

DIXIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 20 au 24 MAI 1985

UNE METHODE GENERALE DE SYNTHESE DE FILTRES NUMERIQUES
PEU SENSIBLES A LA PRECISION DE CODAGE DES COEFFICIENTS :
LE FILTRE EN ECHELLE BILINEAIRE

Thierry FENSCH

Luc AUDAIRE

THOMSON SEMICONDUCTEURS
B.P. 217
38019 GRENOBLE CEDEX

LETI C.E.N.G.
B.P. 85x
38041 GRENOBLE CEDEX

RESUME

Une méthode générale de synthèse de filtres numériques, les filtres en échelle bilinéaire (DBLF : Digital Bilinear Leap frog Filters) est présentée. Tous les types de filtres (passe-bas, passe-hauts, passe-bandes et réjecteurs de bande de tous les ordres) peuvent être facilement déduits des valeurs L et C de filtres passe-bas en échelle obtenues dans des tables ou à l'aide d'un programme de synthèse.

Le grand intérêt de cette méthode tient au fait que les algorithmes de filtrage numérique obtenus sont particulièrement insensibles à la précision de codage des coefficients (quelques bits suffisent, même pour des filtres très sélectifs) et donc bien adaptés au traitement rapide du signal.

L'utilisation de la transformation bilinéaire assure la stabilité et la synthèse exacte des filtres numériques. La méthode de synthèse est décrite pas à pas et peut être aisément programmée sur un ordinateur de bureau.

Un exemple en temps réel est présenté pour montrer l'efficacité des algorithmes DBLF.

SUMMARY

A general methodology for low sensitivity digital bilinear leap frog filters (DBLF) synthesis is presented. All types of filters (low-pass (LP), high-pass (HP), band-pass (BP) and band-reject (BR) of all orders) can be easily determined from the LC values of ladder low-pass normalized filters obtained with tables (3) or a synthesis program.

The digital filters obtained are particularly insensitive to the number of bits used for the coefficients and thus well adapted to fast signal processing.

The use of the bilinear transform insures the stability and the exact synthesis of the digital filters. The synthesis method is described step by step and is easy to program on a desktop computer.

A real time example is given to show the efficiency of DBLF algorithms.



UNE METHODE GENERALE DE SYNTHÈSE DE FILTRES NUMÉRIQUES
PEU SENSIBLES A LA PRÉCISION DE CODAGE DES COEFFICIENTS :
LE FILTRE EN ECHELLE BILINEAIRE

INTRODUCTION

L'expérience acquise avec le développement de méthodes de synthèse de filtres analogiques à capacités commutées peut être d'une grande utilité pour la synthèse de filtres numériques (1,2,4).

Le but de cette communication est de présenter une méthode générale de synthèse de filtres numériques inspirée des techniques analogiques et donnant des algorithmes très peu sensibles à la précision de codage des coefficients.

Les bases théoriques de la méthode ne seront pas décrites car elles sortent du cadre de ce court article et sont disponibles ailleurs (2).

A partir de la forme en échelle LC d'un filtre passe-bas normalisé on va définir des relations de transformation pour tenir compte du caractère échantillonné du signal à traiter et on en déduira la forme générale de l'algorithme correspondant à tous les types de filtres numériques.

Dans les calculs qui suivent, le coefficient ξ est associé à la transformation bilinéaire :

$$p \leftrightarrow \xi \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}, \quad \xi = \cot(2\pi\nu_c)$$

ν_c : largeur de bande pour les formes passe-bas, passe-haut, passe-bande DBLF

$1 - \frac{\nu_c}{2}$: largeur de bande pour les formes réjecteurs de bande DBLF

et β est le coefficient de transposition utilisé pour obtenir les formes passe-bande et réjecteur de bande à partir de l'algorithme passe-bas (5):

$$\beta = \cos(2\pi\nu_0)$$

ν_0 : fréquence centrale des passe-bandes et réjecteurs de bande DBLF)

(les fréquences normalisées sont définies par rapport à la fréquence d'échantillonnage
 $F_e : \nu = F/F_e$)

TRANSFORMATIONS GÉNÉRALES DES RESEAUX LC

Tout comme pour la synthèse classique des filtres LC, les spécifications désirées (ondulation en bande-passante, atténuation en bande stoppée, largeur de la bande de transition ...) conduisent au choix d'un filtre passe-bas normalisé prototype.

La forme générale des filtres en échelle LC de la figure 1 correspond aux ordres impairs N (L_{N+1} non connectée) et aux ordres pairs N+1 (L_{N+1} connectée). Les filtres tout poles sont obtenus pour $C_{2j} = 0$.

Pour les ordres pairs, l'utilisation d'une forme spéciale introduite par R. SAAL (3) conduit à un filtre en échelle LC situé entre terminaisons résistives égales ce qui réduit le nombre des coefficients du filtre numérique.

Les transformations du réseau LC sont les suivantes :

$$\cdot C'_1 = \xi C_1$$

$$\cdot \text{pour } j=1 \text{ à } \frac{N-1}{2}, \quad C'_{2j+1} = \xi C_{2j+1}$$

$$C'_{2j} = \xi C_{2j} + 1 / \xi L_{2j}$$

$$L'_{2j} = \xi L_{2j}$$

$$\cdot \text{pour les ordres pairs : } L'_{N+1} = \xi L_{N+1}$$

Il est pratique d'écrire ces termes sous forme matricielle C_i^j :

$$\cdot C_1^1 = (C'_1 + C'_2 + 1) / 2$$

• pour $i = 1$ à $N-2$, i impair

$$C_i^{i+2} = C_{i+2}^i = C'_{2i} / 2$$

$$C_{i+1}^{i+1} = L'_{i+1} / 2$$

$$C_{i+2}^{i+2} = (C'_{2i} + C'_{2i+1} + C'_{2i+2}) / 2$$



UNE METHODE GENERALE DE SYNTHÈSE DE FILTRES NUMÉRIQUES
PEU SENSIBLES A LA PRÉCISION DE CODAGE DES COEFFICIENTS :
LE FILTRE EN ECHELLE BILINEAIRE

avec $\beta = 1$ pour l'algorithme passe bande généralisé et $\beta = -1$ pour l'algorithme réjecteur de bande généralisé.

Ces formes sont dites passe-bande et réjecteur de bande généralisés parce que les formes passe bas et passe-haut en sont des cas particuliers. Si $\beta = 1$ les filtres obtenus sont respectivement les filtres passe-haut et passe-bas correspondants et si $\beta = -1$ les filtres obtenus sont respectivement les filtres passe-bas et passe-haut correspondants.

Toutes les formes des filtres en échelle bilinéaires, passe-bas, ou transposées passe-haut, passe-bande et réjecteur de bande conservent les propriétés d'insensibilité du filtre LC prototype de départ (7) par rapport aux ΔC et ΔL qui se traduisent en numérique par la faible précision de codage nécessaire des coefficients.

Quand au principe des transpositions en fréquence, son grand avantage tient au fait qu'un seul coefficient, β , est nécessaire pour définir la fréquence centrale des formes passe-bande et réjecteur de bande, les autres coefficients restant les mêmes que pour les formes passe-bas et passe-haut (Application aux filtres de fréquence centrale variable).

METHODE DE SYNTHÈSE ET EXEMPLE

La méthode de synthèse est résumée en Fig. 2 et a été programmée sur calculateur HP 9836.

L'algorithme correspondant à un filtre passe-bande de Chebyshev du 18ème ordre est donné en fig. 3 et fig. 4.

Ce filtre a été programmé sur le module d'évaluation du processeur de signal intégré T.I. TMS 32010. Sa réponse en fréquence a été mesurée (fig. 5 et 6). Ce filtre ne nécessite que quatre coefficients différents, codables sur très peu de bits, ou très simples à réaliser par additions décalages :

$$C_1 = C_4 = 2^{-3} + 2^{-5} \quad C_5 = C_9 = -2^{-2}$$

$$C_2 = C_3 = -C_6 = -C_7 = -C_8 = 2^{-3}$$

$$R = \beta - 1 = 2^{-4}$$

La fonction de transfert obtenue présente une atténuation en bande stoppée de 65 dB due à la quantification du signal (12 bits) et aux erreurs d'arrondi, et une ondulation en bande passante de 0,05 dB modulée par l'effet de $\sin(x)/x$ du au blocage d'ordre 0 du signal avant mesure (un filtre de lissage n'a pas été utilisé pour ne mesurer que les caractéristiques du filtre numérique).

La fréquence d'échantillonnage est de 18,5 KHz et pourrait être très largement augmentée par l'utilisation d'une architecture spécialisée basée sur des additions et décalages.

Cet exemple de filtre de degré très élevé est un cas extrême dont les excellentes performances sous entendent que l'algorithme DBLF s'applique très bien à des gabarits plus courants. En (2) on trouvera traités intégralement plusieurs cas, et une comparaison de l'algorithme DBLF avec les méthodes classiques : formes biquadratiques, filtres en treillis, filtres d'onde.

CONCLUSION

L'ensemble de cette étude a fait ressortir les caractéristiques suivantes pour le filtre en échelle bilinéaire :

- Nombre de bits réduit pour les coefficients, ce qui permet des calculs très rapides (additions - décalages) même dans le cas de gabarits sévères
- Stabilité garantie
- Algorithme peu complexe et facile à réaliser
- Coefficients "bien conditionnés" et donc adaptés aux calculs en virgule fixe
- Cycle limites très faibles ou inexistantes

UNE METHODE GENERALE DE SYNTHESE DE FILTRES NUMERIQUES
 PEU SENSIBLES A LA PRECISION DE CODAGE DES COEFFICIENTS :
 LE FILTRE EN ECHELLE BILINEAIRE

Tous ces aspects font de la nouvelle classe de filtres numériques présentée une solution intéressante tant pour le traitement intensif de données sur ordinateur que pour le traitement rapide de signaux en circuits intégrés.

REMERCIEMENTS

Les auteurs remercient H. LALEUF du C.E.N.G., C. CAILLON et C. TERRIER de THOMSON SEMI-CONDUCTEURS pour leur aide et leurs encouragements, ainsi que C. DUFOUR qui a dactylographié cette communication.

REFERENCES

- (1) G.C. TEMES, T.H. HSU
 "low sensitivity digital filter design from a switched capacitor filter prototype ISCAS 1983
- (2) T. FENSCH
 "Filtres échantillonnés de faible sensibilité aux contraintes de réalisation en circuits intégrés analogiques et numériques".
 THESE DOCTEUR INGENIEUR INP.GRENOBLE Avril 1984
- (3) R. SAAL
 "Handbuch zum filterentwurf" AEG TELEFUNKEN
- (4) L.E. TURNER, E.S.K. LIU, L.T. BRUTON
 "Digital LDI ladder filter design using the bilinear transformation" - ISCAS 1984.
- (5) T. FENSCH, C. TERRIER, C. CAILLON, J. BOREL
 "A new and efficient design technique of digital high-pass, band-pass and band-reject lattice and low sensitivity leap frog filters" ISCAS 1984.
- (6) B. SOKOLOFF -communication privée.
- (7) H.J. ORCHARD "inductorless filters" Electron.letters, vol 2, june 1966.

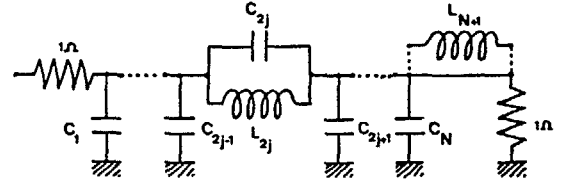


Fig. 1 : Forme générale des filtres en échelle LC dont on déduit l'algorithme du filtre en échelle bilinéaire.

$$\begin{aligned}
 m_2 + C_1(m_1 + m_3) &\rightarrow x_2 \\
 m_4 + C_2(m_3 + m_5) &\rightarrow x_4 \\
 m_6 + C_3(m_5 + m_7) &\rightarrow x_6 \\
 m_8 + C_4(m_7 + m_9) &\rightarrow x_8 \\
 m_1 + x_2 + e + m_e &\rightarrow r_1 \\
 x_2 + x_4 &\rightarrow r_2 \\
 x_4 + x_6 &\rightarrow r_3 \\
 x_6 + x_8 &\rightarrow r_4 \\
 x_8 + m_9 &\rightarrow r_5 \\
 m_2 + C_5 r_1 &\rightarrow x_1 \\
 m_3 + C_6 r_2 &\rightarrow x_3 \\
 m_5 + C_7 r_3 &\rightarrow x_5 \\
 m_7 + C_8 r_4 &\rightarrow x_7 \\
 m_9 + C_9 r_5 &\rightarrow x_9 \\
 E + e + R e &\rightarrow m_e \\
 -e + m_e + R m_e &\rightarrow E \quad (R = \beta - 1) \\
 u_i + x_i + R x_i &\rightarrow m_i \\
 -x_i + m_i + R m_i &\rightarrow u_i \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} u_i + x_i + R x_i \\ -x_i + m_i + R m_i \end{matrix}} \right\} i=1 \text{ à } 9
 \end{aligned}$$

Fig. 3 : Algorithme correspondant au filtre en échelle bilinéaire passe-bande de Chebyshev du 18^{ème} ordre.

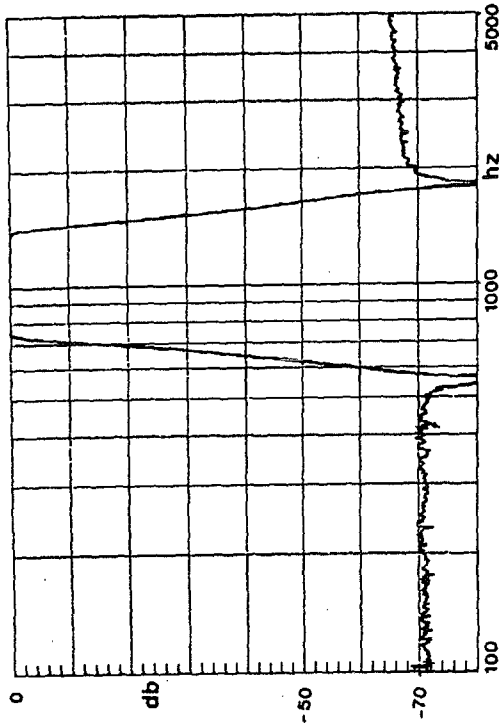


Fig. 5 : Réponse en fréquence du filtre en échelle bilinéaire

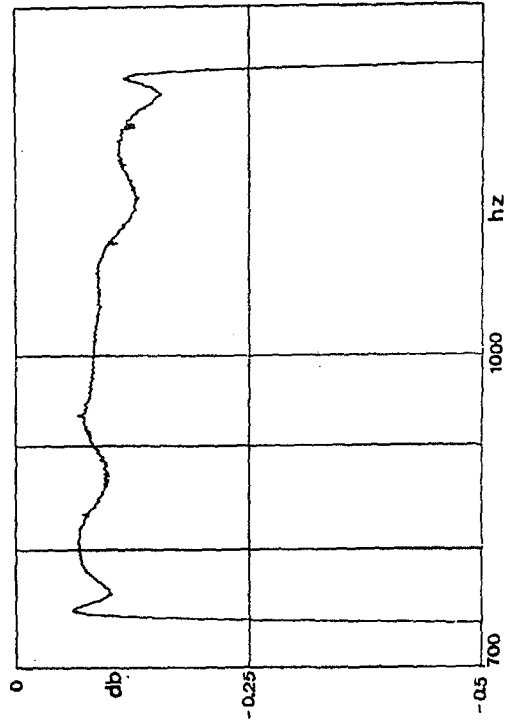


Fig. 6 : Agrandissement de la zone de bande passante (ondulation de 0.05 dB et influence du $\sin(x)/x$)

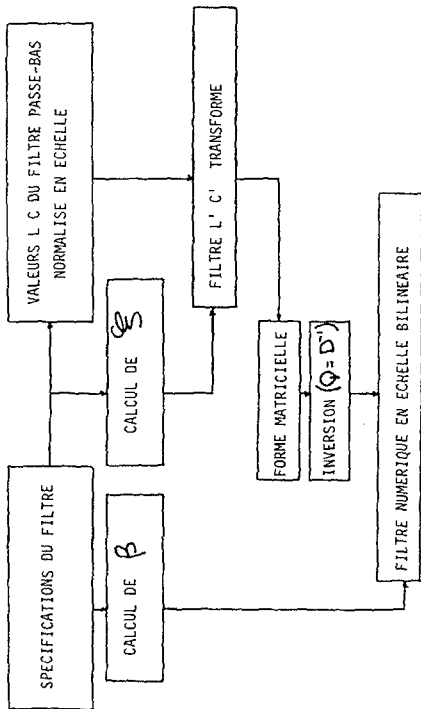


Fig. 2 : Méthode de synthèse

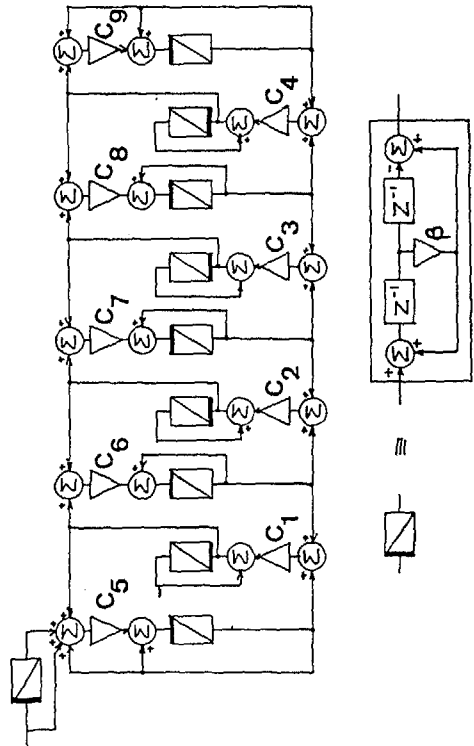


Fig. 4 : Graphe de l'algorithme du filtre en échelle bilinéaire passe-bande de Chebyshev du 18^{ème} ordre