on a :

$$P(Z(M,N)|a(M,N)) = P(Z(M,N)^*|a(M,N))$$

En utilisant (3.1) et cette dernière relation, il vient:

$$E(\hat{\theta}^i|a(M,N)) = \int \hat{\theta}^i(Z(M,N)) P(Z(M,N)|a(M,N)) dZ(M,N) = 0.$$

d'où:

$$E(\hat{\theta}^i) = 0.$$

Etude des variances et des densités de probabilité des variables aléatoires $\hat{\theta}^i$

Cette étude a été réalisée par simulation par la méthode de Monte-Carlo. Les densités de probabilité des v.a. ont été estimées grâce à des histogrammes de pas égal à $\pi/32$. Pour disposer d'une référence convenable, les valeurs de $\hat{\theta}^0$ ont été ramenées entre $-\pi/2$ et $\pi/2$.

La figure (1) (resp. la figure (2)) représente les densités de probabilité des estimateurs $\hat{\theta}^i(Z_{N,N})$ (fenêtre symétrique) lorsque $N=2$ et $N=5$ pour $E_b/N_0 = 8$ dB (resp. $E_b/N_0 = 4$ dB). Dans le premier cas, pour $N=2$ et $N=5$, les densités de $\hat{\theta}^i$ sont toutes identiques; lorsque $E_b/N_0 = 4$ dB, la densité de la v.a. $\hat{\theta}^3$ présente une dispersion plus importante. La figure 3 qui représente l'écart type de $\hat{\theta}^i$ en fonction de E_b/N_0 , confirme les observations ci-dessus.

Enfin la figure 4 caractérise en termes de taux d'erreurs par bit, les performances des démodulateurs partiellement cohérents associés à chaque estimateur $\hat{\theta}^i$ $i=0,3$. On peut constater que les récepteurs associés aux trois premiers estimateurs ont des caractéristiques identiques; un légère dégradation pour les faibles E_b/N_0 apparait lorsque $\hat{\theta}^3$ est utilisé.

3.2 Influence d'une dérive de fréquence:

Dans ce paragraphe, θ_n s'écrit sous la forme : $\theta_n = \theta_0 + n\Delta\theta$, $\Delta\theta$ représente la rotation de phase due à l'écart Δf entre la fréquence d'accord du récepteur et la porteuse de l'émission, pendant une durée égale à T : $\Delta\theta = 2\pi\Delta f T$. Comme au paragraphe précédent, nous supposons que $\theta_0 = 0$.

Proposition:

Lorsque la fenêtre d'observation est symétrique autour de 0, les estimateurs $\hat{\theta}^i$, $i=0,3$ sont non-biaisés et de plus ,

$$E(\hat{\theta}^i(Z(N))|a(N)) = \theta_0 = 0$$

Démonstration:

Les variables aléatoires $q_l(\Delta\theta) = n_l e^{-j l \Delta\theta}$ pour $l=-N, N$ sont indépendantes et de même loi que (n_l) $l=-N, N$ Z_1 peut s'écrire sous la forme:

$$Z_1 = (Aa_1 + q_1) \exp j l \Delta\theta \quad l = -N, N$$

Considérons le vecteur $q'(N)$ défini par:

$$q'_k = q_{-k}^* \quad \text{si } a_k = a_{-k} \\ = -q_{-k}^* \quad \text{si } a_k = -a_{-k}$$

$$\text{Soit: } Z'_k = (a_k + q'_k) e^{j \Delta\theta k} \quad k = -N, N$$

$$\text{alors: } Z'_k = Z_{-k}^* \quad \text{si } a_k = a_{-k} \\ = -Z_{-k}^* \quad \text{si } a_k = -a_{-k}$$

Les fonctions f^i définies précédemment vérifient:

$$f^i(w) = f^i(-w) \quad (3.2)$$

En utilisant (3.1), (3.2) et la symétrie de la fenêtre:

$$C(-\theta, Z(N)) = C(\theta, Z'(N))$$

$$\text{donc: } \hat{\theta}^i(Z'(N)) = -\hat{\theta}^i(Z(N)) \quad (3.3)$$

De plus, il est clair que:

$$P(q'(N)|a(N)) = P(q(N))$$

par conséquent:

$$P(Z'(N)|a(N)) = P(Z(N)|a(N))$$

Cette dernière égalité et (3.3) impliquent

$$E(\hat{\theta}^i(Z(N))|a(N)) = 0. \quad \text{et } E(\hat{\theta}^i(Z(N))) = 0 \quad (3.4)$$

Les estimateurs proposés sont donc non-biaisés si la fenêtre d'observation est symétrique par rapport à l'instant 0, ce que nous considérerons toujours par la suite.

Les figures 5 et 6 représentent les densités de probabilité des v.a. $\hat{\theta}^i$ avec $N=2$ et $N=5$, pour une dérive de fréquence de $\Delta f T = 2,5 \cdot 10^{-2}$ et pour un rapport signal à bruit de 8 dB et de 4 dB. On peut constater que les estimateurs $\hat{\theta}^i$ $i=0,1,2$ ont une robustesse équivalente par rapport à la dérive de fréquence alors que l'estimateur $\hat{\theta}^3$ a une loi de probabilité beaucoup plus étalée que lorsque $\Delta\theta = 0$; l'élévation au carré de l'observation fait apparaître des termes en $\exp 2j \Delta\theta$, donc cet estimateur est deux fois plus sensible à une dérive de fréquence. Ceci est confirmé sur les figures 7 et 8 qui représentent respectivement les écart-types des $\hat{\theta}^i$ ainsi que les taux d'erreurs des récepteurs partiellement cohérents associés. Pour l'estimateur $\hat{\theta}^0$, l'écart type en fonction de la durée $(2N+1)T$ de la fenêtre d'observation possède un minimum qui correspond à $N\Delta\theta = \pi/3$. Pour une dérive de fréquence telle que $N\Delta\theta > \pi/3$, il est nécessaire d'effectuer au préalable une estimation de cette dérive et de corriger le signal reçu.



4. ESTIMATION DE LA DERIVE DE FREQUENCE:

Soit $Z_N = (Z_1, \dots, Z_N)$ le vecteur formé des N observations de l'enveloppe complexe du signal reçu. Alors, $Z_k = A a_k \exp(jk\Delta\theta + \theta) + n_k$, $k = 1, N$. Nous nous proposons de trouver des estimateurs de $\Delta\theta$ à partir de Z_N .

Proposition:

L'estimateur du maximum de vraisemblance $\Delta\theta^1$ maximise

$$F_1(\Delta\theta) = \int_{-\pi}^{+\pi} \prod_{i=1}^N \text{ch} \left[\frac{A}{\sigma^2} \text{Re}(Z_i e^{-j(i\Delta\theta + \theta)}) \right] d\theta \quad (4.1)$$

L'estimateur du maximum de vraisemblance conjoint phase-données vérifie:

$$\text{Max}_{a_1, \dots, a_N, \Delta\theta} \left| \sum_{i=1}^N a_i z_i e^{-j\Delta\theta} \right|^2 = \left| \sum_{i=1}^N \hat{a}_i z_i e^{-j\Delta\theta} \right|^2 \quad (4.2)$$

Démonstration:

Soit B_N l'ensemble des suites binaires de N éléments.

$$\Delta\theta^1(Z_N) \text{ maximise } \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \sum_{b_N \in B_N} P(Z_N, b_N, \Delta\theta, \theta) p(b_N) d\theta$$

avec

$$P(Z_N, b_N, \Delta\theta, \theta) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{N/2}} \exp \left[-\frac{\sum_{i=1}^N |z_i - b_i e^{j(i\Delta\theta + \theta)}|^2}{2\sigma^2} \right]$$

et $P(b_N) = 1/2^N$. En ne faisant apparaitre que les termes qui dépendent de $\Delta\theta$ et de θ , $\Delta\theta$ maximise:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \left(\sum_{b_N \in B_N} \frac{1}{2^N} \prod_{i=1}^N \exp \left[\frac{A}{\sigma^2} \text{Re}(b_i z_i e^{-j(i\Delta\theta + \theta)}) \right] \right) d\theta$$

or, la fonction à intégrer peut s'écrire:

$$\prod_{i=1}^N \text{ch} \left(\frac{A}{\sigma^2} \text{Re}(Z_i e^{-j(i\Delta\theta + \theta)}) \right)$$

d'où la relation (4.1)

L'estimateur du maximum de vraisemblance conjoint dérive-données $(\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_N, \Delta\theta^2)$ maximise:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} P(Z_N, a_N, \Delta\theta, \theta) d\theta$$

Compte tenu de l'expression de la densité conjointe, et en ne faisant apparaitre que les termes qui dépendent des paramètres à estimer, $(\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_N, \Delta\theta^2)$ maximise:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \exp \left[\frac{A}{\sigma^2} \text{Re} \left(\sum_{i=1}^N a_i z_i e^{-j(i\Delta\theta)} \right) e^{-j\theta} \right] d\theta = I_0 \left[\frac{A}{\sigma^2} \left| \sum_{i=1}^N a_i z_i e^{-j(i\Delta\theta)} \right| \right]$$

$I_0(\cdot)$ est la fonction de Bessel d'ordre 0, qui est monotone croissante d'où la relation (4.2)

La complexité des algorithmes à mettre en oeuvre pour calculer $\Delta\theta^1$ et $\Delta\theta^2$ étant beaucoup trop importante, nous n'étudierons pas ces estimateurs par la suite.

Lorsque les données (a_1, \dots, a_N) sont connues, l'estimateur du maximum de vraisemblance $\Delta\theta^0$ est obtenu en maximisant: ref [1]

$$F_0(\Delta\theta) = \left| \sum_{i=1}^N a_i z_i e^{-j(i\Delta\theta)} \right|^2$$

Ceci suggère d'utiliser l'estimateur $\Delta\theta^3$ obtenu en maximisant:

$$F_3(\Delta\theta) = \left| \sum_{i=1}^N z_i^2 e^{-2ji\Delta\theta} \right|^2$$

Nous allons étudier à présent les propriétés statistiques de $\Delta\theta^3$ en le comparant à $\Delta\theta^0$ à titre de référence. Comme pour les paragraphes précédents, nous supposons que la valeur du paramètre $\Delta\theta$ à estimer est égale à 0.

Proposition:

$\Delta\theta^3$ est non biaisé et de plus $E(\Delta\theta^3 | a_N) = 0$

Démonstration:

Les arguments que nous utilisons ici sont identiques à ceux qui ont été employés précédemment:

$$F_3(\Delta\theta, Z(N)) = F_3(-\Delta\theta, Z^*(N))$$

$$\text{d'où } \Delta\theta^3(Z(N)) = -\Delta\theta^3(Z^*(N))$$

Puisque $P(Z(N) | a(N)) = P(Z^*(N) | a(N))$ alors:

$$E(\Delta\theta^3(Z(N) | a(N))) = \int \Delta\theta^3(Z(N)) P(Z(N) | a(N)) dZ(N) = 0$$

donc $E(\Delta\theta^3(Z(N))) = 0$.

La loi de probabilité de $\Delta\theta^3$ a été estimée par simulation pour $N=64$. Un histogramme de pas $\pi/64$ des valeurs prises par l'estimateur a été construit en calculant, pour chaque réalisation, les modules d'une P.F.T. 64 points sur la suite $(z_i^2, i=1, 64)$ et en cherchant le maximum.

5000 réalisations indépendantes de $\Delta\theta^0$ et $\Delta\theta^3$ ont été calculées; on a pu constater que toutes les valeurs E étaient concentrées dans l'intervalle $\left[\frac{-\pi}{64}, \frac{\pi}{64} \right]$ pour $\frac{E}{N} \geq 2$ dB, ce qui démontre la robustesse des estimateurs.

5 APPLICATION A LA-MODULATION M.S.K.

L'enveloppe complexe du signal reçu, échantillonnée à la sortie du filtre de réception, d'un signal modulé en M.S.K. s'écrit:

$$Z_k = j^k A \left(a_k + \frac{j}{\pi} (a_{k+1} - a_{k-1}) \right) e^{j\theta_k} + m_k \quad (5.1)$$

avec les mêmes notations que celles utilisées aux paragraphes précédents; m_k est un bruit Gaussien complexe tel que

$$E(|m_k|^2) = 2N_0 \quad E(m_k m_{k-1}^*) = \frac{2N_0}{\pi} \quad E(m_k m_{k-2}^*) = 0$$

Si l'on pose $R_k = j^{-k} Z_k$ alors

$$R_k = A \left(a_k + \frac{j}{\pi} (a_{k+1} - a_{k-1}) \right) e^{j\theta_k} + p_k$$

Les estimateurs de phase dérivés aux paragraphes précédents peuvent être transposés dans le cas M.S.K. en remplaçant Z_k par R_k .

Par conséquent, la démodulation pseudo-cohérente d'un signal M.S.K. peut être ramenée à celle d'un signal P.S.K.2 en utilisant la règle de décision:

$$\hat{a}_k = \text{sign}(\text{Re}(R_k e^{-j\hat{\theta}_k}))$$

COMPARAISON D'ALGORITHMES DE DEMODULATION PARTIELLEMENT COHERENTS.

où $\hat{\theta}_k^i$ est l'un des estimateurs précédemment envisagés. Néanmoins l'interférence intersymboles modifie leurs propriétés statistiques.

Proposition:

Les estimateurs $\hat{\theta}^i(R(N))$ $i=1,2,3$ et $\Delta\hat{\theta}^3(R(N))$ sont non biaisés.

Démonstration:

Nous ne démontrerons $E(\hat{\theta}^i) = 0$ que lorsque $\Delta\theta = 0$; Le caractère non biaisé des estimateurs $\hat{\theta}^i$ pour $\Delta\theta \neq 0$ et de $\Delta\hat{\theta}^3$ se démontre grâce aux mêmes types d'arguments que ceux qui ont été employés précédemment et ceux qui vont être présentés maintenant.

Posons: $R'_1 = j^{-1}Z_1^*$; alors $R'_1 = (-1)^1 R_1^*$

et les fonctions C^i vérifient

$$C^i(\theta, R'(N)) = C^i(-\theta, R(N))$$

donc: $\hat{\theta}^i(R'(N)) = -\hat{\theta}^i(R(N))$ (5.1)

d'autre part:

$$P(R(N)) = P(R'(N))$$
 (5.2)

En effet, les composantes de R'_k de $R'(N)$ peuvent s'écrire sous la forme:

$$R'_k = A(a'_k + j(a'_{k+1} - a'_{k-1})) + m'_k$$

où $a'_{2k} = a_{2k}$ et $a'_{2k+1} = -a_{2k+1}$

et $m'_k = (-1)^k m_k^*$ pour k entier

Par conséquent, $a(N)$ et $a'(N)$ (resp. $m(N)$ et $m'(N)$) ont même loi de probabilité; il en est donc de même pour les vecteurs $R(N)$ et $R'(N)$; en utilisant (5.1) et (5.2) on obtient immédiatement $E(\hat{\theta}^i) = 0$. Par contre, dans le cas général,

$$E(\hat{\theta}^i | a(N)) \neq 0 \text{ et } E(\Delta\hat{\theta}^3 | a(N)) \neq 0$$

Ceci explique que les performances en termes de variance des estimateurs (figure 9) ainsi qu'en termes de taux d'erreurs (figure 10) soient dégradées. Néanmoins, il est raisonnable de conjecturer que

$$\lim_{N \rightarrow \infty} E(\hat{\theta}^i | a(N)) = 0$$

Ceci se montre aisément pour l'estimateur $\hat{\theta}^0$ connaissant les données; dans ce cas:

$$|E(\hat{\theta}^0 | a(N))| \leq \frac{1}{N\pi}$$

Le choix de la longueur $2N+1$ de la fenêtre d'estimation est un compromis entre les performances obtenues en présence de bruit gaussien et la dégradation apportée par la dérive de fréquence.

Les courbes sur les figures 1 à 10 sont repérées par:

- 1 = fenetre N=2; estimateurs $\hat{\theta}^0, \hat{\theta}^1, \hat{\theta}^2$
- 2 = fenetre N=2; estimateur $\hat{\theta}^3$,
- 3 = fenetre N=5; estimateurs $\hat{\theta}^0, \hat{\theta}^1, \hat{\theta}^2$
- 4 = fenetre N=5; estimateur $\hat{\theta}^3$,

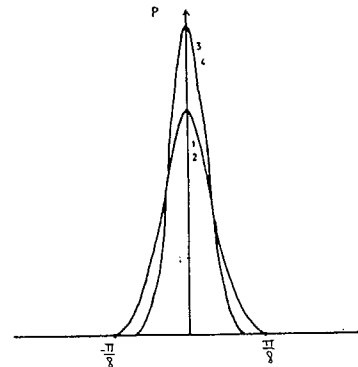


fig 1: densité de probabilité des estimateurs phase: P.S.K., $\frac{E_b}{N_0} = 8 \text{ dB}$, $\Delta f.T = 0$

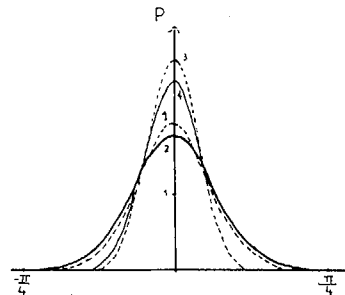


fig 2: densité de probabilité des estimateurs phase: P.S.K., $\frac{E_b}{N_0} = 4 \text{ dB}$, $\Delta f.T = 0$

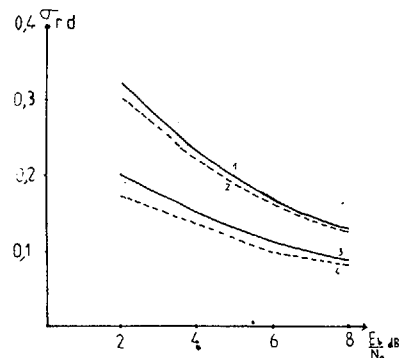


fig 3: Ecart type des estimateurs de phase: P.S.K., $\Delta f.T = 0$



COMPARAISON D'ALGORITHMES DE DEMODULATION PARTIELLEMENT COHERENTS.

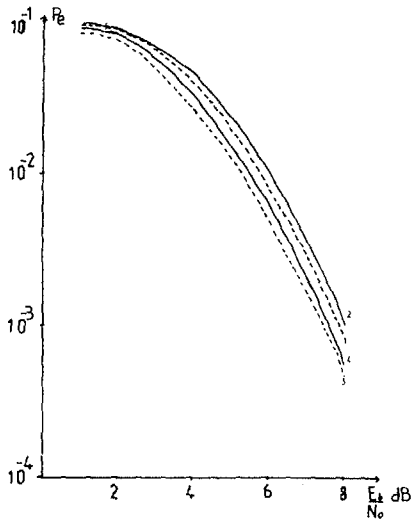


fig 4: Taux d'erreurs par bit: P.S.K., $\Delta f.T = 0$

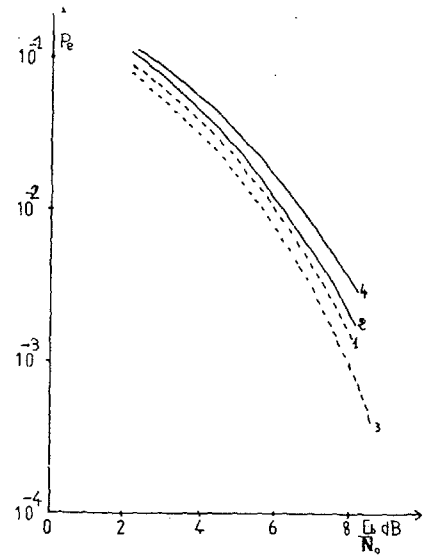


fig 8: Taux d'erreurs par bit: P.S.K., $\Delta f.T = 0.025$

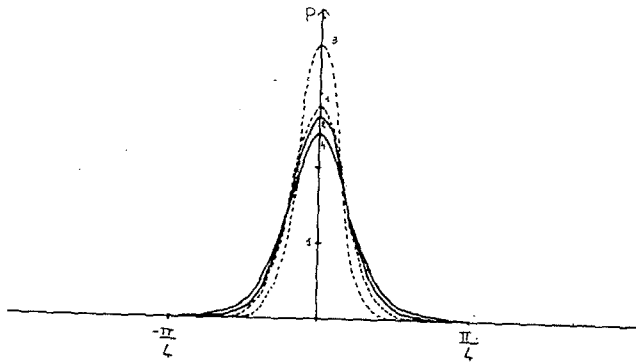


fig 5: densité de probabilité des estimateurs de phase: P.S.K., $\frac{E_b}{N_0} = 8 \text{ dB}$, $\Delta f.T = 0.025$

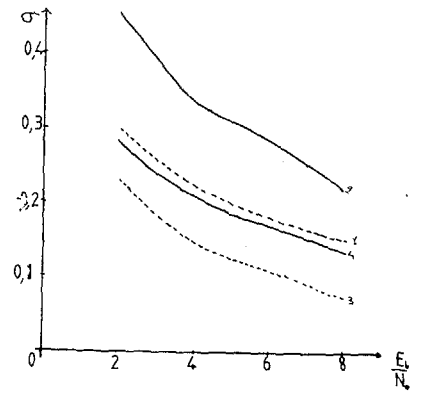


fig 9: Ecart type des estimateurs de phase: M.S.K., $\Delta f.T = 0$

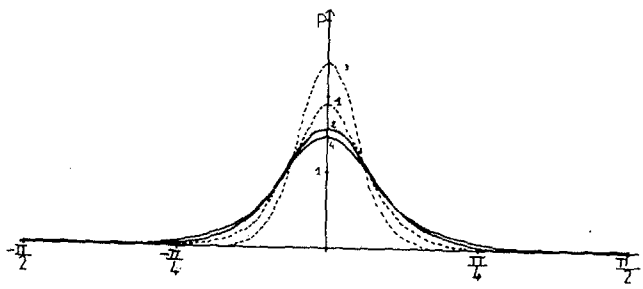


fig 6: densité de probabilité des estimateurs de phase: P.S.K., $\frac{E_b}{N_0} = 4 \text{ dB}$, $\Delta f.T = 0.025$

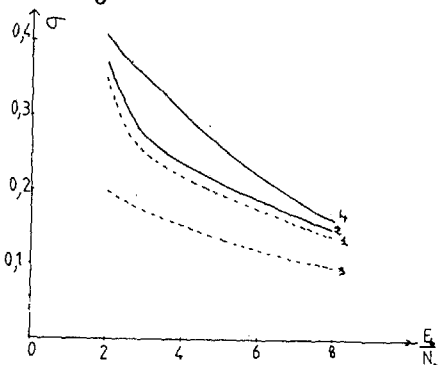


fig 7: Ecart type des estimateurs de phase: P.S.K., $\Delta f.T = 0.025$

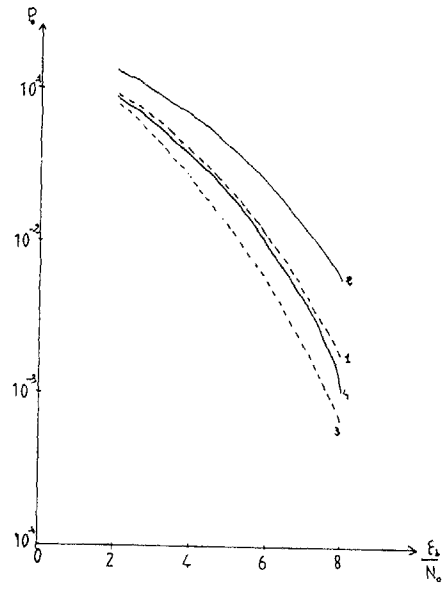


fig 10: Taux d'erreurs par bit: M.S.K., $\Delta f.T = 0$

**CONCLUSION:**

Le principe d'un estimateur de phase déduit de l'observation du signal sur une fenêtre symétrique de $(2N+1)$ symboles permet de construire un ensemble d'estimateurs non biaisés, même en présence de dérive de fréquence, dans le cas d'une modulation P.S.K.; lorsque l'on module en M.S.K., un biais décroissant en $1/N$ apparaît du fait de l'interférence intersymboles apportée par le filtre de réception; il est à noter que les récepteurs proposés peuvent être également utilisés pour recevoir des modulations de fréquence à phase continue d'indice $1/2$ car elles peuvent être interprétées, comme la M.S.K., comme des modulations d'amplitude par des trains binaires décalés sur les voies en phase et en quadrature [3].

Enfin, nous concluons en signalant que les techniques de démodulation proposées peuvent être appliquées à des systèmes de réception cohérent de transmission de données en évocation de fréquence.

REFERENCES:

- [1] D.C.RIFE and R.D. BOORSTYN. "Single tone parameter estimation from discrete time observations". IEEE Trans. on Information Theory, VOL.IT-20, No5, september 1974.
- [2] H.KOREZLIOGLU et R.VALLET. "Filtrage non-linéaire appliqué aux communications numériques dans un canal à phase aléatoire". 10-eme Colloque GRETSI, Nice, MAI 1985.
- [3] P.A LAURENT "Interprétation des modulations d'indice demi-entier. Extension à des indices voisins et applications". 9-eme Colloque GRETSI, Nice, MAI 1983.
- [4] SIMON (M.K.). "Optimum receiver structures for phase multiplexed modulations". IEEE Trans. COM, USA (1978)
- [5] Adrew J.VITERBI and Audrey M.VITERBI, "Nonlinear estimation of P.S.K.-Modulated carrier phase with application to burst digital transmission". IEEE Trans. on Information Theory, VOL.IT-29, No4, july 1983.

