

DIXIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 20 au 24 MAI 1985

DECODAGE SEQUENTIEL APPLIQUE AU PROBLEME DE L'INTERFERENCE ENTRE SYMBOLES

Samir KALLEL et David HACCOUN

Ecole Polytechnique de Montréal, C.P. 6079, Montréal, Canada, H3C 3A7

RESUME

Dans les communications numériques à grande vitesse, l'interférence entre symboles (IES) due à l'insuffisance de largeur de bande du canal de transmission constitue un problème important. Considérant cette interférence comme étant du codage convolutionnel, où la mémoire du codeur correspond à celle du canal, la technique de décodage optimal de Viterbi peut être utilisée pour combattre l'IES. Cependant comme l'effort de calcul et la complexité du décodage de Viterbi augmentent exponentiellement avec la mémoire du canal, cette technique est donc limitée à des canaux dont la mémoire n'excède pas 3 ou 4 symboles.

Cet article traite de l'application du décodage séquentiel au problème de l'IES. Contrairement au décodage de Viterbi, l'effort de calcul du décodage séquentiel est en moyenne très faible mais aussi très variable. Cependant l'effort de calcul étant indépendant de la mémoire du canal, la technique de décodage séquentiel devient attrayante pour des canaux de mémoire supérieure à 4 symboles. Quant à la variabilité de l'effort de calcul, cet inconvénient peut être circonscrit en utilisant la variante "multichemins" du décodage séquentiel où plusieurs chemins parmi les plus vraisemblables sont simultanément explorés par le décodeur.

Les modifications apportées au décodage séquentiel appliqué à l'IES sont présentées. Les résultats des simulations à l'ordinateur montrent que les performances du décodage séquentiel multichemins sont très peu différentes de celles du décodage optimal de Viterbi, tout en n'exigeant qu'une très faible proportion de l'effort de calcul du décodage optimal. De plus, par un choix judicieux du nombre de chemins explorés par le décodeur la variabilité, de l'effort de calcul peut être pratiquement éliminée, rendant cette technique des plus attrayantes pour des canaux où l'IES s'étend sur un grand nombre de symboles.

SUMMARY

A major impairment encountered in high speed transmission of digital data over bandlimited channels is the Intersymbol Interference (ISI) between pulses due to an insufficient channel bandwidth. An optimum decoding technique using the Viterbi algorithm can be applied to the ISI problem. Since, the computational complexity of this technique grows exponentially with the memory of the channel its application becomes impractical when the channel memory exceeds few symbols.

In this paper we present the application of the suboptimal technique of sequential decoding and some of its variants to the ISI problem. Contrary to Viterbi decoding the computational effort of sequential decoding is on the average very small but also highly variable. However since the computational effort is independent of the memory of the channel its application to ISI over arbitrarily long memory channels may be attractive. As for the computational variability, it can be circumvented by a variant of the stack algorithm called multiple-path sequential decoding, in which several paths are simultaneously explored by the decoder.

Computer simulations with long memory channels show that compared to an optimal decoder the error performance degradation is negligible, while the computational effort is but a very small fraction of that of an optimal Viterbi decoder.



I INTRODUCTION

Dans un système de communication numérique une succession de symboles discrets est transmise à travers un canal. Ce dernier étant limité par sa largeur de bande, il peut advenir que le taux de transmission des symboles soit trop élevé. Dans de telles situations un phénomène de chevauchement des symboles à la sortie du canal apparaît et est appelé "Interférence entre symboles" (IES). Ce phénomène de l'IES peut altérer considérablement la forme des symboles transmis et provoquer des erreurs de détection. Il est donc nécessaire de prévoir des techniques de détection destinées à réduire l'effet de cette IES.

Plusieurs techniques, linéaires et non linéaires, de correction de l'IES ont été proposées. Ces techniques sont, soit très peu performantes, soit fort complexes [1]. Considérant cette interférence comme étant du codage convolutionnel, où la mémoire du canal est associée à celle du codeur, la technique du décodage optimal de Viterbi peut être utilisée pour combattre l'IES. Cependant comme l'effort de calcul du décodage de Viterbi augmente avec la mémoire du canal, cette technique se limite donc à des canaux de faibles mémoires.

Des techniques de décodage séquentiel, basées sur l'algorithme multichemins, peuvent aussi être envisagées pour la correction de l'IES. Ces techniques n'exigeant qu'une très faible proportion de l'effort de calcul du décodage optimal de Viterbi, elles peuvent être très attrayantes pour des canaux où l'IES s'étend sur un grand nombre de symboles (>4).

Dans cet article on présente une analyse de l'application du décodeur séquentiel multichemins à la résolution de l'IES [2],[3]. Dans cette application du décodage séquentiel la métrique traditionnelle de Fano [4] ne pouvant s'appliquer directement, une nouvelle métrique basée sur la distance Euclidienne est présentée. Des simulations extensives à l'ordinateur ont montré que les performances d'erreur du décodage séquentiel sont très peu différentes de celles du décodage de Viterbi pour un effort de calcul moyen considérablement plus faible. Ce nombre moyen de calcul est en effet approximativement égal à la mémoire du canal pour le décodeur séquentiel, alors qu'il croît exponentiellement avec la mémoire du canal pour le décodeur de Viterbi. Quant à la variabilité de l'effort de calcul du décodage séquentiel les résultats des simulations à l'ordinateur montrent qu'elle peut être réduite à une valeur négligeable.

Le modèle de canal utilisé dans cette étude revient à celui illustré à la figure 1 et développé par Forney [5]. Dans ce modèle les symboles transmis $\{I_k\}, k=1,2,\dots$ peuvent prendre avec égale probabilité les valeurs $\pm h, \pm 3h, \dots, \pm (q-1)h$, où q est la taille de l'alphabet utilisé et h est la distance entre deux niveaux successifs. Les sorties y_k sont composées des échantillons du bruit n_k et de l'effet de l'IES,

$$y_k = z_k + n_k \quad (1)$$

avec,

$$z_k = \sum_{k=0}^W f_k I_{W-k} \quad (2)$$

où les $\{f_k\}$ sont les coefficients de pondération du canal, et où W est la mémoire du canal. Le bruit est considéré être gaussien et blanc, de moyenne nulle et de variance $\sigma^2 = N_0/2$.

La figure 1 montre la grande ressemblance avec un codeur convolutionnel classique de mémoire W , où les additionneurs modulo-2 sont remplacés par un seul sommateur arithmétique, et où les connexions définies par le code sont remplacées par les coefficients de pondération $\{f_k\}$.

Après une brève description de la technique de détection à maximum de vraisemblance donnée à la section II, nous présentons à la section III l'application du décodage séquentiel au problème de l'IES. Enfin les résultats de simulations à l'ordinateur sont présentés à la section VI et portent aussi bien sur les performances d'erreurs que sur la distribution de l'effort de calcul.

II DETECTION PAR MAXIMUM DE VRAISEMBLANCE

Dans cette section, des détecteurs à maximum de vraisemblance, tels que le décodeur de Viterbi et le décodeur séquentiel sont brièvement décrits.

Soit S_k l'état du canal, à l'instant k , défini comme étant les W plus récents symboles transmis.

$S_k = (I_{k-1}, I_{k-2}, \dots, I_{k-W})$, $k=1,2,\dots$ où $I_k=0$, pour $k < 0$. Une séquence de symboles peut donc être représentée par une succession d'états possibles. Il y a au total q^W états distincts, et d'un état on peut transiter vers q nouveaux états où chaque transition correspond à un élément de l'alphabet utilisé. Les différentes séquences d'états possibles peuvent être représentées par un arbre. Le noeud origine de l'arbre représente l'état initial du canal et de chaque noeud, représentant un état possible du canal émergent q branches. Chacune de ces branches correspond à une transition possible provoquée par l'entrée d'un symbole quelconque pris dans l'alphabet q -aire. Il s'ensuit qu'une séquence de L symboles trace un chemin particulier dans l'arbre, de longueur égale à L branches. Il y a donc au total q^L chemins possibles dans l'arbre de longueur égale à L branches, correspondant chacun à une séquence possible de L symboles (voir figure 2).

A une profondeur (ou niveau) n , $n > W$, il y a q^n noeuds, mais seulement q^W états distincts. Plusieurs noeuds ont le même état et sont donc identiques. En reliant ensemble, à un même niveau, tous les noeuds correspondant à un même état, l'arbre devient un treillis.

Sachant la séquence de symboles reçus, un détecteur à maximum de vraisemblance détermine le chemin dans l'arbre (ou dans le treillis) correspondant à la séquence transmise la plus vraisemblable.

Soit $Y_L = (y_0, y_1, \dots, y_{L-1})$ la séquence reçue, où les symboles $\{y_k\}$ sont donnés par (1). Le détecteur observe la séquence Y_L et choisit le chemin $I_L^{(m)}$ pour lequel la fonction de vraisemblance est maximum, c'est à dire:

$$P[Y_L | I_L^{(m)}] \geq P[Y_L | I_L^{(i)}], \forall i \neq m \quad (3)$$

Prenant le logarithme et tenant compte que le bruit est blanc et gaussien, (3) devient équivalent à:

$$\sum_{k=0}^{L-1} -d_{k,m}^2 \geq \sum_{k=0}^{L-1} -d_{k,i}^2, \forall i \neq m \quad (4)$$

où $d_{k,j}$ est la distance Euclidienne entre le k ème symbole reçu et le k ème symbole de la branche $I_k^{(j)}$, $j=1,2,\dots$. Définissant la métrique de branche du k ème symbole comme étant:

$$y_k = -d_k^2 \quad (5)$$

Le chemin choisi par le détecteur est donc celui

DECODAGE SEQUENTIEL APPLIQUE AU PROBLEME DE L'INTERFERENCE
ENTRE SYMBOLES

pour lequel la métrique cumulative totale Γ_L est maximum, où Γ_L est donnée par:

$$\Gamma = \sum_{k=0}^{L-1} \gamma_k \quad (6)$$

Décodage de Viterbi

Le décodage de Viterbi est une technique optimale de décodage des codes convolutionnels [6]. Son application pour l'IES a été proposée par Forney [5]. Etant optimal, l'algorithme de Viterbi examine toutes les séquences qui auraient pu être transmises et choisit la plus vraisemblable. Utilisant le treillis le décodeur ne conserve à chaque niveau que le chemin ayant la plus grande métrique cumulative parmi les q chemins convergeant vers chacun des q^M noeuds distincts du treillis. A chaque étape de décodage, les q^M noeuds retenus (ou "survivant") sont prolongés d'une branche et l'opération de comparaison des métriques cumulatives est effectuée à nouveau. Avec cette procédure, il est clair qu'aucun des chemins rejetés ne peut être le plus vraisemblable, et par conséquent cette technique de détection est optimale. Cependant, les opérations de décodage effectuées à chaque niveau du treillis augmentent exponentiellement avec la mémoire du canal (q^M); la complexité du décodeur croît donc également exponentiellement avec la mémoire du canal. Le décodeur de Viterbi devient donc très vite inefficace et son application se limite à des canaux de faible mémoire (<4).

Une autre technique de décodage des codes convolutionnels, mais dont l'effort de calcul ne croît pas exponentiellement avec la mémoire du canal peut être envisagée pour combattre l'IES. Cette technique, appelée décodage séquentiel, est décrite dans la section suivante.

III DECODAGE SEQUENTIEL

Un décodeur séquentiel utilise la structure en arbre et ne considère, un ou quelques chemins à la fois, que la partie de l'arbre qui paraît être la plus vraisemblable. C'est donc une procédure sous-optimale. En pénétrant dans l'arbre le long du chemin le plus prometteur, le décodeur assigne à chaque branche visitée une métrique. Occasionnellement, la métrique cumulative du chemin prolongé chute brusquement et le décodeur doit alors retourner en arrière dans l'arbre et explorer d'autres chemins antérieurs. Afin de réduire ces retours en arrière dans l'arbre, la métrique est biaisée de sorte qu'en moyenne elle tend à croître le long du chemin correct et à décroître le long de tous les chemins incorrects. Le décodeur cherche donc à prolonger le chemin ayant la métrique courante la plus élevée parmi les chemins déjà explorés. Le chemin de métrique cumulative maximum qui atteint le niveau terminal de l'arbre, est accepté comme étant le chemin correct. Avec cette procédure de décodage le nombre de calculs effectués par symbole décodé est en moyenne très faible mais aussi variable. Cette variabilité de l'effort de calcul est l'inconvénient principal du décodage séquentiel.

Il y a deux principaux algorithmes de décodage séquentiel: l'algorithme de Fano [4] et l'algorithme de Zigangirov-Jelinek (ou Z-J) [7]. Dans cet article nous ne considérons que l'algorithme Z-J et une de ses variantes, appelée algorithme multichemins [8].

L'algorithme Z-J dispose d'une pile où sont stockés les chemins déjà explorés, par ordre décroissant de leur métrique. Le sommet de la pile contient ainsi le chemin ayant la plus grande métrique cumulative courante; ce chemin est donc celui qui sera prolongé. L'algorithme détermine donc

à chaque étape le sommet de la pile et en fait le prolongement. Il se compose des 3 opérations suivantes:

1. Calcul des métriques cumulatives des q chemins issus du sommet de la pile.
 2. Insertion dans la pile de ces q chemins et élimination du noeud prolongé.
 3. Extraction du nouveau sommet de la pile. Si c'est un noeud terminal, Stop. Sinon retour à 1.
- Lorsque l'algorithme arrête, le sommet de la pile est le noeud terminal du chemin décodé, qui est alors facilement récupéré.

Dans la variante multichemins (ou M-chemins), au lieu de ne prolonger que le sommet de la pile, l'algorithme prolonge les M-chemins occupant le haut de pile. Il a été montré qu'une telle variante réduisait considérablement la variabilité de l'effort de calcul et aussi améliorerait la performance d'erreur d'un décodeur séquentiel Z-J, au prix d'une légère augmentation du nombre moyen de calculs [9].

L'algorithme M-chemins appartient à la classe des algorithmes à pile généralisés, et dans cette classe l'algorithme de Viterbi et l'algorithme Z-J ne sont que des cas particuliers [9]. Pour une valeur de M égale à 1 l'algorithme ne prolonge qu'un seul chemin à la fois, et devient équivalent à l'algorithme Z-J. D'autre part, si M=q^M, l'algorithme prolonge simultanément tous les chemins distincts, et devient donc équivalent à l'algorithme de Viterbi.

Métrique utilisée

A cause des particularités du codage associé à l'IES, la métrique traditionnelle utilisée en décodage séquentiel (métrique de Fano [4]) ne peut être directement utilisée. Cependant, la métrique, donnée par (5), doit être biaisée de telle sorte qu'en moyenne sa cumulative tend à croître le long du chemin correct et à décroître le long de tous les chemins incorrects. Une analyse simple [2] a montré qu'une métrique ayant ces caractéristiques a la forme suivante:

$$\gamma_k = 0,5 + \epsilon^2 \frac{1}{N_D} - \frac{1}{N_D} d_k^2 \quad (7)$$

où $N_D/2$ est la variance du bruit, d_k est la distance Euclidienne entre le symbole reçu γ_k et le symbole de branche examinée z_k , et où ϵ est un nombre réel qui dépend du canal et du nombre M de chemins prolongés. Cette valeur de ϵ a été déterminée par simulation à l'ordinateur. Tel que montré à la figure 3 le choix de ϵ influence la performance d'erreur et l'effort moyen de calcul C_{moy} . Cependant à mesure que M augmente cette influence de ϵ devient négligeable [2],[10].

Dans l'établissement des performances présentées à la section suivante, la métrique (7) a été utilisée avec les valeurs de ϵ les plus adéquates (minimisation de la probabilité d'erreur et de l'effort de calcul).

IV RESULTATS DE SIMULATIONS

Les simulations ont été effectuées sur un ordinateur VAX 11-750. Une simulation typique comprend 100,000 symboles, choisis de façon équiprobable dans un alphabet binaire (-1,+1), et groupés en 200 blocs de 500 symboles. Chaque bloc est terminé par une queue de W symboles -1. L'état initial du canal est donc égal à (-1,-1,...,-1). Le taux d'erreur et la distribution du nombre de calculs par symbole décodé sont mesurés après chaque simulation.

DECODAGE SEQUENTIEL APPLIQUEE
 AU PROBLEME DE L'INTERFERENCE ENTRE SYMBOLES

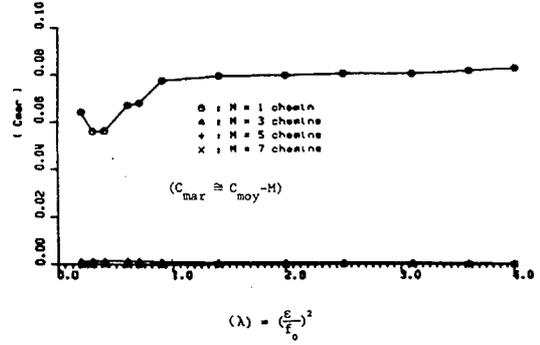
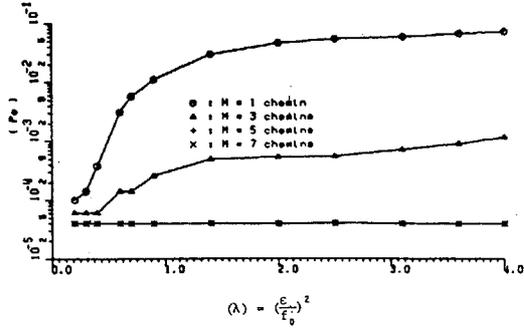


Figure 3: Influence de ϵ sur P_e et C_{mar} , (canal mémoire 6)

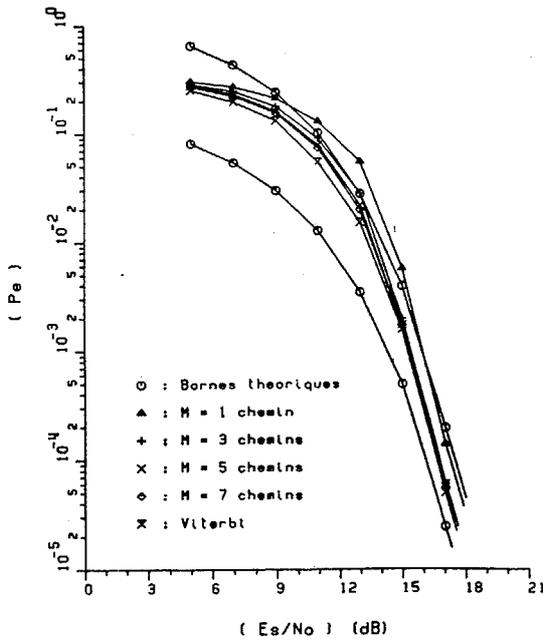


Figure 4: Performances d'erreurs

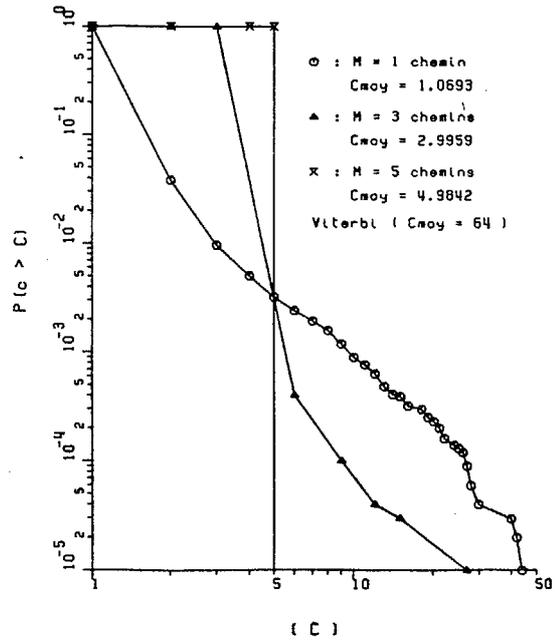


Figure 5: Distribution du nombre de calculs par symbole décodé ($E_s/N_0 = 17$ dB)

